

Titel:

**Numerische Simulation instationärer
Strömungsvorgänge in Pumpen und Ventilatoren
radialer Bauart**

D i s s e r t a t i o n
zur Erlangung des Grades eines Doktors

der Ingenieurwissenschaften

vorgelegt von

Andreas Lucius
aus Parchim

genehmigt von der
Fakultät für Mathematik/Informatik und Maschinenbau
der Technischen Universität Clausthal

Tag der mündlichen Prüfung

03.07.2013

Vorsitzender der Promotionskommission:

Prof. Dr. Alfons Esderts

Hauptberichterstatter:

Prof. Dr. Gunther Brenner

Berichterstatter:

Prof. Dr. Hubert Schwarze

Vorwort

Diese Arbeit ist im Rahmen meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Technische Mechanik der TU Clausthal entstanden. Der Großteil der Ergebnisse ist im Rahmen des AiF Projektes 16406 BG „Dynamische Lasten“ entstanden. Teile dieser Arbeit wurden daher ebenfalls als Abschlussbericht des Projektes veröffentlicht. Dr.-Ing Hermerath von der Firma Piller Industrieventilatoren GmbH hatte wesentlichen Anteil an der Entstehung des Projektes, dafür möchte ich ihm meinen herzlichen Dank aussprechen. Ich möchte mich sehr herzlich bei Prof. Brenner für die Betreuung der Arbeit am ITM bedanken. Prof. Schwarze danke ich für die Übernahme des zweiten Gutachtens. Den Kollegen am ITM danke ich für die gute Zeit, die ich dort verbringen durfte. Insbesondere für die Hilfsbereitschaft z.B. bei fachlichen Problemen und Fragen, bei Problemen mit der IT, die Unterstützung im Lehrbetrieb und bei Klausuren oder auch die Hilfe beim Umzug möchte ich mich bedanken.

Ich hatte die Möglichkeit, einen Teil der Arbeiten am Lehrstuhl für Strömungsmechanik und Strömungstechnik der Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg durchzuführen. Für diese Möglichkeit bedanke ich mich bei den Professoren Brenner und Thévenin. Prof. Thévenin danke ich ebenfalls für die hilfreichen Diskussionen und Anregungen. Außerdem möchte ich mich bei allen Mitarbeitern vom LSS bedanken, die mich bei der Arbeit am Projekt bzw. an der Dissertation unterstützt haben.

Clausthal–Zellerfeld, 18.02.2013

Andreas Lucius

Zusammenfassung

Die Strömung in Turbomaschinen ist durch eine starke Instationarität charakterisiert, die im Wesentlichen durch die Drehung des Rotors bedingt ist. Insbesondere im Teillastbetrieb können jedoch auch andere Phänomene wie z.B. rotating stall dominieren. Die instationäre Strömung verursacht eine dynamische Belastung der strömungsführenden Bauteile, was zu Fluid induzierten Schwingungen führen kann. Eine Reihe von Schadensfällen belegen, dass Fluid induzierte Resonanzschwingungen eine beträchtliche Gefahr für den Betrieb von Turbomaschinen darstellen.

Für die Auslegung der Maschine ist es demnach von Bedeutung sowohl die möglichen Anregungsfrequenzen und Amplituden zu kennen, als auch die Quelle der Anregung zu lokalisieren. Es bestehen berechtigte Zweifel, dass klassische Turbulenzmodelle nach dem RANS Ansatz für die Vorhersage der Dynamik instabiler turbulenter Strömungen, wie sie z.B. im Fall von rotating stall auftreten, geeignet sind. Aus diesem Grund wurde in dieser Arbeit ein Turbulenz auflösendes Modell nach dem SAS Ansatz benutzt und die Ergebnisse mit dem Standard SST Modell verglichen. Das Ziel ist, das Potential eines höherwertigen Modells zur Vorhersage der dynamischen Lasten zu bewerten. Für die Validierung stehen einzigartige, zeitlich hoch aufgelöste Messergebnisse der Strömung im Laufrad zur Verfügung. Diese High-Speed PIV Messungen wurden an der Otto-von-Guericke Universität Magdeburg für eine Kreiselpumpe und einen Ventilator durchgeführt. Die zeitlichen Mittelwerte der lokalen Geschwindigkeitsverteilung und der integralen Größen (Druckerhöhung und Wirkungsgrad) zeigen nur geringe Unterschiede für beide Modellierungsansätze. Die Übereinstimmung mit Messergebnissen ist im Optimalpunkt sehr gut, bei Teillast werden größere Differenzen im Vergleich zur Messung beobachtet. Mit dem SAS Modell wird allerdings eine deutliche Verbesserung der Vorhersage des Spektrums der Geschwindigkeitsfluktuation und folglich der Anregungsfrequenzen aus der Strömung erreicht. Dies zeigt sich insbesondere für die Vorhersage des rotating stall Phänomens in einer Kreiselpumpe. Die Umlauffrequenz des rotating stall wird in sehr guter Übereinstimmung mit Messergebnissen vorhergesagt. Dieser Vorteil wird durch hohe Rechenzeiten im Bereich von einigen Wochen bis deutlich über einen Monat erkauft (ca. 15×10^6 Gitterpunkte, auf 64 CPUs).

Die Auswertung der dreidimensionalen instationären Ergebnisse ist das zweite große Ziel dieser Arbeit. Angestrebt wird eine Reduzierung der Ergebnisse auf wesentliche Strömungsvorgänge. Dazu wurden Methoden zur Identifizierung und Verfolgung von Wirbelzentren implementiert. Dies ist insbesondere von Bedeutung für rotating stall, welches durch eine Dynamik von großskaligen Wirbeln im Schaufelkanal charakterisiert ist. Die Möglichkeit der Auswertung im rotorfesten Bezugssystem bedeutet einen enormen Vorteil im Vergleich zu einer Messung, welche die Messgrößen in der Regel im stehenden System erfasst. Die orts aufgelöste Spektralanalyse im Relativsystem bildet die Grundlage für eine Lokalisierung von Quellen der Druckfluktuationen. Man gewinnt eine Information, die in Analogie zur Eigenform als Anregungsform bezeichnet wird. Als wesentliche instationäre Effekte wurden die Rotor-Stator-Interaktion, rotating stall, instabile Ablösungen an der Eintrittskante der Schaufeln und an der Deckscheibe sowie eine Kármánsche Wirbelstraße im Nachlauf der Spaltströmung identifiziert. Die Kenntnis der Quellen der Instationarität ermöglicht gezielte konstruktive Maßnahmen zur Vermeidung von Resonanzschwingungen.

Abstract

The flow in turbomachines is characterized by a strong unsteadiness due to the rotation of the impeller. Especially in part load operation other phenomena like e.g. rotating stall may dominate. The unsteady flow causes dynamic forces on the loaded parts, which may lead to flow induced vibration. A number of cases of damage prove, that fluid induced resonance vibration exhibit severe danger for the operation of turbomachines.

Hence, for the design of the machine both is of importance: first to determine the excitation frequencies and amplitudes and second to localize the sources of excitation. There is eligible doubt, that classical turbulence models following the RANS approach are appropriate for the prediction of the dynamics of unstable turbulent flows, which appear e.g. in case of rotating stall. For that reason a turbulence resolving model following the SAS approach was applied in the present work. The results were compared with those of the standard SST model. The aim is to evaluate the potential of an advanced model with respect to dynamic loads. For the validation unique measurement results inside the impeller with high temporal resolution are available. These High-Speed PIV measurements were conducted at the Otto-von-Guericke University in Magdeburg for a centrifugal pump and a fan. The temporal mean values of local velocities as well as the integral parameters (pressure rise and efficiency) show only minor differences for both modelling approaches. The agreement with measurements is very good at the design point. At part load larger differences in the velocity field are observed. However, with the SAS model a clear improvement of the prediction of the spectrum of velocity fluctuations is achieved. This is especially true for the prediction of rotating stall in the centrifugal pump. The rotation frequency of rotating stall is predicted in excellent agreement with measurements. This advantage is paid with enormous computation times in the range of weeks up to more than a month (approx. 15 million grid points, 64 CPUs).

The analysis of the three dimensional unsteady results is the second major scope of this work. The aim is the reduction of the results to basic flow phenomena. For this purpose methods of identification and tracking vortical structures were implemented. This is of special importance for rotating stall, which is characterized by the dynamics of large scale vortices in the flow channel. The possibility of evaluation in relative frame of reference implies an enormous advantage in comparison with a measurement, which usually records the measured quantities in absolute frame of reference. The spatially resolved spectral analysis in relative frame builds the base for the localization of sources of pressure fluctuations. An information is obtained, which is denoted as mode of excitation in analogy to eigenmodes of the structure. The following major unsteady effects are identified: rotor stator interaction, rotating stall, unstable separation at the blade leading edge and at the shroud and finally a Kármán vortex street in the wake of the clearance flow between impeller and casing. The knowledge of the sources of unsteadiness enables specific design measures in order to avoid resonance vibration.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	7
2	Instationäre Effekte in Turbomaschinen	12
2.1	Klassifizierung von dynamischen Strömungszuständen in rotierenden Maschinen	13
2.2	Stabilität von Kompressionssystemen	14
2.3	Rotating stall als Teillastinstabilität	16
2.4	Modellierung der Stabilität von Kompressoren	21
2.5	Stand der Technik	21
2.5.1	Schwingungsanregung von Turbomaschinen durch instationäre Fluidkräfte	22
2.5.2	Simulation der instabilen Strömung in Turbomaschinen mit Fokussierung auf rotating stall	24
3	Physikalische Modellierung	28
3.1	Navier-Stokes Gleichungen	28
3.2	Modellierung der turbulenten Strömung	29
3.2.1	Turbulente Skalen	30
3.2.2	Klassifizierung der Turbulenzmodelle	30
3.2.3	Klassische RANS Modellierung	32
3.2.3.1	Anwendungsbereiche klassischer Turbulenzmodelle	34
3.2.3.2	Das SST $k - \omega$ Modell	35
3.2.4	Modellierung der turbulenten Wandgrenzschicht	36
3.2.4.1	Wandfunktionen	38
3.2.4.2	Modellierung für kleine Reynoldszahlen	39
3.2.4.3	Wandbehandlung unabhängig vom Wandabstand	40
3.2.5	Turbulenz auflösende Modelle	41

3.2.5.1	Detached Eddy Simulation	43
3.2.5.2	SAS Scale-Adaptive Simulation	44
3.2.6	Turbulenzmodellierung für Turbomaschinen	45
3.3	Simulationsmodelle	47
3.3.1	Testfall Kreiselpumpe	47
3.3.2	Testfall Ventilator	52
4	Numerische Methoden	56
4.1	Numerische Diskretisierung	56
4.1.1	Diffusion	57
4.1.2	Konvektion	57
4.1.3	Diskretisierung in der Zeit	58
4.2	Druck-Geschwindigkeits-Kopplung	58
4.3	Lösung des Gleichungssystems	59
4.4	Gittergenerierung	59
4.4.1	Rechengitter Kreiselpumpe	60
4.4.2	Rechengitter Ventilator	61
5	Methoden zur Analyse instationärer turbulenter Strömungen in Turbo- maschinen	62
5.1	Analyse zeitabhängiger Vorgänge	63
5.1.1	Fourier-Transformation	63
5.1.2	Wavelet-Transformation	64
5.1.2.1	Gefensterte Fourier-Transformation	64
5.1.2.2	Kontinuierliche Wavelet-Transformation	65
5.1.2.3	Eigenschaften von Wavelets am Beispiel des Morlet Wavelets	66
5.1.2.4	Anwendungen der Wavelet-Transformation	68
5.1.3	Algorithmus zur Berechnung der kontinuierlichen Wavelet-Transfor- mation	69
5.1.3.1	Schnelle Transformation mit Hilfe der diskreten Faltung .	69
5.1.3.2	Schnelle Transformation nach Büssow	69
5.1.3.3	Testbeispiel für die Wavelet-Transformation	70
5.2	Identifikation von Wirbelstrukturen	72
5.2.1	Identifikation von Wirbeln mit lokalen Kriterien	72

5.2.1.1	λ_2 Kriterium	72
5.2.1.2	Q Kriterium	73
5.2.1.3	Ermittlung von Wirbelzentren	73
5.2.2	Identifikation von Wirbeln mit integralen Kriterien	74
5.2.2.1	Identifikation von Wirbelzentren mit Γ_1 Kriterium	74
5.2.2.2	Identifikation von Wirbelkernen mit Γ_2 Kriterium	75
5.2.3	Vergleich der Kriterien für verschiedene Geschwindigkeitsfelder	76
5.2.3.1	Idealisiertes Wirbelmodell	76
5.2.3.2	Bestimmung von Wirbelzentren	78
5.2.4	Verfolgung von Wirbelzentren	80
5.2.5	Tracking Algorithmen	81
6	Beurteilung der Qualität der numerischen Ergebnisse	83
6.1	Verifikation und Validierung	84
6.2	Verifizierung der Simulationsergebnisse für die beiden Testfälle	88
6.2.1	Bewertungskriterien für die Beurteilung der Simulationsergebnisse	88
6.2.2	Einfluss des Rechengitters	90
6.2.3	Bewertung der Wandfunktionen in CFX	92
6.2.4	Kriterien für die Gitterweite mit Turbulenz auflösenden Modellen	94
6.2.5	Einfluss des Diskretisierungsverfahrens	99
6.2.6	Zeitschrittweite	102
6.2.7	Iterative Konvergenz	103
6.3	Quantifizierung der Unsicherheit der numerischen Berechnungen	103
6.3.1	Einfluss der Randbedingungen	104
6.3.2	Statistische Fehler bei der Angabe von Mittelwerten	107
6.4	Validierung - Vergleich von Simulation und Messung	113
6.4.1	Testfall Kreiselpumpe	113
6.4.2	Testfall Ventilator	116
6.4.3	Rechenzeiten	124
7	Analyse der instationären CFD Ergebnisse	125
7.1	Charakterisierung des Strömungsfeldes während des rotating stall	125
7.1.1	Identifikation und Verfolgung von Wirbeln	125
7.1.2	Bestimmung der Anzahl der Ablösegebiete	128

7.1.3	Verteilung des Massenstroms im Laufrad	134
7.1.4	Phasenmittelung des Strömungsfeldes	135
7.1.5	Einsetzen von rotating stall	139
7.2	Anregung der Struktur durch instationäre Druckkräfte	144
7.2.1	Anregungsbedingungen	144
7.2.2	Anregung durch rotating stall	147
7.2.3	Anregung durch Rotor-Stator-Interaktion	150
7.2.4	Fazit	156
8	Zusammenfassung und Ausblick	158
A	Anhang	160
A.1	SST Turbulenzmodell	160
A.2	SAS-SST Turbulenzmodell	162
A.3	Formen der Anregung für den Testfall Kreiselpumpe	164
A.4	Formen der Anregung für den Testfall Ventilator	167
A.5	Darstellung der Rechengitter	169

Formelzeichen

α	Konfidenzintervall
β	Blending-Faktor; Schaufelwinkel
δ	Grenzschichtdicke
δ_{ij}	Kronecker-Symbol
\dot{m}	Massenstrom
\dot{V}	Volumenstrom
ϵ	Dissipationsrate der turbulenten kinetischen Energie
η	Wirkungsgrad; Kolmogorov Längenmaß
Γ	Zirkulation
Γ_1, Γ_2	Kriterium zur Identifikation von Wirbelzentren
Γ_D	Diffusionskoeffizient
Γ_w	Blending Koeffizient für Wandfunktionen
\hat{f}	Fourier-Transformierte der Funktion f
κ	Wellenzahl; Konstante im log. Wandgesetz
λ_2	Kriterium zur Identifikation von Wirbelkernen
μ	dynamische Viskosität
μ_B	Erwartungswert nach Bootstrapping
μ_t	dynamische Wirbelviskosität
ν	kinematische Viskosität
ν_t	kinematische Wirbelviskosität
ω	turbulente Winkelgeschwindigkeit; Kreisfrequenz

ω_H	Eigenfrequenz eines Helmholtz-Resonators
Ω_{ij}	Rotationstensor
$\overline{\phi}$	zeitlicher Mittelwert
ϕ	allgemeine Transportvariable
ϕ'	Schwankungswert
ψ	Wavelet
Ψ_{tot}	Druckziffer
ρ	Dichte
σ_B	Standardabweichung nach Bootstrapping
σ_Φ	Modellkonstante
τ	Zeitmaß
τ_m	Zeitkonstante
τ_w	Wandschubspannung
τ_{ij}	Spannungstensor
$\tau_{t,ij}$	Tensor der Reynoldsspannungen
Θ	Winkel
$\tilde{\zeta}_2$	Modellkonstante
\tilde{a}_i^n	Approximation der Geschwindigkeit eines Partikels i für Zeitschritt n
\tilde{v}_i^n	Approximation der Geschwindigkeit eines Partikels i für Zeitschritt n
\tilde{y}	DES Längenmaß
ε_{ij}	Relativer Unterschied der Lösung auf zwei Gittern i und j
φ	Phasenwinkel; Durchflussziffer
$\vec{\Omega}$	Winkelgeschwindigkeit
\vec{C}	Absolutgeschwindigkeit
\vec{F}_c	Corioliskraft
\vec{F}_z	Zentrifugalkraft
\vec{k}	spezifische Volumenkraft; z.B. Erdbeschleunigung

\vec{n}	Normalenvektor zur Auswerteebene
\vec{U}	Umfangsgeschwindigkeit
\vec{W}	Relativgeschwindigkeit
A	Fläche; Amplitude
a	Schallgeschwindigkeit; Streckungsparameter für die Wavelet-Transformation
A, B, C	Amplituden bzw. Fourier-Koeffizienten
B	Modellparameter
b	Zeitparameter der Wavelet-Transformation; Breite; Blocklänge
C	Modellkonstante im Wandgesetz
c	Betrag der Strömungsgeschwindigkeit im Rahmen der Stromfadentheorie
C_{ij}^n	Kostenmatrix
C_μ	Modellkonstante
c_f	dimensionslose Wandschubspannung
C_{DES}	DES Modellkonstante
Co	Courantzahl
d	Durchmesser
E	Relativer Fehler nach der Richardson Extrapolation
$E(a, b)$	Energiedichte der Wavelet-Transformation
f	Frequenz; allgemeine Funktion
F_1, F_2	Blending Funktionen
f_e	Erregerfrequenz
f_n	Drehfrequenz
F_s	Sicherheitsfaktor
f_{N_p}	Eigenfrequenz bei entsprechendem Periodenparameter
F_{SAS}	Modellkonstante
g	Fensterfunktion; Erdbeschleunigung
GCI	Grid Convergence Index

H	Förderhöhe; Hesse-Matrix
h	Gitterweite; Kanalhöhe
h_i	Formfunktionen
k	turbulente kinetische Energie
k_s^+	dimensionslose Sandrauigkeit
k_s	Sandrauigkeit
L_t	turbulentes Längenmaß
L_{vk}	Von Kármán Längenmaß
M	Drehmoment
N	Anzahl
n	Drehzahl; Exponent im Potenzgesetz
N_p	Periodizitätsparameter
n_q	spezifische Drehzahl
p	Druck; Konvergenzordnung des Diskretisierungsverfahrens
P^*	dimensionslose Amplitude des Druckes
P_d	Spektrale Leistungsdichte
P_k	Produktionsterm für turbulente kinetische Energie
Q	Kriterium zur Identifikation von Wirbelkernen
q	Qellterm
$Q_{SAS-SST}$	Quellterm in der ω Gleichung; SAS-SST Modell
R	Autokorrelation
r	Radius; Verfeinerungsfaktor für Gitterstudien
Re	Reynoldszahl
$S(t)$	Zeitsignal
s, r	lokale Koordinaten im Element
S_{ij}	Deformationstensor
T	Periodendauer; Zeitintervall

t	Zeit; Wert der t-Verteilung
Tu	Turbulenzgrad
u^+	dimensionslose Geschwindigkeit
u_i	Geschwindigkeit
u_k	turbulentes Geschwindigkeitsmaß in der Grenzschicht
u_P	Geschwindigkeit im Mittelpunkt der ersten Zelle nah der Wand
U_t	turbulentes Geschwindigkeitsmaß
u_τ	Wandschubspannungsgeschwindigkeit
V	Volumen
x_i, y, z	Koordinaten
Y	spezifische Arbeit
y^+, y^*	dimensionsloser Wandabstand

Manche Formelzeichen werden doppelt verwendet. Es besteht allerdings keine Verwechslungsgefahr, da gleiche Zeichen mit unterschiedlicher Bedeutung nur in getrennten Abschnitten verwendet werden. Im Text wird jeweils auf die Bedeutung der Zeichen hingewiesen.

1 Einleitung

Bei der Auslegung einer Turbomaschine wird der Ingenieur mit einer Reihe von Anforderungen konfrontiert, die möglichst gut erfüllt werden sollen. Zunächst soll die Maschine in einem durch Druckerhöhung und Volumenstrom definierten Arbeitspunkt stabil arbeiten. Vor dem Hintergrund wachsender CO_2 Emissionen und nicht zuletzt aus wirtschaftlichen Gründen soll die Antriebsleistung gering d.h. der Wirkungsgrad möglichst hoch sein. Um Ressourcen zu schonen und Kosten zu senken wird der Materialeinsatz möglichst gering gehalten. Dies führt zu einer stärkeren Belastung der strömungsführenden Bauteile, insbesondere des Laufrades. Weitere spezielle Anforderungen ergeben sich aus dem Anwendungsgebiet, in dem die Maschine zum Einsatz kommt, z.B. Förderung von aggressiven Medien in der chemischen Industrie oder Reinhaltung in der Lebensmittelindustrie. Ein weiteres wichtiges Kriterium ist die Schallemission im Betrieb.

Die Entwicklung von Maschinen, die allen genannten Kriterien genügen, wird in hohem Maße von Erfahrungswissen getrieben. Daneben stehen dem Ingenieur heute moderne Methoden sowohl der Messtechnik als auch der Simulation zur Verfügung, um tiefere Einblicke in die grundlegenden Phänomene zu gewinnen. Moderne Designverfahren, die es ermöglichen alle oben genannten Kriterien gleichzeitig bestmöglich zu erfüllen, werden erfolgreich im Designprozess eingesetzt [67]. Man fasst diese Methoden unter dem Sammelbegriff „Multi Objective Optimisation“ zusammen. Auch auf dem Gebiet der Messtechnik wurden große Fortschritte gemacht. Optische Verfahren mit Lasermesstechnik ermöglichen die Analyse des Strömungsfeldes, ohne durch Sonden die Strömung selbst zu beeinflussen. Für die Vermessung von instationären Strömungsfeldern werden durch zeitlich und räumlich hoch auflösende optische Verfahren wie z.B. High-Speed-PIV (Particle Image Velocimetry) Maßstäbe gesetzt. Instationäre Strömungsfelder sind schon allein auf Grund der Relativbewegung zwischen Laufrad und Gehäuse typisch für Strömungsmaschinen. Neben dem Experiment am Versuchsstand kommt dem Experiment am Rechner eine immer größere Bedeutung zu. Mit Hilfe von numerischen Simulationen ist es möglich, die grundlegenden Differentialgleichungen, z.B. die Navier-Stokes Gleichungen, näherungsweise zu lösen. Ein wesentlicher Vorteil der Simulation liegt in der kompletten Beschreibung des Strömungsfeldes im modellierten Volumen. Dies ermöglicht tiefe Einblicke in die Topologie des Strömungsfeldes, was mit Hilfe von Messungen kaum erreichbar ist. Trotz allen Fortschritts, der auf dem Gebiet der Simulation erzielt worden ist, muss der Näherungscharakter der erhaltenen Lösung betont werden. Es gibt eine Reihe von Fehlerquellen von der Diskretisierung über die Auswahl der Modellgleichungen und Randbedingungen und nicht zuletzt bei der eigentlichen numerischen Lösung. Für eine zuverlässige Vorhersage mit numerischer Simulation sind Vergleiche mit Messdaten zur Validierung unbedingt

erforderlich. Natürlich kann und sollte nicht zu jeder Simulation ein Experiment am Versuchsstand durchgeführt werden. Es muss allerdings sicher gestellt sein, dass für die Klasse von Problemen die man untersucht, sinnvolle Vorhersagen erzielt werden können. Der Vergleich mit Experimenten sollte daher an einer Konfiguration erfolgen, die dem am Rechner untersuchten Modell möglichst ähnlich ist. Roache [110] verwendet an dieser Stelle den Begriff „nearby problem“.

Ein wesentlicher Bestandteil dieser Arbeit ist die Bewertung von Turbulenzmodellen bezüglich der Vorhersage instationärer Phänomene in Strömungsmaschinen. Am weitesten verbreitet sind derzeit Turbulenzmodelle nach dem RANS Ansatz (Reynolds Averaged Navier-Stokes). Es ist allerdings bekannt, dass instabile Strömungszustände mit diesen Modellen oftmals nicht zufriedenstellend vorhergesagt werden können. Dies ist gut dokumentiert für abgelöste Strömungen hinter stumpfen Körpern, wie z.B. einem Zylinder. Für detailliertere Ausführungen und weiterführende Literatur wird z.B. auf das Buch von Fröhlich verwiesen [42]. Es wird bezweifelt, dass RANS Modelle für eine korrekte Vorhersage instabiler Strömungszustände in Turbomaschinen, die nicht von außen z.B. durch die Rotation des Rotors aufgeprägt werden, geeignet sind. Ein wichtiger Vertreter dieser Phänomene ist das rotating stall Phänomen, welches in einer Vielzahl von Messungen durch definierte Frequenzen dokumentiert worden ist. In den letzten Jahren sind vermehrt Turbulenzmodelle im Einsatz, die einen Teil der turbulenten Fluktuationen der Strömungsgrößen auflösen. Ein solcher Ansatz wird durch die klassische LES (Large Eddy Simulation) schon seit den 1970er Jahren verfolgt. Trotz der heutzutage verfügbaren Rechnerkapazitäten sind die Kosten einer LES in komplexen Geometrien bei hohen Reynoldszahlen immer noch enorm. Aus diesen Grund wurden sogenannte hybride LES RANS Modelle eingeführt, welche die hohe räumliche Auflösung einer LES nur in den Bereichen des Rechengebietes erfordern, in denen die Strömung instabil ist. Insbesondere die anliegenden turbulenten Grenzschichten werden nach dem RANS Ansatz modelliert, die insgesamt notwendige Anzahl an Gitterpunkten wird im Vergleich zu einer LES wesentlich verringert. Der reduzierte Rechenaufwand ermöglicht die Anwendung solcher Modelle bereits heute in der industriellen Praxis. Die Anwendung eines Turbulenz auflösenden Modells stellt im Vergleich zu den weit verbreiteten Standard RANS Modellen andere Anforderungen, mit denen sich der Ingenieur auseinandersetzen muss. So ist z.B. die Frage nach der Konvergenz bzw. Gitterunabhängigkeit einer Lösung nicht mehr so einfach zu beantworten. Die Kriterien zur Bestimmung der notwendigen Auflösung unterscheiden sich von denen für eine klassische RANS Lösung.

Für eine Beurteilung der Qualität der Ergebnisse von numerischen Simulationen ist eine Quantifizierung der Unsicherheit (hier insbesondere durch die Modellgleichungen - Validierung) als auch eine Quantifizierung des Fehlers bei der numerischen Lösung der Gleichungen (Verifizierung) notwendig. Für die Validierung der komplexen Strömung in Turbomaschinen werden zwei Testfälle herangezogen, für die detaillierte zeitlich aufgelöste Messergebnisse vorliegen. Es handelt sich in beiden Fällen um Radialmaschinen (eine Kreispumpe und einen Radialventilator), die am Lehrstuhl für Strömungsmechanik und Strömungstechnik der Universität Magdeburg experimentell untersucht worden sind [80, 88]. Neben dem Abgleich von Simulationsergebnissen mit Messungen steht die Analy-

se der transienten Phänomene im Vordergrund der Arbeit. ¹„Instationäre Strömungsfelder sind immer mit Fluktuationen der Kräfte auf die strömungsführenden Bauteile verbunden. Solche dynamischen Lasten können zur Schwingungsanregung der Maschine führen und sollten möglichst minimiert werden. Schadensfälle durch Fluid induzierte Schwingungen sind für verschiedenste Typen von Strömungsmaschinen im Allianz Handbuch der Schadensverhütung [134] dokumentiert worden. Von den gemeldeten Schadensfällen an Verdichtern und Gebläsen werden 23 % als Ausfälle durch den Betrieb charakterisiert. Bei den separat aufgelisteten Maschinen zum Betrieb in Dampfkesseln liegt der Anteil bei 25 %. Am häufigsten waren in beiden Fällen der Rotor und das Laufrad, die Lagerung und einzelne Schaufeln betroffen. Es wird in dem Band ausdrücklich auf die Gefahr durch instabile Strömungszustände wie Strömungsabriss und Pumpen hingewiesen.“ Das Pumpen macht sich in der Regel akustisch deutlich bemerkbar, worauf mit einer Anpassung der Betriebsbedingungen bzw. gegebenenfalls mit Abschalten der Maschine reagiert werden kann. Das rotierenden Abreißen (engl. „rotating stall“) hingegen ist oft nur mit speziellen zeitaufgelösten Messungen detektierbar. Diese Instabilität ist durch das Umlaufen von Ablösegebieten relativ zum Laufrad mit klar messbaren Frequenzen gekennzeichnet. Für die Auslegung der Maschine ist es wichtig, diese wichtigen Anregungsfrequenzen zu kennen, um mögliche Resonanzen im Betrieb zu vermeiden.

¹„Bedingt durch die tendenziell weiter steigenden Anforderungen an die Maschine und die Forderung nach geringen Kosten werden die Materialien bis an die Grenze der Festigkeit ausgereizt. Eine zusätzliche dynamische Belastung kann daher leichter zum Versagen führen. Diese Arbeit soll einen Beitrag dazu leisten, die dynamischen Kräfte auf die strömungsführenden Bauteile besser zu charakterisieren.“ Im Betrieb einer Strömungsmaschine treten verschiedene instationäre Effekte abhängig vom Betriebspunkt auf. Die Rotation des Laufrades ist die wesentliche Quelle der Instationarität in Turbomaschinen. Daneben treten insbesondere im Teillastbereich instabile Strömungszustände auf. Das bereits genannte rotating stall ist ein Vertreter dieser Gruppe. Dabei ist die Umlauffrequenz der Ablösung gemessen im gehäusefesten Bezugssystem typischerweise niedriger als die Drehfrequenz. Dieses Phänomen ist von besonderem Interesse in dieser Arbeit, da die Anregungsfrequenz in Gegensatz zur oben genannten Rotor-Stator-Interaktion nicht genau bekannt ist. Durch eine Vielzahl von Messungen ist allerdings belegt, dass ein weiterer Bereich von Umlauffrequenzen möglich ist, wobei Werte zwischen 50 und 80 Prozent der Drehfrequenz häufig auftreten [119]. Außerdem ist das gleichzeitige Auftreten von mehreren Ablösegebieten in einer Vielzahl von Messungen dokumentiert. Die Bandbreite möglicher Anregungsfrequenzen wird damit noch einmal vergrößert. Die bisherigen Untersuchungen des Phänomens in radialen Turbomaschinen sind weitgehend experimentell. Experimente zur Visualisierung des Strömungsfeldes z.B. mit PIV können außerdem nicht rotierend mit dem Laufrad durchgeführt werden. Das transiente Verhalten des Ablösegebietes im Relativsystem ist allerdings von besonderem Interesse, da die Schwingungsanregung im laufradfesten Bezugssystem erfolgt. Eine Simulation der Strömung liefert die Möglichkeit, die Ergebnisse sowohl im Absolut- als auch im Relativsystem auszuwerten, und damit wertvolle Erkenntnisse über das Phänomen rotating stall zu gewinnen. Für die Analyse der wirbelbehafteten transienten Strömung sind spezielle Methoden erforder-

¹Diese Textpassage ist ebenfalls im Abschlussbericht des AiF Projekts 16406 BG „Dynamische Lasten“ von Lucius et al. [87], S. 3 veröffentlicht.

derlich. In dieser Arbeit werden eine Reihe von Analyseverfahren auf die Simulationsdaten angewendet, um ein besseres Verständnis für das Phänomen rotating stall zu erlangen. Ein wichtiges Hilfsmittel ist die Spektralanalyse. Die Fourier-Transformation ist für die Analyse sehr nützlich, allerdings ist die Methode für die Lokalisierung von transienten Effekten in der Zeit nur bedingt geeignet. Dies ist notwendig, wenn man das Einsetzen des Strömungsabrisses (sog. „stall inception“) in Abhängigkeit von der Zeit untersuchen möchte. Für eine Zeit-Frequenz-Analyse ist die Wavelet-Transformation das Mittel der Wahl. Ähnlich der Fourier-Transformation wird das Zeitsignal als eine Überlagerung von Basisfunktionen dargestellt, die allerdings nur lokal in der Zeit definiert sind. Die spektrale Analyse ist vor allem vor dem Hintergrund der möglichen Schwingungsanregung durch fluktuierende Kräfte wichtig. Voraussetzung für eine gefährliche Resonanz ist, dass die Anregungsfrequenz mit einer Eigenfrequenz des Rotors übereinstimmt. Daneben ist ebenfalls von Bedeutung, wie die angreifenden Kräfte lokal verteilt sind. Eine solche orts aufgelöste Analyse des Druckfeldes auf der Oberfläche im rotierenden Relativsystem ist mit Messungen kaum zu erreichen, allerdings mit einer CFD Simulation nur eine Frage der Datenauswertung. Es wird gezeigt, wie die Druckverteilung mit Hilfe orts aufgelöster Fourier-Transformation für bestimmte Frequenzen phasengenau dargestellt werden kann. Man erhält auf diese Weise eine Information, die man in Analogie zu den Eigenformen der Strukturanalyse als „Anregungsform“ bezeichnen kann.

Neben der spektralen Analyse des Druck - und Geschwindigkeitsfeldes ist eine Analyse der Topologie der Strömung von großer Bedeutung. Die Frage ist z.B. wie sich die Wirbel relativ zum Laufrad bewegen. Für die Beantwortung dieser Frage werden Methoden zur Identifikation von Wirbelzentren implementiert und die Bewegung mit Hilfe von Algorithmen des Particle Tracking analysiert. Dies gewährt tiefe Einblicke in die Natur des Phänomens. Es wird außerdem gezeigt, wie eine orts aufgelöste Fourier-Transformation zur Phasenmittelung des Strömungsfeldes genutzt werden kann. Da dem rotating stall eine starke turbulente Fluktuation überlagert ist, kommt der Reduktion der Information eine entscheidende Bedeutung zu.

Die Einführung in das Thema wird an dieser Stelle abgeschlossen mit drei wesentlichen Fragestellungen. Diese Fragen, welche im Rahmen dieser Arbeit bearbeitet werden sollen, werden wie folgt formuliert:

1. Sind die heute verfügbaren Modelle zur Beschreibung turbulenter Strömungen geeignet, die instabile wirbelbehaftete Strömung in einer Turbomaschine im Teillastbereich mit ausreichender Genauigkeit zu beschreiben? Was muss beachtet werden, um eine aussagekräftige Lösung zu erhalten?
2. Welche Erkenntnisse über das Phänomen rotating stall lassen sich mit Hilfe der detaillierten Analyse der Ergebnisse einer numerischen Simulation der zeitabhängigen Strömung gewinnen? Wie lassen sich die Daten sinnvoll auf wesentliche Phänomene fokussieren?
3. Wie kann eine mögliche Anregung von Strukturschwingungen des Laufrades durch instabile Strömungszustände bewertet werden?

Die Frage 1 zielt auf eine Verifikation und Validierung der Simulationen ab. Insbesondere für hybride Modelle sind für komplexe technische Strömungen wenige Vergleiche mit Messungen publiziert. Die Überlegenheit dieser Ansätze wird oftmals lediglich qualitativ durch die Fähigkeit zur Auflösung von Fluktuationen gezeigt [43]. Es wird eine detaillierte Bewertung von Fehlern und Unsicherheiten von Messung und Simulation vorgenommen. Die Frage 2 zielt vor allem auf die Analyse der komplexen dreidimensionalen Strömung ab. Eine Rolle spielen dabei insbesondere Analyseverfahren, die eine Reduktion der Informationen auf das Wesentliche ermöglichen. Dies betrifft auch das Einsetzen von rotating stall und dessen Detektion. Des weiteren soll geklärt werden, wo sich rotating stall am besten detektieren lässt. Solche Informationen sind auch für Messungen im Feld von Interesse. Die dritte Frage fokussiert die Ermittlung der Fluid induzierten Lasten. Zu diesem Zweck wird die Druckfluktuation auf den Oberflächen des Laufrades im Relativsystem ausgewertet. Die Arbeiten sind zum großen Teil Bestandteil des AiF Projekts „Dynamische Lasten“. Im Rahmen dieses Projektes werden in Zusammenarbeit mit dem Institut für Mechanik der Otto-von-Guericke Universität Magdeburg gekoppelte Fluid-Struktur Simulationen durchgeführt, die allerdings nicht Bestandteil dieser Arbeit sind.

Da die Rechenzeiten der vorliegenden Simulationen enorm sind, ist die Analyse auf wenige ausgewählte Fälle beschränkt. Im Fall von rotating stall laufen großskalige Wirbel relativ zum Rotor um. Daher ist der Einsatz von sog. „Phase-lagged periodic boundary conditions“ (siehe z.B. [38]) ausgeschlossen. Mit dieser Methode lassen sich instationäre periodische Strömungen in Turbomaschinen mit unterschiedlicher Zahl von Rotor und Stator Komponenten auf jeweils 1 Teilung reduzieren (z.B. 1 Schaufelkanal und Spiralgehäuse). Mit der derzeit verfügbaren Rechentechnik sind umfangreiche Parametervariationen im Sinne einer Minimierung von Fluid induzierten Schwingungen nicht durchführbar. Die aufwändige instationäre Simulation der Strömung kann aber einen Beitrag zur Erkennung und damit zur Vermeidung möglicher Resonanzprobleme durch Fluid induzierte Schwingungen leisten.

2 Instationäre Effekte in Turbomaschinen

Im Betrieb einer Strömungsmaschine treten abhängig vom Betriebspunkt verschiedene Strömungszustände auf. Im Auslegungspunkt, welcher bei gut ausgelegten Maschinen mit dem Punkt des höchsten Wirkungsgrades zusammenfällt, wird in der Regel eine stationäre Strömung angenommen. Im mit dem Rotor bewegten Relativsystem ist die Annahme einer stationären Strömung oft gerechtfertigt. Es gibt allerdings eine Reihe von Ausnahmen, auf die in diesem Kapitel eingegangen wird.

Die Strömung im Absolutsystem ist allein durch die Drehung des Rotors immer instationär. Die Nachlaufzellen der einzelnen Schaufeln laufen mit der Drehfrequenz des Rotors im Stator um. Um den Rechenaufwand zu reduzieren, wird trotzdem oft stationär gerechnet. Zu diesem Zweck wurden zwei Konzepte der Kopplung von rotierenden und stehenden Rechengebieten eingeführt. Das „Mixing Plane“ Konzept beruht auf einer Mittelung der Daten in der Kopplungsfläche. Die Daten werden in Umfangsrichtung gemittelt, und nur die Mittelwerte werden in das Stator Gebiet übergeben. Die Störungen durch Nachläufe der Schaufel werden bei diesem Konzept vernachlässigt. Der zweite Ansatz wird als „Frozen Rotor“ Konzept bezeichnet. Hier wird die Strömung eingefroren in der aktuellen Rotorposition stationär gerechnet. Auf diese Weise können die Nachläufe der Schaufeln die Strömung im Gehäuse beeinflussen. Die zeitliche Bewegung der Schaufeln wird nicht berücksichtigt. Um die Abhängigkeit von der aktuellen Rotorposition zu untersuchen, kann der Rotor um einen Bruchteil des Teilungswinkels zwischen zwei Schaufeln gedreht werden. Für diese Position kann dann eine neue stationäre Strömungssimulation durchgeführt werden. Untersuchungen dieser Art finden sich z.B. in der Dissertation von Treutz [130]. Die Annahme einer stationären Strömung bildet die Grundlage für die bei weitem meisten Strömungssimulationen in Turbomaschinen. Zudem wird oft von einer periodischen Strömung in den einzelnen Schaufelkanälen ausgegangen. Damit reduziert sich im Idealfall das Rechengebiet auf eine Schaufelteilung. Die Verfügbarkeit von hoher Rechenleistung ermöglicht für diesen Fall umfangreiche Parametervariationen zur Optimierung der Maschinen.

Es treten in der realen Maschine allerdings eine Reihe von instationären Phänomenen auf, die im Folgenden diskutiert werden. Eine zeitabhängige Berechnung der Strömung bedeutet in der Regel eine enorme Steigerung des Berechnungsaufwandes. Trotzdem wird durch die zunehmende Verfügbarkeit von Hoch- und Höchstleistungsrechnern sowie die Weiterentwicklung von numerischen Methoden und physikalischen Modellen auch die Berechnung instationärer Strömungen möglich. Damit wird der Ingenieur in die Lage ver-

setzt, instabile Strömungen in der Maschine vorherzusagen, und die daraus resultierenden dynamischen Lasten zu ermitteln. Dies ist von großer Bedeutung, da die Anforderungen an die Maschinen (Wirkungsgrad, Druckerhöhung, Lärmemission usw.) steigen und die Materialien oft bis an die Grenze der Festigkeit belastet werden.

2.1 Klassifizierung von dynamischen Strömungszuständen in rotierenden Maschinen

Die Strömung durch eine Turbomaschine ist auch im Relativsystem nicht stationär. Es gibt eine Reihe von instationären Effekten, die in Tabelle 2.1 aufgelistet sind. Eine stationäre Strömung im Relativsystem wie oben beschrieben ist nur denkbar, solange das Strömungsfeld vor und hinter dem Laufrad rotationssymmetrisch ist. Da sich an ein Laufrad in der Regel Leiteinrichtungen z.B. in Form eines Spiralgehäuses anschließen, resultiert eine Rückwirkung des Leitapparates auf die Durchströmung des Laufrades. Eine Sammelspirale kann nur für einen bestimmten Abströmwinkel ausgelegt werden. Bei Abweichungen vom Auslegungspunkt resultiert eine Störung der Rotationssymmetrie des Druckfeldes mit einem Drucksprung an der Zunge. Die Rückwirkung des unsymmetrischen Druckfeldes äußert sich durch Fluktuationen des Strömungsfeldes mit Drehfrequenz (Relativsystem) bzw. Schaufelfrequenz¹ (Absolutsystem) beim Vorbeistreichen der Schaufeln an der Zunge eines Spiralgehäuses. Die hier beschriebene Instationarität ist eine Form der Rotor-Stator-Interaktion. Die Rotor-Stator-Interaktion ist in vielen Fällen auch der dominante Anregungsmechanismus für Laufradschwingungen. Die Frage bei welcher Drehzahl eine bestimmte Eigenform des Laufrades zu Resonanzschwingungen angeregt werden kann, wird in Kapitel 7.2.1 ausführlich diskutiert.

Die Rotor-Stator-Interaktion ist eine Instationarität, welche in jedem Betriebspunkt auftritt und nicht vermieden werden kann. Eine Asymmetrie der Zuströmung wie sie z.B. durch Krümmer oder andere Einbauten in der Saugleitung hervorgerufen werden kann, ist ebenfalls in diese Klasse zu zählen. Ein weiterer Typ von Instationaritäten, die in jedem Betriebspunkt auftreten, sind turbulente Schwankungsbewegungen. Turbulenz tritt in einem weiten Bereich von Zeit- und Längenskalen auf. In einigen Fällen wie z.B. der von außen aufgeprägten Rotor-Stator-Interaktion spricht man von einer Skalentrennung turbulenter Skalen und Skalen der Primärströmung. Hier ist der Einsatz von RANS bzw. URANS (Unsteady RANS) gerechtfertigt. Bei Simulationen im Bereich des Optimalpunktes ist dies oft der Fall. In der Regel wird die Turbulenz mit RANS modelliert. In instabilen Betriebspunkten bzw. im Fall von starken Ablösungen ist dieser Ansatz fraglich. Von einer Vorhersage mit Modellen, die zumindest einen Teil der turbulenten Fluktuationen vorhersagen, sind potentiell bessere Ergebnisse zu erwarten.

Neben den bislang genannten Typen gibt es instationäre Phänomene, die im labilen Bereich der Kennlinie auftreten können. Als labiler Ast wird dabei der Bereich der Kennlinie mit positiver Steigung verstanden. Bei Reduzierung der Fördermenge unter das Maximum der Druckerhöhung können verschiedene instabile Betriebszustände auftreten. Diese Zu-

¹Die Schaufelfrequenz bezeichnet an dieser Stelle keine mechanische Eigenfrequenz einer Schaufel, sondern die Blattfolgefrequenz, d.h. Drehfrequenz multipliziert mit der Schaufelzahl.

Typ der Instationarität	Abmessung	typische Zeitskalen
Turbulenz	$< \text{Schaufellänge}$	$< 10^{-4} \text{ s}$
Nachläufe von Rotor / Stator	1 Sehnenlänge	10^{-4} s
Störungen am Eintritt	Umfang bzw. Radius	$5 \cdot 10^{-3} \text{ s}$
rotativ stall	Umfang bzw. Radius	10^{-2} s
Pumpen	Länge der Maschine	10^{-1} s

Tabelle 2.1: Typische instationäre Strömungszustände am Beispiel einer Axialmaschine mit 50 Schaufeln, 12000 U/min, in Anlehnung an [53]

stände sind zum Einen das Pumpen, engl. „surge“, sowie das rotierende Abreißen „rotating stall“. Im Folgenden wird für das rotierende Abreißen der weiter verbreitete englische Ausdruck verwendet. Rotating stall kann allerdings unter Umständen auf dem stabilen Ast der Kennlinie d.h. vor dem Erreichen der maximalen Druckerhöhung auftreten. Beide Phänomene sind immer mit starken Fluktuationen der Strömungsgrößen verbunden und können damit zur Schwingungsanregung der durchströmten Bauteile führen. Eine detailliertere Beschreibung von rotating stall und dem Pumpen sowie eine Abgrenzung des stabilen Betriebsbereiches werden im folgenden Abschnitt gegeben. Im Wesentlichen lassen sich demnach drei Klassen von instationären Effekten unterscheiden, die Rotor-Stator-Interaktion, Turbulenz und instabile Strömungszustände. Für diese Arbeit sind die beiden zuletzt genannten von besonderem Interesse.

2.2 Stabilität von Kompressionssystemen

Zur Abgrenzung des stabilen Bereiches wird die Kennlinie einer Pumpe gemäß Abbildung 2.1 betrachtet. Der jeweilige Betriebspunkt ergibt sich dabei als Schnittpunkt zwischen Pumpen- und Verbraucherkennlinie. Die Verbraucherkennlinie ergibt sich aus der statischen Druckerhöhung bei Nullförderung und des Druckverlusts. Der Druckverlust (Δp_{dyn}) ist vom Volumenstrom abhängig und parabelförmig. Für einen Versuchsstand, bei dem die Förderung in einem Kreislauf erfolgt, gibt es in der Regel keine statische Druckerhöhung. Statische Druckerhöhung liegt z.B. bei der Förderung in einen Druckbehälter oder in ein Oberbecken vor. Im Diagramm 2.1 sind drei unterschiedliche Verbraucherkennlinien eingezeichnet, die z.B. durch unterschiedliche Ventilstellungen eines Drosselventils erzeugt werden können. Im Diagramm sieht man ebenfalls den Optimalpunkt der Maschine, der in der Regel deutlich rechts vom Maximum der Förderhöhe liegt. Der Optimalpunkt der Maschine ist durch den höchsten Wirkungsgrad gekennzeichnet. In der Regel fällt er mit einer stoßfreien Anströmung zusammen, d.h. der Strömungswinkel im Relativsystem stimmt mit dem Schaufelwinkel an der Eintrittskante überein. Der Bereich rechts des Maximums, d.h. bei hohen Volumenströmen, ist stabil gegen Störungen. Dies wird in Abbildung 2.2 gezeigt. Ausgehend vom Punkt A bewirkt eine kleine Störung in Form einer Reduktion des Volumenstromes einen geringeren Druckverlust auf der Verbraucher-

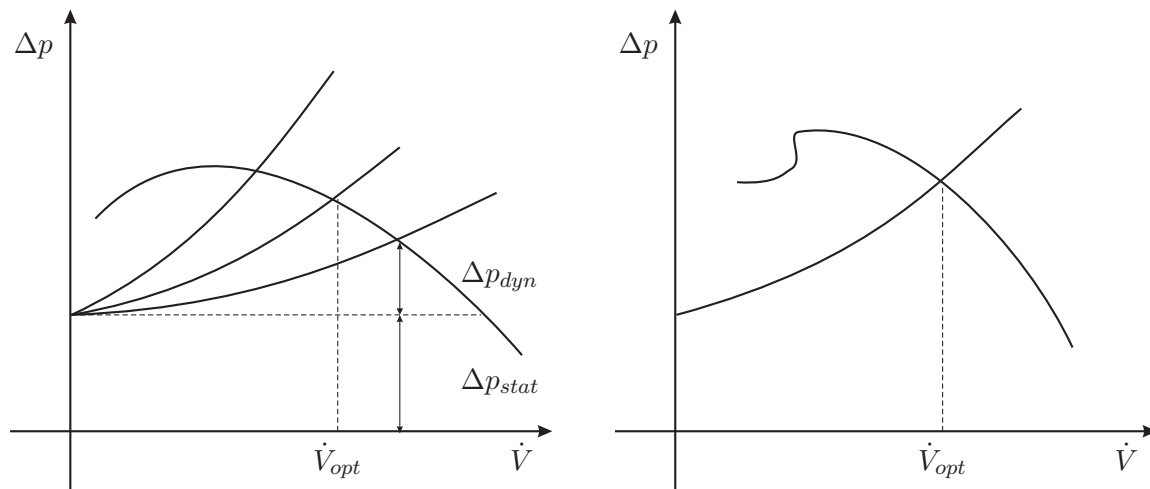


Abbildung 2.1: Typische Kennlinie einer Kreiselpumpe und eines Axialverdichters

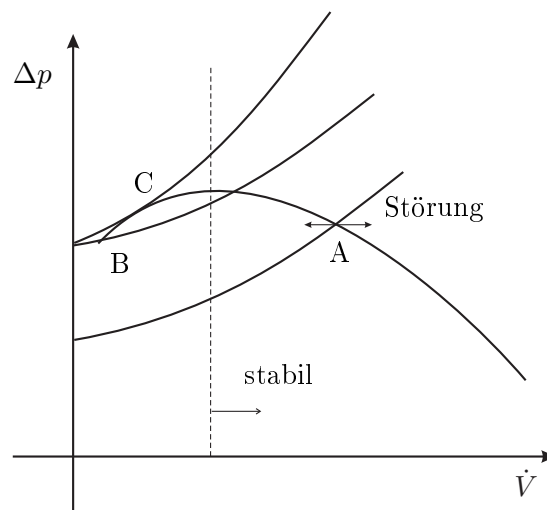


Abbildung 2.2: Statische Stabilität eines Kompressionssystems

kennlinie. Die Druckerhöhung durch die Pumpe ist bei diesem niedrigeren Volumenstrom höher, so dass eine resultierende Druckkraft entsteht, die den Volumenstrom wieder erhöht. Dementsprechend ist das System auch bei positiver Störung des Volumenstromes stabil. Bei einer positiven Störung des Volumenstromes steigt der Druckverlust durch den Verbraucher. Die Druckerhöhung durch die Pumpe ist geringer, damit muss der Volumenstrom wieder absinken. Anders stellt sich die Situation links vom Maximum der Kennlinie d.h. im tiefen Teillastgebiet dar (Punkte B und C). In diesem Bereich kann Instabilität auftreten. Die Stabilität in diesem Punkt hängt von der Steigung der Verbraucherkennlinie ab. Die maximale statische Druckerhöhung wird erreicht, wenn die beiden Kurven sich tangieren (Punkt C). Bei weiterer Verringerung der Steigung der Verbraucherkennlinie ist das System nicht mehr gegen Störungen stabil. Wird ausgehend von Punkt C der Volumenstrom verringert, fällt auch der Druckabfall durch den Verbraucher. Bei vermindertem Volumenstrom wird die Druckerhöhung durch die Pumpe allerdings kleiner als der Bedarf. Damit fällt die Fördermenge weiter und das System entfernt sich weiter vom Initialpunkt,

Störungen werden angefacht. Die Bedingung für Instabilität ist demnach, dass die Verbraucherkenlinie flacher als die Pumpenkenlinie verläuft. Man erkennt, dass diese Form der Instabilität durch das Zusammenspiel von Verbraucher und Pumpenkenlinie erzeugt wird. Für einen typischen Axialverdichter ist die Kennlinie durch eine Unstetigkeit bei hohen Drücken gekennzeichnet. Diese Maschinen sind demzufolge durch eine geringere Stabilität gekennzeichnet 2.1.

Das hier diskutierte einfache Stabilitätskriterium wird nach Greitzer [52] als „statische“ Stabilität bezeichnet. Im realen Betrieb treten aber oftmals Instabilitäten auf, obwohl die Kennlinie statisch stabil ist. Für eine Analyse dieser „dynamischen“ Stabilität ist es notwendig, weitere Informationen des Systems mit einzubeziehen. Dabei kann das System als ein schwingfähiger Helmholtz-Resonator aufgefasst werden. Diese Formen der Instabilität werden im Folgenden detaillierter besprochen.

2.3 Rotating stall als Teillastinstabilität

Der minimale Durchsatz bei dem eine Strömungsmaschine stabil fördert wird im Teillastbereich durch das Auftreten transienter Strömungszustände begrenzt. Für Verdichter wird die Abgrenzung des stabilen Bereiches oftmals mit „surge line“ bezeichnet. In der Regel tritt an der Stabilitätsgrenze allerdings nicht das Pumpen, sondern Strömungsabriss auf. Das Pumpen setzt oft erst bei niedrigeren Volumenströmen ein. Bei Unterschreiten dieser kritischen Betriebspunkte sind erhöhte dynamische Lasten auf die strömungsführenden Bauteile die Folge, welche zu Schwingungen der durchströmten Bauteile führen können. Nach Pampreen [103] gibt es zwei Faktoren, die den stabilen Betrieb begrenzen. Die Strömung um eine Schaufel ist zumindest für Axialmaschinen mit der Strömung um einen Tragflügel bzw. durch ein Flügelgitter vergleichbar. Übersteigt der Anstellwinkel einen kritischen Wert kommt es wie beim Tragflügel zum Strömungsabriss, der mit einem Zusammenbruch des Auftriebs verbunden ist. Zusätzlich besteht auf Grund der Strömung gegen einen steigenden Druck immer die Gefahr von Strömungsablösungen. Wird der Querschnittsverlauf des Schaufelkanals erweitert (Diffusorströmung) wird diese Tendenz zur Ablösung weiter verstärkt. Die Untersuchungen von Diffusorströmungen zeigen einen Strömungsabriss bei zu starker Querschnittserweiterung, der einen Zusammenbruch der Rückgewinnung des statischen Drucks zur Folge hat. Aus diesem Grund ist der Wirkungsgrad von Arbeitsmaschinen (Pumpen, Verdichter) in der Regel niedriger als der Wirkungsgrad von Turbinen. In einer Turbinenstufe sinkt der Druck in Strömungsrichtung. Aus diesem Grund neigt die Strömung in der Turbine im Vergleich zum Verdichter wesentlich weniger zur Ablösung.

Die genannten Phänomene sind stark ausgeprägt in axialen Maschinen, werden aber auch in Radialpumpen und Kompressoren beobachtet. Die meisten experimentellen als auch theoretischen Untersuchungen wurden aber bisher an Axialkompressoren durchgeführt [103]. Es wird zwischen den beiden bereits genannten Formen der Instabilität unterschieden. Sowohl rotating stall als auch „surge“ können sich in Abhängigkeit vom Kompressionssystem einstellen. Rotating stall ist durch das Umlaufen von Ablösegebieten relativ zum Rotor mit einer festen messbaren Umlaufgeschwindigkeit charakterisiert. Damit liegt eine definierte Anregungsfrequenz vor, die zu Fluid induzierten Schwingungen führen kann.

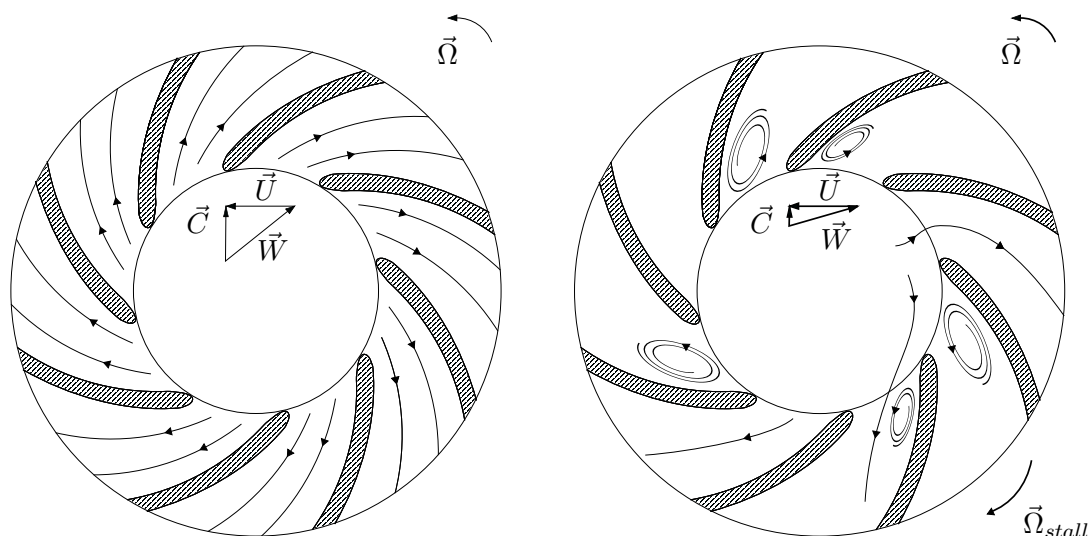


Abbildung 2.3: Geschwindigkeitsdreiecke an der Eintrittskante eines Radialrades im Optimalpunkt und bei Teillast

Bei Drosselung der Maschine stellt sich das rotierende Abreißen oft vor dem Pumpen ein. Pumpschwingungen sind durch Umkehrung der Strömungsrichtung in der Maschine gekennzeichnet. Die Pumpe kann den geforderten Druck in der Druckleitung nicht überwinden, die Folge ist eine Durchströmung von der Druck- zur Saugseite. Für das Auftreten von Pumpschwingungen sind elastische Elemente z.B. ein Druckspeicher notwendig. Im Falle eines Turboverdichters ist die Elastizität durch Kompressibilität der Luft immer gegeben. Oftmals werden Pumpschwingungen als Helmholtz-Resonator modelliert, d.h. es können Schwingungen des Luftvolumens in den Leitungen bedingt durch die Kompressibilität der Luft auftreten. Ein Beispiel für ein solches Modell ist das Parametermodell von Greitzer [50]. Für Radialkompressoren liegt die Pumpgrenze je nach Ausführung bei etwa 40 bis 60 % des Nennvolumenstroms, bei Axialkompressoren noch deutlich darüber [104]. Im Fall einer Wasserpumpe fehlt diese Kompressibilität des Fluids. Pumpschwingungen können daher nur auftreten, wenn die Elastizität durch andere Komponenten im System gegeben ist. Dies kann z.B. ein Speicher sein, der befüllt wird und sich wieder entleeren kann [104]. Die Elastizität der Rohrleitungen kann ebenfalls zum Entstehen von Pumpschwingungen beitragen. Bei Wasserförderung ohne bzw. mit kleinem Speicher sind die Elastizität des Fluids und der Rohrleitung gering. Es treten in der Regel keine Pumpschwingungen auf.

Bedingt durch die Umkehrung der Strömungsrichtung in der Maschine treten während des Pumpens starke Amplituden der instationären Fluidkräfte auf, die zu einer Zerstörung der Maschine führen können. Ein Betrieb im Pumpen ist in jedem Fall zu vermeiden. Das Pumpen als extremer Betriebszustand soll im Rahmen dieser Arbeit nicht weiter untersucht werden.

Im Folgenden werden Entstehungsmechanismen für das rotierende Abreißen präsentiert. Im Gegensatz zu dem oben beschriebenen Abreißen der Strömung an einem Tragflügel beeinflussen sich die eng stehenden Schaufeln in einer Turbomaschine gegenseitig. Nach Emmons [34] entsteht rotating stall durch eine Fehlanströmung der Eintrittskante bei Teil-

last. Die Fehlanströmung der Eintrittskante kann leicht durch Geschwindigkeitsdreiecke verdeutlicht werden (Abb. 2.3). Ein Geschwindigkeitsdreieck zeigt die Geschwindigkeit im Absolutsystem \vec{C} als Vektorsumme von Geschwindigkeit im drehenden Relativsystem \vec{W} und der Umfangsgeschwindigkeit \vec{U} . Im Optimalpunkt stimmt der Winkel, den die Relativgeschwindigkeit mit der Umfangsrichtung bildet, mit dem Schaufelwinkel an der Eintrittskante überein. Im Bild 2.3 wird eine drallfreie Zuströmung angenommen. In diesem Fall ist die Geschwindigkeit im Absolutsystem rein radial gerichtet. Bei gleicher Umfangsgeschwindigkeit führt eine Verringerung des Volumenstromes zu einer Abnahme der Radialkomponente im Geschwindigkeitsdreieck. Die Folge ist eine Änderung der Strömungsrichtung der Relativgeschwindigkeit, der Strömungswinkel wird flacher. Die Strömungsrichtung stimmt im Gegensatz zum Auslegungspunkt nicht mehr mit der Schaufelrichtung überein. In Folge dessen verschiebt sich der Staupunkt auf die Druckseite, es entstehen Ablösungen der Strömung auf der Saugseite der Schaufel.

Die Kräfte im rotierenden System beeinflussen wesentlich die Verteilung des Fluids im Kanal. Es gilt die Annahme, dass sich das Fluid auf einer Bahn bewegt, die kongruent zur Schaufelkontur ist. Im Relativsystem wirken auf ein Fluidelement die in Abbildung 2.4 gezeigten Kräfte [55]. Zusätzlich wird das Fluid entlang der Bahn beschleunigt, für die folgenden Betrachtungen sind nur Kräfte, die normal zur Fluidbahn wirken von Interesse. Die Zentrifugalkraft \vec{F}_{z1} wirkt radial nach außen. Man kann diese Kraft in zwei Anteile normal und tangential zur Bahn zerlegen. Da sich das Fluid auf einer gekrümmten Bahn bewegt, wirkt zusätzlich eine Zentrifugalkraft \vec{F}_{z2} normal auf dem aktuellen Kurvenradius. Für die typischen rückwärts gekrümmten Schaufeln ist diese Kraft in Richtung der Saugseite der Schaufel gerichtet. Diese beiden Anteile bewirken also eine Verdrängung des Fluides von der Druckseite zur Saugseite der Schaufel. Auf ein bewegtes Fluidelement in einem rotierenden System wirkt außerdem die Corioliskraft \vec{F}_c . Diese Kraft wirkt normal zur Fluidbahn in Richtung der Druckseite der Schaufel. Die Corioliskraft drängt das Fluid von der Saugseite ab, die Folge ist eine erhöhte Ablösegefahr auf der Saugseite des Schaufelkanals. Insbesondere bei radialen Schaufeln (Schaufelwinkel um 90 Grad) dominiert die Wirkung der Corioliskraft. Messungen in rotierenden Kanälen zeigen eine klare Verdrängung des Fluids von der Saugseite zur Druckseite des Kanals [55]. Dies ist der Grund, warum in vielen radialen Turbomaschinen eine „jet-wake“ Struktur festgestellt wird. Die Geschwindigkeit zeigt ein Defizit der Relativgeschwindigkeit auf der Saugseite (wake) und eine Überhöhung auf der Druckseite (jet).

Im tiefen Teillastgebiet treten zunächst die genannten Ablösungen der Strömung auf. Unterhalb eines kritischen Volumenstromes kann eine kleine Störung der Anströmung das komplette Abreißen der Strömung an einer oder mehreren Schaufeln verursachen. Dadurch wird der Kanal für das Durchströmen versperrt und das Fluid weicht auf die benachbarten Kanäle aus. Die Strömung wird vor dem versperrten Kanal aufgestaut und erfährt eine Änderung der Strömungsrichtung. Dadurch wird der Anstellwinkel des in Drehrichtung nachfolgenden Kanals erhöht und die Anströmung stabilisiert. Der nächste Kanal entgegen der Drehrichtung erfährt eine Verkleinerung des Anstellwinkels, was wiederum zum Strömungsabriss führt. Die Folge ist ein Rotieren des Ablösegebietes entgegen der Drehrichtung im Relativsystem. Feldmessungen der Geschwindigkeit im Laufrad einer Kreiselpumpe von Krause et al. [80] mit zeitlich hoch aufgelöster PIV zeigen deutlich das Rotieren von großskaligen Ablösegebieten. Abbildung 2.5 zeigt instantane Geschwindigkeitsfelder

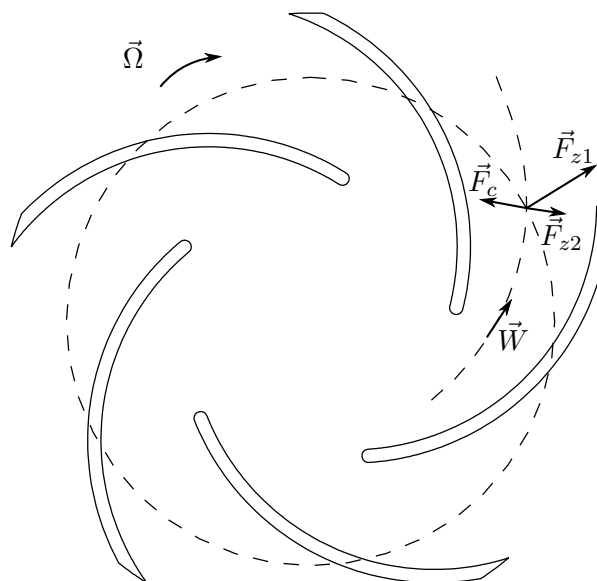


Abbildung 2.4: Kräfte auf ein Fluidteilchen im rotierenden Bezugssystem

in einem Schaufelkanal. Dieser Betriebspunkt ist durch ausgeprägtes rotating stall gekennzeichnet. Die Messungen zeigen ein periodisches Strömungsfeld, das einen Wechsel zwischen „gesunder“ und blockierter Kanalströmung zeigt. Die Wiederholfrequenz wird mit 78 % der Drehfrequenz angegeben. Die Entstehung von rotating stall nach Emmons ist ein noch heute akzeptiertes Modell. Im Absolutsystem wird in der Regel ein Rotieren in Drehrichtung mit einer Geschwindigkeit zwischen 10 und 90 % der Rotordrehzahl beobachtet [103]. Im Relativsystem rotiert der stall damit entgegen der Drehrichtung. Es ist allerdings auch ein Rotieren von Ablösegebieten in Drehrichtung beobachtet worden [90]. Der Autor beschreibt hier rotating stall auf der Druckseite („p-stall“) bei hoher Überlast. Das Untersuchungsobjekt in dieser Arbeit war ein Radialventilator. Im Allgemeinen kann das Ablösegebiet einen oder mehrere Kanäle umfassen. Letzteres ist vor allem bei eng stehenden Schaufeln der Fall. In vielen Fällen wurden mehrere Ablösegebiete beobachtet, die gleichzeitig im Laufrad rotieren [103].

Rotating stall ist allerdings nicht auf beschauelte Kanäle beschränkt. In der Arbeit von Jansen [68] wird rotating stall in einem schaufelloren Diffusor nachgewiesen. Der Autor gibt auch ein theoretisches Modell zur Erklärung an. Als Ursache für das Phänomen werden abgelöste dreidimensionale Grenzschichtströmungen genannt. Dies ist insofern von Bedeutung, da Radialmaschinen oft einfache parallelwandige schaufellore Diffusoren nachgeschaltet werden. Der Druckrückgewinn erfolgt hier sowohl durch die Diffusorströmung als auch durch die Abnahme der Geschwindigkeit nach dem Drallsatz. Die Instabilität im Diffusor kann eine instabile Strömung im Rotor auslösen und ist damit ebenfalls eine wichtige Quelle dynamischer Fluidkräfte.

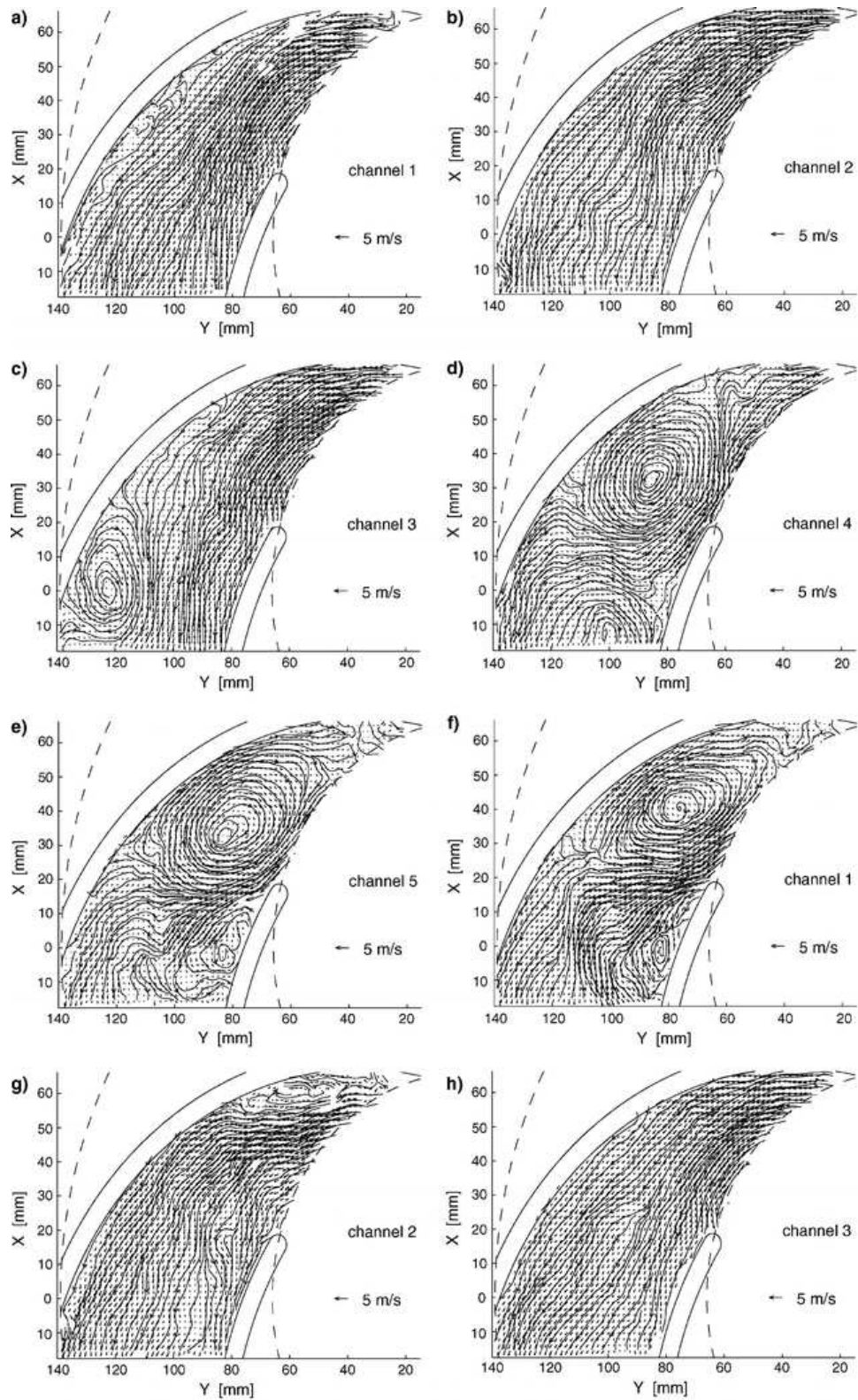


Abbildung 2.5: Periodisches Strömungsfeld während des rotating stall in einer Kreiselpumpe, Messungen von Krause et. al [80], mit freundlicher Genehmigung des Springer Verlags

2.4 Modellierung der Stabilität von Kompressoren

Die ersten Untersuchungen zur Teillaststabilität von Kompressoren stammen aus den 1940er Jahren. Die Forschung wurde dabei von Schadensfällen an Kompressoren in Flugzeugtriebwerken initiiert. Emmons et. al [34] waren die ersten, die zwischen rotating stall und surge unterschieden haben. Sie haben ein erstes Modell zur Erklärung des Phänomens angegeben. Dieses linearisierte Modell beruht auf Störungen einer Potentialströmung durch eine Axialmaschine. Damit lässt sich die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Ablösegebiete bestimmen. Es existieren noch eine Reihe weiterer Modelle aus den 50er und 60er Jahren, die im Buch von Pampreen [103] analysiert und verglichen werden. Ein noch heute weit verbreitetes Modell zur Beschreibung des Systemverhaltens ist das Parametermodell von Greitzer [50, 51] aus dem Jahre 1976. Das Kompressionssystem setzt sich in diesem Modell aus den folgenden Komponenten zusammen: die Druckleitung mit einem als Impulsquelle idealisierten Verdichter, die druckseitige Rohrleitung mit Drosselung und dazwischen ein Plenum mit großem Fluidvolumen. Die Kompressibilität des Fluidvolumens im Plenum V_P wirkt als elastisches Element ähnlich wie bei einem Helmholtz-Resonator. Durch Fluktuation des Druckes am Austritt des Verdichters erfolgt eine Beschleunigung der Fluidmasse im Rohr. Das transiente Verhalten wird mit Hilfe von gewöhnlichen Differentialgleichungen beschrieben und für verschiedene Verdichterdaten gelöst. Es wird gezeigt, dass das Modell im Wesentlichen vom sog. B-Parameter abhängt.

$$B = \frac{U}{2a} \sqrt{\frac{V_P}{A_C L_C}} = \frac{U}{2\omega_H L_C} \quad (2.1)$$

Die Geschwindigkeit U in Gl. 2.1 ist die mittlere Umfangsgeschwindigkeit, A_C und L_C sind charakteristische Längen bzw. Flächen der Druckleitung bis zum Plenum und a bezeichnet die Schallgeschwindigkeit des Fluids. Der B - Parameter ist eine dimensionslose Eigenfrequenz des Helmholtz-Resonators, welche in Gleichung 2.2 definiert ist.

$$\omega_H = a \sqrt{\frac{A_c}{V_P L_C}} \quad (2.2)$$

Für niedrige Werte von $B < 0,7$ ergeben sich gedämpfte Schwingungen, die in einen stationären Betriebspunkt konvergieren. Die Kennlinie weist an dieser Stelle einen Sprung auf. Dieses Verhalten ist typisch für das Auftreten von rotating stall. Größere Werte von B führen zum oben beschriebenen Pumpen als Systeminstabilität.

2.5 Stand der Technik

In diesem Abschnitt soll der aktuelle Stand der Technik in Bezug auf die Fragestellungen der Arbeit präsentiert werden. Dieser Teil gliedert sich in zwei Abschnitte. Der erste Teil gibt einen Überblick über die Literatur zum Thema Schwingungsanregung von Turbomaschinen durch instabile Strömungszustände. Die vorliegende Arbeit fokussiert auf die numerische Simulation instabiler Strömungszustände in Turbomaschinen. Der zweite

Abschnitt widmet sich aus diesem Grund dem Stand der Technik auf diesem Gebiet. Obgleich die radialen Turbomaschinen im Fokus dieser Arbeit stehen, wird an dieser Stelle insbesondere auf die Fortschritte bei der Simulation von rotating stall für Axialmaschinen eingegangen. Dabei ist ein Schwerpunkt die Modellierung der turbulenten Strömung mit „höherwertigen“ Turbulenz auflösenden Modellen. Am Ende des jeweiligen Abschnittes wird kurz auf die offenen Fragestellungen eingegangen. Damit soll die Motivation für diese Arbeit herausgestellt werden.

2.5.1 Schwingungsanregung von Turbomaschinen durch instationäre Fluidkräfte

²„Die Anregung von Strukturschwingungen in Strömungsmaschinen durch Fluid induzierte Schwingungen wurde in einer Reihe von Studien zumeist experimentell untersucht. Ein großer Teil der Literatur konzentriert sich auf Axialmaschinen. Im Rahmen dieser Arbeit stehen die radialen Strömungsmaschinen im Vordergrund. Daher sind die folgenden Ausführungen auf Radialmaschinen fokussiert. Insbesondere aus dem Bereich der hoch belasteten Radialkompressoren wurden Schwingungen an Laufrädern beobachtet und die entsprechenden Ergebnisse veröffentlicht, einen Überblick gibt die Arbeit von Sorokes und Marshall [119]. Eine Hauptquelle für Fluid induzierte Schwingungsanregung ist die Interaktion von Rotor- und Statorströmung. Die meisten radialen Maschinen haben ein spiralförmiges Sammelgehäuse hinter dem Laufrad. Ein Spiralgehäuse prägt dem Rotor am Austritt in der Regel ein unsymmetrisches Druckfeld auf. Insbesondere im Bereich der Spiralzunge ist ein Drucksprung zu erwarten. Bei Abweichungen vom Auslegungspunkt verstärkt sich dieser Effekt, da ein Spiralgehäuse für einen bestimmten Abströmwinkel ausgelegt wird. Die Asymmetrie des Druckfeldes am Laufradaustritt in Abhängigkeit vom Betriebspunkt wurde u.a. im Buch von Eckert und Schnell [31] dargestellt. Die Arbeit von Haupt und Rautenberg [59] zeigt die Anregung von Schaufelschwingungen eines Radialkompressors durch ein unsymmetrisches Druckfeld. Die Asymmetrie kann dabei sowohl stromauf als auch stromab erzeugt werden. Die Schwingungsanregung von Kreiselpumpen durch die Strömung wurde von Bross und Müller [11] dokumentiert. Als wesentliche Quelle der Anregung werden die Rotor-Stator-Interaktion, Kavitation und instationäre Ablösungen insbesondere im Teillastbetrieb genannt. Im konkreten Fall wurden Schwingungen durch einen Teillastwirbel im Eintrittsbereich bzw. durch Interaktion des Laufrades mit dem Leitrad ausgelöst. Die Autoren weisen darauf hin, dass eine Zuordnung der Schwingung zu einer bestimmten Instabilität insbesondere im Teillastbetrieb nur sehr schwer möglich ist. Einen Überblick über die Anregung von Rotorschwingungen in radialen Kompressoren durch aerodynamische Anregung gibt die Arbeit von Sorokes und Marshall [119]. Es wird beschrieben, wie sich rotordynamische Instabilität von aerodynamisch angeregten Schwingungen unterscheiden lässt. Es werden verschiedene aerodynamische Phänomene betrachtet, die zu Schwingungsanregung führen z.B. Abreißen der Strömung im Rotor und im Diffusor. Es werden spektrale Analysen sowohl von der spektralen Anregung durch Druckpulsationen als auch von gemessenen Schwingungen präsentiert.

²Dieser Abschnitt ist ebenfalls im Abschlussbericht des AiF Projekts 16406 BG „Dynamische Lasten“ von Lucius et al. [87], S. 3-5 veröffentlicht.

Rotating stall spielt als Anregungsmechanismus in Radialkompressoren eine wichtige Rolle (z.B. [57]). Dabei ist insbesondere das Rotieren von Druckfluktuationen von Bedeutung. Für die Übertragung der in der Regel im stehenden System gemessenen Rotationsfrequenz in das drehende Relativsystem des Laufrades ist die Anzahl der Ablösegebiete enorm wichtig. Es konnte aber auch gezeigt werden, dass neben der stabilen Rotation des Ablösegebietes mit einer festen Umlaufgeschwindigkeit auch eine Asymmetrie des Ablösgebietes für Schwingungen verantwortlich gemacht werden kann [70]. In dieser Arbeit konnten mit Hilfe einer zweidimensionalen FFT alle gemessenen Vibrationen auf die Drehfrequenz bzw. auf rotating stall zurückgeführt werden. Das Pumpen am linken Rand des Kennfeldes ist für besonders starke Schwingungen verantwortlich, welche im Dauerbetrieb zur Zerstörung der Maschine führen. Diese Form der Instabilität zeichnet sich durch große Amplituden aus, da sich in einem Zyklus die Strömungsrichtung in der Maschine komplett umkehrt [104]. Strukturschwingungen angeregt durch Pumpen wurden u.a. in der Arbeit von Haupt et al. [58] dokumentiert. Eine Untersuchung des Schwingungsverhaltens von Radialventilatoren wird in den Arbeiten von Sälzle [111, 112] dokumentiert. Diese Arbeiten fokussieren auf die strukturelle Analyse von Radiallaufrädern sowohl experimentell als auch numerisch. Es werden Resonanzbedingungen für die Anregung durch Fluidkräfte angegeben und experimentell bestätigt. In diesen Arbeiten ist die Rotor-Stator-Interaktion die wesentliche Quelle der Anregung. Als weitere Quelle für Resonanzanregung kommen akustische Moden in Frage. Der Artikel von Eisinger und Sullivan dokumentiert die Zerstörung eines Radialventilators durch „structural-acoustic coupling“ [33], S. 771. Haupt, Rautenberg und Abdel-Hamid [60] untersuchen den Anfachungsmechanismus für Schaufelschwingungen in einem hoch belasteten Radialverdichter. Die Schwingungen wurden durch ein breitbandiges Rauschen angeregt, periodische Druckfluktuationen im Sinne von rotating stall wurden nicht festgestellt.

Dieser Abschnitt kann nur einen kleinen Ausschnitt über die verfügbare Literatur zur Anregung von Strukturschwingungen durch die Strömung in Turbomaschine geben. Die wesentlichen instationären Effekte, die Fluid induzierte Schwingungen verursachen können sind demnach: Rotor-Stator-Interaktion z.B. durch Spiralgehäuse oder stehende Leit-schaufeln, rotating stall, surge oder andere instabile Strömungszustände, turbulentes Rauschen und akustische Interaktion. In allen genannten Literaturstellen konnten Schwingungen experimentell gemessen werden. Die Ursachen konnten durch detaillierte Messungen auf die genannten Phänomene zurückgeführt werden. Es zeigt sich, dass aufgrund der Komplexität der Strömung insbesondere bei Teillast nicht immer genau ein Phänomen, sondern eine Überlagerung von Effekten vorhanden ist, die zur Schwingungsanregung führt. Die Simulation der Strömung kann helfen, die verschiedenen Anregungsmechanismen besser zu verstehen, auf Details wird im nächsten Abschnitt eingegangen. Die Auswertung der Simulationsdaten beschränkt sich in der Regel auf die Visualisierung von instabilen Wirbeln oder auf die Aufzeichnung lokaler Zeitreihen des Druckes oder der Geschwindigkeit zur Bestimmung der Spektren. Es fehlt aber eine Methodik zur gezielten Lokalisierung von Quellen der Anregung.“

2.5.2 Simulation der instabilen Strömung in Turbomaschinen mit Fokussierung auf rotating stall

Die rasant steigende Verfügbarkeit von Rechnerkapazität und modernen Algorithmen für die numerische Lösung der Navier-Stokes Gleichungen ermöglicht die Simulation transienter Strömungsvorgänge in komplexen Geometrien wie Turbomaschinen. Die Modellierung von zeitabhängigen Strömungen mit CFD hat sich in den letzten Jahrzehnten radikal verändert. Bis Ende der 1990er Jahre wurden erfolgreich die Euler Gleichungen zur Simulation eingesetzt. Heutzutage ist eine vollständige Navier-Stokes Lösung mit Turbulenzmodell Stand der Technik. Mit der zunehmenden Verfügbarkeit von Rechenleistung steigen allerdings auch die Ansprüche an die Modellierung der turbulenten Strömung. Dabei gibt es das Bestreben, die turbulenten Fluktationen von Strömungsgrößen weniger zu modellieren, sondern im Sinne einer LES (Large Eddy Simulation) oder DNS (Direkte Numerische Simulation) zeitlich und räumlich aufzulösen. Die Simulation von Strömungen mit LES in komplexen Geometrien und bei hohen Reynoldszahlen ist derzeit auch auf Höchstleistungsrechnern nicht machbar. Eine Schätzung von Spalart aus dem Jahre 1997 [124] geht von einem Bedarf von 10^9 Knoten für die Simulation der Strömung um einen Tragflügel bei üblichen Reynoldszahlen aus. Dennoch sind bereits LES auch für Turbomaschinen dokumentiert. Zu nennen sind hier die Arbeiten von Lohasz et al. [84] oder Byskov et al. [14]. Die erst genannte Arbeit bezieht sich auf die Simulation einer Miniaturpumpe. Die Strömung ist in diesem Fall durch eine kleine Reynoldszahl charakterisiert. Die zweite Arbeit beschäftigt sich ebenfalls mit einer Kreispumpe. Es wurden periodische Randbedingungen zur Reduktion der Modellgröße genutzt. Eine volle 360 Grad Konfiguration eines Axialverdichters mit LES wurde von Hah, Bergner und Schiffer [56] präsentiert. Dies ist die einzige dem Autor bekannte Simulation von rotating stall für einen vollen Rotor einer Axialmaschine mit LES. Allerdings wurden die Simulationen auf einem Gitter mit einer für RANS typischen Auflösung durchgeführt. Ein Vergleich mit Messergebnissen zeigt in Übereinstimmung eine Umlaufgeschwindigkeit des stalls von 50 % der Drehzahl bei einer Ausdehnung von 1-2 Schaufelkanälen.

Viele aktuelle Arbeiten verwenden hybride Modelle, welche in Abhängigkeit vom Ort zwischen einem LES Modus und einer Standard Modellierung nach dem RANS (Reynolds Averaged Navier-Stokes) Ansatz umschalten. Die am häufigsten verwendete Variante ist das DES Modell (Detached Eddy Simulation) und dessen Erweiterungen. Iwakiri et al. [66] berechnet das rotating stall in einem Radialkompressor mit Hilfe von DES. Ein Schwerpunkt in dieser Arbeit ist die Spektralanalyse mit Hilfe der Wavelet-Transformation. Dies ist auch neben den eigenen Arbeiten [85, 86] eine der wenigen dem Autor bekannten Studien, die sich mit der Simulation von rotating stall im Laufrad einer Radialmaschine befasst. Die diskrete Wavelet-Transformation als Methode der Signalverarbeitung kommt auch in der Arbeit von Uhlmann [131] zur experimentellen Früherkennung von Instabilitäten in einem Axialverdichter zum Einsatz. Sano et. al [113] simulieren rotating stall im beschaufelten Diffusor einer Radialpumpe. Die Simulationen werden aus Zeitgründen in 2D mit dem Standard $k - \epsilon$ Modell durchgeführt. Es wird gezeigt, dass verschiedene Typen von Instabilitäten in dem Bereich der Kennlinie auftreten, in dem die Steigung negativ ist. Insbesondere der Effekt des Abstandes zwischen Laufrad und Diffusorbeschaufelung wird untersucht. Es konnte gezeigt werden, dass rotating stall im Diffusor

bei größerem Abstand einfacher anzuregen ist. Im Laufrad wird rotating stall immer für sehr kleine Volumenströme vorhergesagt. Ein Vergleich mit Messungen zeigt qualitative Übereinstimmungen des Strömungsfeldes, die Zahl der Ablösegebiete wird nicht korrekt vorhergesagt. Eine weitere numerische Studie von rotating stall in einem Radialverdichter ist die Arbeit von Huang et al. [62]. Die Autoren simulieren einen kompletten 3D Verdichter mit beschauelftem Diffusor, allerdings wird ein vergleichsweise grobes Gitter mit insgesamt 2 Millionen Gitterpunkten benutzt. Vor dem eigentlichen rotating stall (hier 5 Zellen mit einer Umlaufgeschwindigkeit von 85 % der Drehfrequenz) ist eine rotierende Instabilität der Spaltströmung erkennbar. Dieses Verhalten war bis dahin vor allem für Axialmaschinen bekannt.

Daneben wird in einigen weiteren aktuellen Arbeiten die Simulation von rotating stall in Axialmaschinen beschrieben. Gourdain et al. [48] simuliert einen kompletten Axialverdichter mit ca. 31 Millionen Gitterpunkten. Für die Turbulenzmodellierung wird das Spalart-Allmaras Modell benutzt. Der kritische Massenstrom, bei dem das rotierende Abreißen einsetzt, wird mit einer reduzierten Konfiguration in Übereinstimmung mit Messungen ermittelt. Das transiente Verhalten während des rotating stall, d.h. die Anzahl der Ablösegebiete und deren Rotationsgeschwindigkeit, werden nicht korrekt vorhergesagt. Als Grund für die Diskrepanz geben die Autoren die im Vergleich zum Experiment verkürzte Einlauf- und Auslaufstrecke sowie idealisierte Randbedingungen am Eintritt an. Das fehlende Fluidvolumen wirkt sich auf die Stabilität des Systems aus (B-Parameter des im Abschnitt 2.4 beschriebenen Modells nach Greitzer [50]). Im, Chen und Zha [64] haben einen Axialverdichter mit dem hybriden DDES (Delayed Detached Eddy Simulation) Turbulenzmodell untersucht. Als Testfall wurde der NASA Rotor 67 ausgewählt, für den gut dokumentierte Messergebnisse vorliegen. Eine Spektralanalyse wurde nicht durchgeführt und es wurde nur eine geringe Anzahl von Umdrehungen simuliert. Der Schwerpunkt dieser Arbeit war die Untersuchung des Anfachungsmechanismus für rotating stall. Die Untersuchungen von Kaleghi et. al [74] zeigt den Einfluss der Oberflächenrauigkeit als Anregungsquelle für rotating stall für Rotor 67. Chen et. al [20] haben den NASA Rotor 35 numerisch untersucht. Die beiden zuletzt genannten Arbeiten umfassen ebenfalls volle 360 Grad Konfigurationen axialer Kompressorstufen. Eine reduzierte (10 von 22 Schaufeln) Geometrie von Rotor 67 mit periodischen Randbedingungen wurde ebenfalls verwendet, um das Einsetzen von rotating stall zu simulieren [61]. Diese Arbeit zeigt, dass es wesentliche Unterschiede zwischen transsonischem Bereich und subsonischem Bereich gibt. Allerdings können nur mit einer vollen Geometrie Störungen mit großen Längenskalen, wie z.B. modale Wellen, korrekt vorhergesagt werden. Die aufwändige Berechnung von vollen 360 Grad Schaufelreihen axialer Kompressoren zeigt, dass das Phänomen rotating stall längst nicht komplett verstanden ist. Bedingt durch die hohe Schaufelzahlen in Axialmaschinen zeichnen sich diese Simulationsmodelle durch eine enorme Anzahl von Gitterpunkten aus.

Die meisten anderen Arbeiten fokussieren auf die instationäre Rotor-Stator-Interaktion. Wie bereits ausgeführt wurde, liegt bei dieser Art der Instationarität eine Skalentrennung von turbulenten Fluktuationen und aufgeprägter Instationarität vor. Für diese Effekte werden auch mit einem Standard URANS Modell gute Vorhersagen erwartet. Aus der umfangreichen Literatur wird aus diesem Grund nur beispielhaft zitiert. So wurde in der Arbeit von Dickmann et. al [29] ein Turbolader numerisch und experimentell untersucht.

Dabei wurde der Einfluss eines Krümmers in der Zuströmung sowie die Rückwirkung des Spiralgehäuses am Austritt des Laufrades untersucht. Für die Simulation wurde die Wirkung der Spirale durch ein unsymmetrisches Druckfeld am Austritt approximiert. Die Ermittlung der instationären Kräfte auf Radiallaufräder war im Fokus der Arbeit von Fatsis et. al [38]. Sie geben ein schnelles Verfahren auf Basis der Euler Gleichungen mit phasenverschobenen Randbedingungen an. Damit kann das Modell auch bei Konfigurationen mit unterschiedlicher Zahl von Rotor bzw. Stator Komponenten auf eine Teilung reduziert werden. In der Arbeit von Feng et al. [39] werden die Druckfluktuationen in einer Kreiselpumpe und der Einfluss verschiedener geometrischer Faktoren auf die Fluktuationen untersucht.

Zum Ende dieses Abschnitt werden die oben genannten Simulationen von rotating stall in Tabelle 2.2 zusammengefasst. Die Arbeiten mit Fokus auf die Rotor-Stator-Interaktion werden nicht aufgelistet, da diese Effekte durch ein RANS Modell mit ausreichender Genauigkeit abgebildet werden können. Es wird deutlich, dass vor allem in aktuellen Studien Turbulenz auflösende Modelle eingesetzt werden. Etwas überraschend ist allerdings, dass trotz der bekannten Defizite das Standard $k - \epsilon$ Modell am häufigsten verwendet wurde.

Quelle	Jahr	Turbomaschine	Turbulenzmodell	Vergleich mit Messungen	Anmerkungen
[61]	1997	Axialverdichter	Baldwin Lomax	nicht für instationäre Effekte	periodische Randbedingung über 10 Kanäle
[20]	2008	Axialverdichter	$k - \epsilon$	Umlauffrequenz in sehr guter Übereinstimmung	
[64]	2010	Axialverdichter	DDES	gute Übereinstimmung für stall Frequenz	
[48]	2010	Axialverdichter	Spalart Allmaras	Anzahl der stall Zellen nicht korrekt, Umlaufgeschwindigkeit etwas zu hoch vorhergesagt	
[74]	2008	Axialverdichter	$k - \epsilon$	kein Vergleich für instationäre Effekte	
[56]	2006	Axialverdichter	LES & RANS	Umlaufgeschwindigkeit und Größe der stall Zellen in Übereinstimmung mit Messungen	
[85, 86]	2010, 2011	Radialpumpe	SAS, SST	korrekte Umlaufgeschwindigkeit mit SAS	
[113]	2002	beschaufelter Diffusor einer Radialpumpe	$k - \epsilon$	Anzahl stall Zellen nicht korrekt	2D Simulationen
[62]	2007	Radialverdichter	$k - \epsilon$	kein Vergleich angegeben	
[66]	2009	Radialverdichter	$k - \omega$ -DES	Anzahl Zellen und Frequenz in guter Übereinstimmung	

Tabelle 2.2: Simulation von rotating stall - Zusammenfassung der zitierten Literatur

3 Physikalische Modellierung

Dieses Kapitel beschreibt die physikalische Modellierung des Problems. Dazu werden zunächst die Grundgleichungen zur Beschreibung der Strömung von Fluiden dargestellt. In einem weiteren Abschnitt wird auf Details der Modellierung turbulenter Strömung eingegangen. Die Bewertung von modernen Ansätzen zur Auflösung turbulenter Fluktuationen ist ein wesentlicher Bestandteil dieser Arbeit. Im Anschluss werden die beiden untersuchten Testfälle vorgestellt. Dieser Abschnitt enthält Details zur geometrischen Modellierung und den verwendeten Randbedingungen.

3.1 Navier-Stokes Gleichungen

Die Strömung von Fluiden wird durch ein System aus partiellen Differentialgleichungen beschrieben. Die Gleichungen sind die fundamentalen Erhaltungsgleichungen für Masse, Impuls und Energie. Basis für die gewählte numerische Methode ist der Formulierung der Erhaltungsgleichungen in Integralform. Die Kontinuitätsgleichung lautet:

$$\int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV + \int_A \rho \vec{u} \cdot \vec{n} dA = 0 \quad (3.1)$$

Die folgende Gleichung beschreibt die Impulserhaltung. In der vorliegenden Form wird die Gleichung auch als Cauchy'sche Bewegungsgleichung bezeichnet.

$$\int_V \frac{\partial \rho \vec{u}}{\partial t} dV + \int_A (\rho \vec{u}) \vec{u} \cdot \vec{n} dA = \int_A \tau \vec{n} dA + \int_V \rho \vec{k} dV \quad (3.2)$$

Der Spannungstensor τ wird durch ein Materialgesetz in Feldgrößen formuliert. Gleichung 3.3 beschreibt das Materialgesetz für die technisch wichtigen Newtonschen Fluide. Newtonsche Fluide sind dadurch charakterisiert, dass der Spannungstensor proportional zum Geschwindigkeitsgradienten ist. Die Fluide (Gase, Öle, Wasser), welche im Maschinen- und Anlagenbau von Bedeutung sind, zeigen in der Regel Newtonsches Verhalten. In vielen verfahrenstechnischen Anwendungen müssen dagegen komplexere rheologische Materialmodelle verwendet werden.

$$\tau_{ij} = \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) - p \delta_{ij} \quad (3.3)$$

Die Strömung durch Turbomaschinen ist durch die Rotation des Laufrades charakterisiert. Werden die Gleichungen 3.2 im rotierenden Bezugssystem gelöst, müssen auf der rechten Seite zusätzliche Terme für die Zentrifugalkraft und die Corioliskraft berücksichtigt werden. Im verwendeten Programmpaket wird dieser Ansatz verfolgt. Das System aus Kontinuitäts- und Impulsgleichung bezeichnet man als die Navier-Stokes Gleichungen. Diese gelten auch für turbulente Strömungen. Allerdings werden die turbulenten Fluktuationen der Strömungsgrößen in der Regel nicht in Raum und Zeit aufgelöst, sondern mit einem Turbulenzmodell modelliert. Auf Details der Turbulenzmodellierung wird im Abschnitt 3.2 eingegangen. Im Fall eines kompressiblen Fluids werden zusätzliche Gleichungen für die Bestimmung der Dichte benötigt. Die thermodynamische Zustandsgleichung beschreibt den Zusammenhang zwischen Dichte, Druck und Temperatur. Die Temperatur kann aus der Energieerhaltungsgleichung bestimmt werden.

Für die Strömung von Flüssigkeiten in einer Kreiselpumpe wird im Allgemeinen eine konstante Dichte angenommen. Die Gasströmung im Ventilator ist prinzipiell kompressibel. Bei kleinen Geschwindigkeiten d.h. Mach-Zahlen kleiner ca. 0,2 kann mit guter Näherung inkompressibel gerechnet werden. Dies ist im vorliegenden Fall erfüllt. Die Energiegleichung braucht aus diesem Grund nicht gelöst zu werden. Auf die Details zur Modellierung kompressibler Strömungen wird aus diesem Grund nicht eingegangen.

3.2 Modellierung der turbulenten Strömung

¹„Die Modellierung von turbulenten Strömungen ist ein Teilgebiet der Strömungsmechanik, welches seit Generationen Ingenieure und Wissenschaftler beschäftigt; ein universell gültiges Modell zur zuverlässigen und zugleich effizienten Beschreibung von turbulenten Strömungen ist aber bis dato nicht in Sicht. Die große Mehrheit der technischen Strömungen ist turbulent, was sich durch erhöhten Impuls- und Stofftransport äußert. Ein Pionier der Turbulenzforschung war Osborne Reynolds. Die nach ihm benannte Reynolds Mittelung ist noch heute die Grundlage für nahezu alle Simulationen turbulenter Strömungen inkompressibler Fluide. Die immer größer werdende Flut von Turbulenzmodellen kann heute kaum noch überblickt werden. Ein guter Überblick über zumindest einen Teil der Modelle wird von Wilcox [136] gegeben. Dabei stehen klassische RANS Modelle im Fokus. Eine umfassende Überblicksdarstellung für hybride LES RANS Modelle findet sich z.B. im Artikel von Fröhlich und von Terzi [43]. Details für LES und DNS können u.a. in der Habilitation von Breuer [10] nachgelesen werden.

Nach Wilcox ist die Turbulenzmodellierung neben Gittergenerierung und numerischen Algorithmen „one of the three key elements of CFD“ [136], S. 2. Für die beiden erstgenannten Elemente wurde eine exakte mathematische Theorie entwickelt, wogegen in der Turbulenzmodellierung weit geringere Fortschritte erzielt wurden [136]. Das Ziel dieses Abschnittes ist es, geeignete Turbulenzmodelle für die Beschreibung instationärer abgelöster turbulenter Strömungen anhand der Literatur zu bewerten. Auf dieser Grundlage werden Modelle zur Simulation ausgewählt.

¹Dieser Abschnitt ist ebenfalls im Abschlussbericht des AiF Projekts 16406 BG „Dynamische Lasten“ von Lucius et al. [87], S. 9-21 veröffentlicht.

3.2.1 Turbulente Skalen

Die Charakterisierung der Turbulenz erfolgt in der Regel mit Hilfe von Zeit bzw. Längenskalen. Da turbulente Skalen im Hinblick auf die notwendige Gitterauflösung wichtig sind, wird hier ein kleiner Einblick gegeben, Details finden sich in der weiterführenden Literatur z.B. [106, 128]. Ein weit verbreitetes Konzept in der Theorie turbulenter Strömungen ist die Energiekaskade. Demnach erfolgt ein Transfer der kinetischen Energie der turbulenten Fluktuationen zwischen den verschiedenen Skalen. Dabei versteht man unter der turbulenten kinetischen Energie k gemäß der Definition in Gleichung 3.4 den quadratischen Mittelwert der turbulenten Fluktuation der Geschwindigkeit um den Mittelwert.

$$k = \frac{1}{2} \left(\overline{u_1'^2} + \overline{u_2'^2} + \overline{u_3'^2} \right) \quad (3.4)$$

Die größten turbulenten Strukturen sind etwa von der Größe der charakteristischen Abmessungen der Geometrie. Deren Bewegung wird durch die Scherung der mittleren Strömung gespeist. Die Idee der Energiekaskade besteht nun darin, dass durch die Bewegung der großen Wirbel kleinere Wirbel gespeist werden und so die Energie auf immer kleinere Skalen transportiert wird. Die zeitliche Änderung der turbulenten kinetischen Energie wird durch die Dissipationsrate ϵ gegeben. Der Transport turbulenter kinetischer Energie vollzieht sich bis in die kleinsten turbulenten Strukturen. Hier wird durch viskose Dissipation die Energie in Wärme umgesetzt. Durch Dimensionsanalyse konnte Kolmogorov [77] 1941 zeigen, dass diese kleinsten Abmessungen nach Gleichung 3.5 bestimmt werden können.

$$\eta = \left(\frac{\nu^3}{\epsilon} \right)^{1/4} \quad (3.5)$$

Die Verteilung der Energie im turbulenten Spektrum lässt sich als Fourier-Transformation des Autokorrelationstensors darstellen [128]. Man kann das Spektrum so interpretieren, dass einem Bereich von Wellenzahlen $\kappa + d\kappa$ der jeweilige Anteil der spektralen Energie zugeordnet wird. Die Größe einer turbulenten Struktur kann als Kehrwert der Wellenzahl interpretiert werden. Das Spektrum der Energie ist in Abb. 3.1 dargestellt. Es wird deutlich, dass der weitaus größte Anteil der kinetischen Energie in den großen Skalen enthalten ist. Auf der Ebene der Kolmogorov Länge findet wie oben ausgeführt die viskose Dissipation der kinetischen Energie in Wärme statt. Von großer theoretischer Bedeutung ist die Steigung der Kurve im sog. Inertialbereich („inertial subrange“). Das von Kolmogorov [77] mit Hilfe der Dimensionsanalyse gefundene -5/3 Gesetz wurde durch Messungen [22] sowie mit Hilfe von direkten numerischen Simulationen bestätigt [75]. Insbesondere für Modelle, die turbulente Strukturen auflösen wie LES oder DNS aber auch für die neueren hybriden Modelle, ist eine korrekte Wiedergabe dieses Gesetzes von großer Bedeutung. Für die klassische RANS Turbulenzmodellierung hat das Gesetz allerdings geringe Konsequenzen [136].

3.2.2 Klassifizierung der Turbulenzmodelle

In den meisten Simulationen turbulenter Strömungen wird der Einfluss der turbulenten Fluktuationen auf das Strömungsfeld modelliert. Es gibt im Wesentlichen drei Ansätze

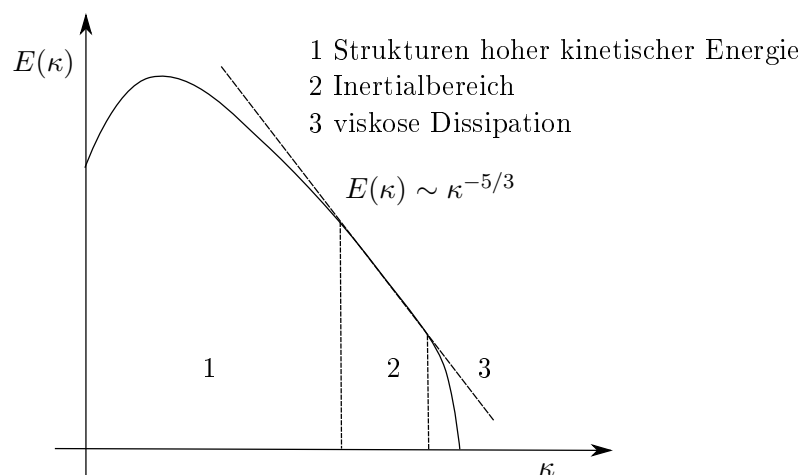


Abbildung 3.1: Energiespektrum einer turbulenten Strömung

zur Beschreibung turbulenter Strömungen, die im Folgenden als Klassen bezeichnet werden. Die Klassen können dann in eine Vielzahl von Gruppen mit dazugehörigen Modellen unterteilt werden.

DNS - Direct Numerical Simulation Die Navier-Stokes Gleichungen beschreiben die turbulente Strömung vollständig. Werden im Rahmen einer Simulation alle turbulenten Fluktuationen sowohl räumlich mit dem Gitter als auch zeitlich aufgelöst, spricht man von einer direkten numerischen Simulation. Die Gitterweite orientiert sich dabei an den Abmessungen der kleinsten turbulenten Strukturen, dem Kolmogorov Längenmaß. Dieses Längenmaß wurde bereits im Abschnitt 3.2.1 eingeführt als die Längenskala, auf der die kinetische Energie durch die molekulare Viskosität dissipiert wird. Ein herausragendes Beispiel, das auch heute noch zur Validierung herangezogen wird, ist die Simulation einer turbulenten Kanalströmung von Kim [75] aus dem Jahre 1987. Die direkte numerische Simulation ist durch die extrem hohen Anforderungen an Rechenleistung nicht für Strömungen in komplexen Geometrien wie Turbomaschinen anwendbar.

RANS - Reynolds Averaged Navier-Stokes Für viele technischen Fragestellungen ist man nicht an den zeitlichen oder räumlichen turbulenten Fluktuationen interessiert, sondern lediglich an den Mittelwerten. Grundlegend für diesen Ansatz ist die zeitliche Mittelung von Strömungsgrößen und die anschließende Aufteilung in Mittelwert und Schwankungswert. Die Idee der Aufteilung der zeitlich veränderlichen Momentanwerte von strömungsmechanischen Größen wie Geschwindigkeit oder Druck geht auf O. Reynolds zurück. Der nichtlineare konvektive Term der Impulsgleichungen führt bei der zeitlichen Mittelung auf ein Produkt von Schwankungsgrößen. Die verschiedenen RANS Modelle approximieren diesen Term durch verschiedene Ansätze. Im einfachsten Fall sind dies algebraische Gleichungen, für komplexe Reynoldsspannungsmodelle (RSM) sind bis zu 7 zusätzliche Erhaltungsgleichungen zu lösen. Die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Simulationen beruhen ebenfalls auf diesem Ansatz, der in Abschnitt 3.2.3 detaillierter beschrieben wird.

LES - Large Eddy Simulation Die Idee der Large Eddy Simulation entstand bereits in den 1960er Jahren in der Meteorologie [42]. Die turbulenten Skalen reichen hier von Kilometern bis in den Zentimeterbereich, so dass eine gleichzeitige Berechnung aller

Fluktuationen nicht möglich ist. Smagorinsky veröffentlichte die erste LES 1963 [118]. Als weitere Pionierarbeit gilt die Simulation einer Kanalströmung von Deardorff [27]. Der Ansatz der LES oder Grobstruktursimulation steht zwischen RANS und DNS. Durch eine Filterung der Gleichungen wird eine Trennung der Skalen erreicht [42]. Kleinere Strukturen werden durch den Filter geglättet und deren dissipative Wirkung wie beim RANS Ansatz mit Hilfe eines Turbulenzmodells approximiert. Die großen Strukturen werden in Raum und Zeit aufgelöst. Der Name Large Eddy Simulation ist allerdings nicht unbedingt treffend, da die großen Strukturen, welche mit dem Rechengitter aufgelöst werden müssen, durchaus kleine Abmessungen haben können. Insbesondere für wandgebundene Strömungen sind sehr kleine Gitterweiten notwendig. Der Vorteil dieser Methode ist, dass große turbulente Skalen im Sinne einer DNS simuliert werden. Wie bereits im Abschnitt 3.2.1 gezeigt wurde enthalten diese Strukturen den Großteil der kinetischen Energie des Spektrums. Nach Fröhlich [42] wird angestrebt mindestens 80-90 % der turbulenten Fluktuation aufzulösen. Als weiterer Vorteil gilt, dass die Modellierung auf die kleinen Skalen beschränkt wird. Die großen Skalen zeichnen sich z.B. durch Anisotropie aus. Die meisten RANS Modelle beruhen aber auf der Annahme isotroper Turbulenz. Für kleine Skalen ist die Annahme der Isotropie zumindest im zeitlichen Mittel gerechtfertigt [128]. In vielen Beispielen konnte die Überlegenheit von Large Eddy Simulationen gegenüber RANS Rechnungen gezeigt werden. Obwohl die Verfügbarkeit von Großrechnern sowie schnellen Algorithmen die Lösung großer Probleme mit $10^7 - 10^8$ Gitterpunkten ermöglichen, ist die LES von der Anwendung in der industriellen CFD für viele Bereiche noch weit entfernt. Nach Schätzungen von Spalart aus dem Jahre 2000 [121] wird die Simulation einer komplexen Geometrie (z.B. Flugzeug oder Auto) mit LES bei einer geschätzten Modellgröße von 5×10^{11} Gitterpunkten im Jahre 2045 möglich sein. Dennoch nimmt die Bedeutung der LES auch in der Industrie immer mehr zu. Als Beispiele sind insbesondere die Aeroakustik oder die Simulation reaktiver Strömungen zu nennen.

Neben den genannten 3 großen Klassen existieren noch weitere Ansätze, die für die Simulation instationärer Strömungen entwickelt wurden. Dazu zählt der URANS Ansatz, sowie neue hybride Verfahren, bei denen in bestimmten Bereichen des Rechengebietes große turbulente Strukturen ähnlich einer LES aufgelöst werden. Insbesondere den zuletzt genannten Modellen wird großes Potential für technische Anwendungen zugesprochen, bei denen die Instationarität der turbulenten Strömung von Bedeutung ist. Diese Ansätze werden im weiteren Verlauf detaillierter erläutert.

3.2.3 Klassische RANS Modellierung

Im folgenden Abschnitt werden einige Details zur Modellierung der turbulenten Strömung nach dem RANS Ansatz gegeben. Wie bereits in Abschnitt 3.2.2 beschrieben beruhen die Modelle auf der zeitlichen Mittelung von turbulenten Schwankungsgrößen. Auf Grund der Nichtlinearität im konvektiven Term der Impulsgleichungen sind die Fluktuationen der Geschwindigkeit von besonderer Bedeutung. Der Momentanwert einer skalaren Transportgröße ϕ wird nach Gl. 3.6 in einen Schwankungswert ϕ' und den zeitlichen Mittelwert $\bar{\phi}$ aufgespalten. Im Folgenden wird eine inkompressible Strömung eines Newtonschen Fluids

angenommen.

$$\phi = \phi' + \bar{\phi} \quad (3.6)$$

Der Mittelwert $\bar{\phi}$ wird nach Gleichung 3.7 gebildet. Für den Fall, dass sich auch die Mittelwerte in der Zeit ändern, wird eine allgemeinere Mittelung, das sog. ensemble averaging angewendet. Dabei wird über N Realisierungen eines Experimentes gemittelt. Die Bildung von zeitabhängigen Mittelwerten wird später vertieft diskutiert.

$$\bar{\phi} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_t^{t+T} \phi \, dt \quad (3.7)$$

$$\bar{\phi}_{\text{ens}}(t) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \int \sum_{n=1}^N \phi_n(t) \, dt \quad (3.8)$$

Im Folgenden werden die zeitlichen Mittelwerte nach Gl. 3.7 mit Großbuchstaben bezeichnet. Dort wo die Mittelung besonders hervorgehoben werden soll, wird die Balkennotation verwendet. Die Mittelung der Navier-Stokes Gleichungen führt auf die RANS Gleichungen. Wesentlich für diesen Ansatz ist die Modellierung der Reynoldsspannungen, welche im Zuge der Mittelung der Impulsgleichungen entstehen. Dies ist bedingt durch die Nichtlinearität des konvektiven Terms. In allen andern Termen können in der gemittelten Gleichung die instantanen Werte für Druck und Geschwindigkeit durch die Mittelwerte ersetzt werden. In Gl. 3.9 sind die zeitlich gemittelten Impulsgleichungen für eine inkompressible Strömung eines Newtonschen Fluides gezeigt.

$$\rho \frac{\partial U_i}{\partial t} + \rho \frac{\partial}{\partial x_j} (U_i U_j) = - \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (2\mu S_{ij} - \overline{\rho u'_i u'_j}) \quad (3.9)$$

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \quad (3.10)$$

Der Term $\overline{\rho u'_i u'_j}$ wird in der Literatur als Tensor der Reynoldsspannungen bezeichnet. Hierin liegt das zentrale Problem der Turbulenzmodellierung, welches auch als Schließungsproblem bezeichnet wird [136]. Der Reynoldsspannungstensor enthält als symmetrischer Tensor 6 zusätzliche Unbekannte, für die aber keine Gleichungen vorliegen. Aus den Momenten der Navier-Stokes Gleichungen lassen sich zwar Differentialgleichungen für die Reynoldsspannungen ableiten, die aber wiederum neue Unbekannte in Form von Tripelkorrelationen einführen. Auf diese Weise kann das System also nicht geschlossen werden. Der Schlüssel liegt demnach in der Modellierung d.h. in der Einführung sinnvoller Annahmen. Die meisten Modelle basieren auf der Boussinesq-Hypothese. Dabei wird der erhöhte turbulente Impulstransport durch eine zusätzliche turbulente Wirbelviskosität modelliert. Diese wird dann zur laminaren Viskosität des Fluides addiert, um die Schubspannungen zu bestimmen.

$$\overline{\rho u'_i u'_j} = \tau_{t,ij} \sim \mu_t \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \quad (3.11)$$

Um die Wirbelviskosität zu bestimmen werden entweder algebraische Gleichungen oder zusätzliche Transportgleichungen eingeführt. Eine Dimensionsanalyse liefert, dass die Wir-

belviskosität proportional zu einem turbulentem Längenmaß L_t und einem Geschwindigkeitsmaß U_t ist.

$$\nu_t \sim U_t L_t \quad (3.12)$$

Da die Wirbelviskosität als skalare Größe nicht richtungsabhängig ist, wird isotrope Turbulenz vorausgesetzt. Für viele Strömungen ist diese Annahme allerdings nicht treffend. Es sind daher auch eine Reihe von Modellen entwickelt worden, die zusätzliche Transportgleichungen für die einzelnen Reynoldsspannungen benutzen. Diese Reynoldsspannungsmodelle werden bedingt durch die geringere numerische Stabilität und den erhöhten Rechenaufwand allerdings selten eingesetzt.

3.2.3.1 Anwendungsbereiche klassischer Turbulenzmodelle

Die klassischen Turbulenzmodelle sind durch Anpassung von Modellkonstanten für bestimmte Problemklassen angepasst, und können nur bedingt auf andere Probleme übertragen werden. Der jeweilige Anwendungsfall und die Verfügbarkeit von Ressourcen bestimmen welches Modell zum Einsatz kommen kann. Das wohl bekannteste komplette Turbulenzmodell ist das Standard $k - \epsilon$ Modell nach Launder und Sharma [83]. Das Modell löst zwei zusätzliche Transportgleichungen für die turbulente kinetische Energie k und für die Dissipationsrate ϵ . Aus diesen beiden Größen wird nach Gleichung 3.13 die turbulente Wirbelviskosität ν_t bestimmt. Die Wirbelviskosität wird dann zur Fluidviskosität in der Impulsgleichung addiert.

$$\nu_t = C_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \quad (3.13)$$

In der Arbeit von Launder und Sharma wird auch eine Low-Reynolds Formulierung des Modells angegeben. Das Modell ist trotz einiger Schwächen sehr weit verbreitet und es liegen langjährige Erfahrungen über die Eignung des Modells für verschiedenste Problemklassen vor [133]. Einige Schwächen des Modells (wie für alle anderen Wirbelviskositätsmodelle auch) sind bedingt durch die Annahme isotroper Turbulenz. Weiterhin ist die Integration von Wandgrenzschichten schwierig, wenn keine Wandfunktionen benutzt werden. Es sind aber sog. Low-Reynolds $k - \epsilon$ Modelle verfügbar [136], die eine Integration der viskosen Unterschicht ermöglichen. Eine Alternative insbesondere für wandgebundene Strömungen ist das $k - \omega$ Modell von Wilcox. Es verwendet ebenfalls eine Transportgleichung für k . Die zweite Gleichung basiert auf der turbulenten Wirbelgeschwindigkeit ω . Das Modell bietet den Vorteil, dass eine analytische Lösung für ω in der laminaren Unterschicht vorliegt. Die meisten Zweigleichungsmodelle basieren auf der Transportgleichung für die turbulente kinetische Energie. Über die optimale Wahl der zweiten Transportgröße ist allerdings kein Konsens vorhanden. In Tabelle 3.1 sind verschiedene verbreitete Ansätze zusammengefasst [136]. Ein weiteres Modell, welches insbesondere in der Aerodynamik weit verbreitet ist, ist das Modell nach Spalart und Allmaras [123]. Es wird nur eine zusätzliche Transportgleichung für eine modifizierte turbulente Wirbelviskosität genutzt. Die komplexesten Modelle lösen zusätzliche Transportgleichungen für die jeden Term des Reynoldsspannungstensors und eine zusätzliche Transportgleichung - in der Regel ϵ oder ω . Diese Modelle sind damit im Gegensatz zu den einfacheren Modellen in der Lage, nicht isotrope Turbulenz zu berücksichtigen. Neuere Entwicklungen für Zweigleichungsmodelle

Modell	U_t	T_t	ν_t
$k - \epsilon$	\sqrt{k}	$\frac{k}{\epsilon}$	$C_\mu \frac{k^2}{\epsilon}$
$k - \omega$	\sqrt{k}	$\frac{1}{C_\mu \omega}$	$\frac{k}{\omega}$
$k - \tau$	\sqrt{k}	τ	$C_\mu k \tau$
$k - L$	\sqrt{k}	$\frac{l}{C_\mu \sqrt{k}}$	$\sqrt{k} l$

Tabelle 3.1: Charakteristische Turbulenzgrößen für Zweigleichungsmodelle

wie z.B. nichtlineare $k - \epsilon$ Modelle liefern in vielen Fällen Ergebnisse, die mit RSM Modellen gleichwertig sind. Der Rechenaufwand ist im Vergleich zu RSM Modellen ist deutlich geringer.

Turbulenzmodelle sind in der Regel nur für bestimmte Klassen von Problemen gut geeignet. Als „general purpose“ Modell wird nach [133] das $k - \omega$ Modell und das SST Modell empfohlen. Das letztgenannte Modell wurde für die RANS Rechnungen im Rahmen dieser Arbeit eingesetzt und wird im folgenden Abschnitt ausführlicher beschrieben.

3.2.3.2 Das SST $k - \omega$ Modell

Das $k - \epsilon$ Modell ist nur mit einigem numerischen Aufwand für die Auflösung von turbulenten Grenzschichten bis in die viskose Unterschicht geeignet. Für die ω Gleichung gibt es dagegen eine analytische Lösung auch in der laminaren Unterschicht, so dass über die komplette Grenzschicht integriert werden kann. Eine detaillierte Diskussion der Modellierung der Turbulenz in der Nähe fester Wände findet sich in Abschnitt 3.2.4. Es hat sich allerdings herausgestellt, dass für das $k - \omega$ Modell eine starke Abhängigkeit von den Randbedingungen für ω am Fernfeldrand vorliegt.

Das SST (Shear Stress Transport) Modell von Menter [91] [98] kombiniert die Modellansätze von $k - \epsilon$ und $k - \omega$. Mit Hilfe einer Blending Funktion wird zwischen ω Modellierung in der Nähe fester Wände und ϵ Modellierung im Inneren des Rechengebietes umgeschaltet. Damit lässt sich die Abhängigkeit von Fernfeld Randbedingungen für die Turbulenzgrößen wesentlich reduzieren. Die Transportgleichungen für k und ω sind bis auf die Konstanten und einen Zusatzterm in der ω Gleichung 3.15 identisch mit den Standardgleichungen. Der letzte Term in der ω Gleichung entsteht durch die Überführung der ϵ Gleichung in die ω Formulierung. Die Blending Funktion F_1 sichert einen glatten Übergang von eins in der Grenzschicht bis auf null für alle Bereiche fern fester Wände. Die Konstanten der jeweiligen Modelle werden ebenfalls mit der Funktion F_1 gewichtet. Der volle Satz von Konstanten und Gleichungen wird im Anhang aufgeführt.

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \frac{\partial \rho U_i k}{\partial x_i} = \tilde{P}_K - \beta^* \rho \omega k + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \sigma_k \mu_t) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (3.14)$$

$$\frac{\partial \rho \omega}{\partial t} + \frac{\partial \rho U_i \omega}{\partial x_i} = \alpha \tilde{P}_K \frac{\omega}{k} - \beta \rho \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \sigma_\omega \mu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + (1 - F_1) \frac{2 \rho \sigma_{\omega 2}}{\omega} \frac{\partial k}{x_i} \frac{\partial \omega}{x_i} \quad (3.15)$$

$$\nu_t = \frac{a_1 k}{\max(a_1 \omega; S F_2)} \quad (3.16)$$

Wesentlich für die Überlegenheit dieses Modells ist eine geänderte Definition für die turbulente Wirbelviskosität ν_t (Gl. 3.16). Die Variable S bezeichnet hier den Betrag der Scherrate S_{ij} . Durch die modifizierte Definition für die Wirbelviskosität wird erreicht, dass die Produktion turbulenter Wirbelviskosität begrenzt wird. Die Begrenzung verbessert das Modell wesentlich bei der Vorhersage von Strömungen mit positiven Druckgradienten wie z.B. Diffusoren. Die Blending Funktionen F_1 und F_2 sind nach Gleichungen 3.17 bis 3.20 definiert. Dabei wird mit y der Abstand zur nächsten festen Wand gekennzeichnet.

$$F_1 = \tanh(\arg_1^4) \quad (3.17)$$

$$\arg_1 = \min \left[\max \left(\frac{\sqrt{k}}{0,09\omega y}; \frac{500\nu}{y^2\omega} \right); \frac{4\rho\sigma_{\omega 2}k}{CD_{k\omega}y^2} \right] \quad (3.18)$$

$$F_2 = \tanh(\arg_2^2) \quad (3.19)$$

$$\arg_2 = \max \left(2\frac{\sqrt{k}}{0,09\omega y}; \frac{500\nu}{y^2\omega} \right) \quad (3.20)$$

Die Erfahrung zeigt, dass Zweigleichungsmodelle zu einer zu starken Produktion von turbulenter kinetischer Energie in der Nähe von Staupunkten neigen. Aus diesem Grund wird mit dem SST Modell die Produktion turbulenter kinetischer Energie begrenzt (Gl. 3.21). Der Wert des Koeffizienten C_{lim} wird mit 10 angegeben [5].

$$\tilde{P}_k = \min(P_k; C_{lim}\rho\epsilon) \quad (3.21)$$

3.2.4 Modellierung der turbulenten Wandgrenzschicht

In diesem Abschnitt wird auf die Besonderheiten turbulenter Wandgrenzschichten und deren Behandlung eingegangen. Die Strömung in der Nähe fester Wände lässt sich durch den dimensionslosen Wandabstand y^+ charakterisieren. Dieser kann als Reynoldszahl gebildet mit dem Wandabstand und einem Geschwindigkeitsmaß abgeleitet aus der Wandschubspannung aufgefasst werden.

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \quad (3.22)$$

$$u^+ = \frac{u}{u_\tau} \quad (3.23)$$

$$y^+ = \frac{u_\tau y}{\nu} \quad (3.24)$$

In Abhängigkeit vom Wandabstand lassen sich drei Bereiche abgrenzen: die viskose Unterschicht, der logarithmische Bereich und der sog. Defekt Bereich [136]. Abbildung 3.2 zeigt die Variation der dimensionslosen Geschwindigkeit u^+ mit dem Wandabstand y^+ .

Für sehr kleine Wandabstände wird y^+ klein. Das bedeutet, dass in jeder turbulenten

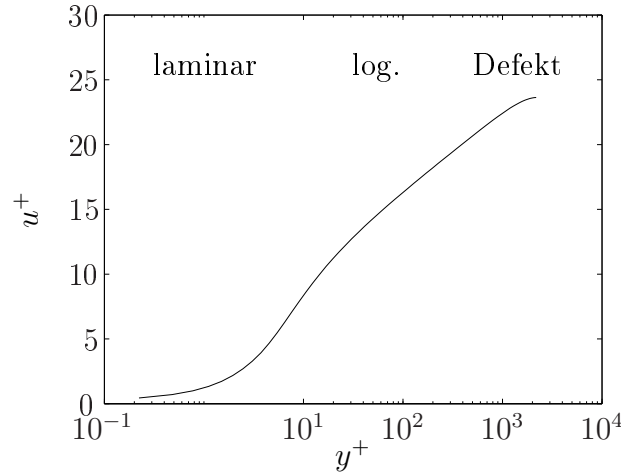


Abbildung 3.2: Geschwindigkeitsprofil in turbulenter Grenzschicht

Grenzschicht eine Unterschicht existiert, in der die Strömung laminar ist. In einer laminaren Grenzschichtströmung ohne Druckgradient ist der Geschwindigkeitsgradient und damit die Schubspannung konstant. Das Geschwindigkeitsprofil lässt sich nach Gl. 3.25 als Funktion des Wandabstandes angeben.

$$u(y) = y \frac{\tau}{\mu} \quad (3.25)$$

Unter Verwendung der Gleichungen 3.22 und 3.24 schreibt man die Beziehung in der bekannten Form:

$$u^+ = y^+ \quad (3.26)$$

Der äußere Bereich der Grenzschicht wird durch die Wandschubspannung τ_w , aber nicht mehr direkt durch die laminare Viskosität beeinflusst. Hier lässt sich für die Geschwindigkeitsverteilung das sog. Defekt-Gesetz bzw. „law of the wake“ angeben.

$$\frac{U_{\max} - U}{u_\tau} = f\left(\frac{y}{\delta}\right) \quad (3.27)$$

Dabei stellt $f(y/\delta)$ zunächst einen allgemeinen funktionalen Zusammenhang dar. Das Defekt-Gesetz gilt für den größten Teil der turbulenten Grenzschicht d.h. $y/\delta > 0,2$ [133]. Für die turbulente Rohrströmung wird von Tennekes und Lumley [128] das folgende Profil der Geschwindigkeit angegeben.

$$\frac{U_{\max} - U}{u_\tau} = \frac{1}{\kappa} \ln\left(\frac{y}{\delta}\right) - 1 \quad (3.28)$$

Allerdings ist für die Rohrströmung die Abweichung vom logarithmischen Gesetz klein. Für die allgemeine Grenzschichtströmung findet man die folgende Beziehung [136].

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln(y^+) + C + \frac{2\Pi}{\kappa} \sin^2\left(\frac{\pi y}{2\delta}\right) \quad (3.29)$$

Dabei ist Π der „Coles-Parameter“. Der Parameter hängt vom Druckgradienten ab, für konstanten Druck ist $\Pi = 0,6$.

Zwischen den beiden zuvor genannten Bereichen lässt sich das Profil der Geschwindigkeit mit einer logarithmischen Gleichung angeben.

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln(y^+) + C \quad (3.30)$$

Die Konstanten in Gl. 3.30 werden nach Messungen zu $\kappa = 0,41$ und $C = 5,0 \dots 5,5$ bestimmt. Die genannten Beziehungen gelten für hydraulisch glatte Wände. Für raue Wände ist die Konstante C abhängig von der dimensionslosen Rauigkeit k_s^+ . Für vollkommen raue Wände ergibt sich ein Wert von $C = 8,0$. [115].

$$k_s^+ = \frac{u_\tau k^+}{\nu} \quad (3.31)$$

In Gl. 3.31 ist k_s die äquivalente Sandrauigkeit. Für die numerische Simulation turbulenter Strömungen sind insbesondere die viskose Unterschicht und der logarithmische Bereich von Interesse. Der Schnittpunkt von beiden Gleichungen liegt bei ca. $y^+ = 11$, den Bereich $5 < y^+ < 20$ bezeichnet man auch als Übergangsbereich, engl. „buffer layer“.

3.2.4.1 Wandfunktionen

Bei bekannter Schubspannung lässt sich nach Gleichung 3.30 der Wert der Geschwindigkeit im Mittelpunkt der ersten Gitterzelle bestimmen. Dazu wird Gleichgewicht von Produktion und Dissipation turbulenter kinetischer Energie vorausgesetzt. Die direkte Abschätzung der Wandschubspannung aus dem Geschwindigkeitsgradienten liefert zu kleine Werte für die Schubspannung [40]. Da die Wandschubspannung und damit u_τ z.B. bei Ablösungen gegen null gehen, wird in CFD Codes im Allgemeinen ein Geschwindigkeitsmaß eingesetzt, welches aus der turbulenten kinetischen Energie abgeleitet wird [107], Gl. 3.32. Der mit dieser Definition gebildete Wandabstand wird üblicherweise mit y^* bezeichnet. Bei Wandabständen, die typisch für den Einsatz von Wandfunktionen sind, liefern beide Definitionen ähnliche Ergebnisse.

$$u_k = C_\mu^{\frac{1}{4}} k^{\frac{1}{2}} \quad (3.32)$$

$$y^* = \frac{u_k y}{\nu} \quad (3.33)$$

Auch hier gilt das logarithmische Gesetz formuliert mit den * Größen.

$$u^* = \frac{u_p}{u_k} = \frac{1}{\kappa} \ln y^* + C \quad (3.34)$$

Dabei bezeichnet der Index P den Mittelpunkt des wandnächsten Kontrollvolumens. Mit diesen Beziehungen lässt sich die turbulente Wandschubspannung nach Gl. 3.35 berechnen.

$$\tau_w = \frac{\rho C_\mu^{\frac{1}{4}} k^{\frac{1}{2}} u_p}{\ln y^* + C} \quad (3.35)$$

Neben der Randbedingung für die Geschwindigkeit sind auch Randbedingungen für die Turbulenzgrößen k , sowie ω oder ϵ erforderlich. Die Wandfunktionen für diese Größen

werden in z.B. von Wilcox [136] angegeben.

$$k = \frac{u_\tau^2}{\sqrt{\beta^*}} \quad \omega = \frac{\sqrt{k}}{\beta^{*1/4} \kappa y} \quad \epsilon = \beta^{*3/4} \frac{k^{3/2}}{\kappa y} \quad (3.36)$$

mit $\beta^* = C_\mu$

Die allgemeine Gültigkeit der genannten Gleichungen ist beschränkt durch die folgenden Annahmen: konstante Reynoldsspannung proportional zur turbulenten kinetischen Energie; lokales Gleichgewicht von Produktion und Dissipation turbulenter kinetischer Energie; Gültigkeit des logarithmischen Wandgesetzes und lineare Variation des Längenmaßes [107]. Detaillierte Angaben zur Umsetzung findet man z.B. in [114, 133, 136]. Man nennt dieses Vorgehen, bei der die viskose Grenzschicht nicht aufgelöst wird, Methode der Wandfunktionen. Damit die Gültigkeit des logarithmischen Gesetzes gewahrt bleibt, sollten Wandabstände zwischen $y^+ = 20$ und $y^+ = 200$ eingehalten werden². Für Grenzschichten mit Wärmeübergang lassen sich ebenso Wandfunktionen für die Temperatur angeben.

Es gibt eine Reihe von Strömungen, die die oben genannten Voraussetzungen für die Anwendung von Wandfunktionen nicht erfüllen. Hier spricht man allgemein von „non-equilibrium“ Effekten. Von Wilcox [136, 135] wird gezeigt, dass für allgemein gültige Wandfunktionen der Druckgradient einbezogen werden muss. Wandfunktionen, die den Druckgradienten berücksichtigen wurden z.B. von Popovac und Hanjalic [107] angegeben. Eine weiteres Beispiel für solche allgemein gültigen Wandfunktionen findet sich auch in der Arbeit von Nichols und Nelson [101].

3.2.4.2 Modellierung für kleine Reynoldszahlen

In der viskosen Unterschicht können die „natürlichen“ Randbedingungen $k = 0$, $u = 0$ benutzt werden. Für die ϵ Gleichung sind in der viskosen Unterschicht Modifikationen nötig. Für die Modellkonstanten C_μ und C_2 werden exponentielle Ausdrücke in Abhängigkeit einer turbulenten Reynoldszahl angegeben [83]. Dieses Modell wird nach den Autoren Launder-Sharma $k - \epsilon$ benannt.

Für die ω Gleichung sind keine Dämpfungsfunktionen nötig, es kann eine analytische Lösung für die viskose Unterschicht angegeben werden [91]:

$$\omega = \frac{60\nu}{0,075(\Delta y_1)^2} \quad (3.37)$$

Die Gültigkeit beschränkt sich für glatte Wände auf den Bereich $y^+ < 2$.

²Die hier angegebenen Grenzwerte für den Wandabstand y^+ sind keine scharfen Grenzen sondern Richtwerte. Für die untere Grenze geben einige Autoren auch einen Wert von 30 an. Die obere Grenze ergibt sich dagegen eher aus der Forderung, dass mehrere Knoten in der Grenzschicht platziert werden sollen, um die Gradienten aufzulösen. Das logarithmische Wandgesetz gilt streng genommen auch noch für größere Wandabstände.

3.2.4.3 Wandbehandlung unabhängig vom Wandabstand

Wie oben diskutiert ist die Behandlung turbulenter Wandgrenzschichten abhängig vom Wandabstand. Entweder man benutzt Wandfunktionen, deren Gültigkeitsbereich auf $y^+ > 20$ beschränkt ist, oder die Grenzschicht wird bis in die viskose Unterschicht aufgelöst. Für den letzteren Fall sind allerdings Gitter mit y^+ ca. 1 erforderlich, für das SST Modell wird $y^+ < 2$ angegeben [91]. Man muss also bei der Gittergenerierung darauf achten, dass der Abstand der Knoten zur Wand in dem Bereich liegt, der durch das Wandmodell vorgegeben wird. Ein solches Vorgehen kann einen erheblichen Einfluss des Gitters auf das Ergebnis bedeuten. Zudem ist eine mehrfache Generierung des Gitters und Kontrolle der Wandabstände nötig, um eine entsprechende Qualität zu gewährleisten. Dies erhöht den Aufwand für die Gittergenerierung, welcher ohnehin den Großteil des Arbeitsaufwandes für industrielle CFD ausmacht.

Aus ökonomischen Gründen ist die Methode der Wandfunktionen vorzuziehen. Im Falle abgelöster Strömungen wird an der Ablösestelle die Schubspannung null. Damit geht der Wandabstand y^+ in diesem Bereich ebenfalls gegen null. Die Gültigkeit der Wandfunktion ist lokal nicht mehr gegeben. Auf der anderen Seite sind z.B. hinter Stufen die Geschwindigkeitsgradienten in der Scherschicht so groß, dass sie durch Gitterzellen mit $y^+ 20$ nur unzureichend aufgelöst werden.

Für die industrielle CFD ist eine geringe Abhängigkeit des Ergebnisses vom Gitter nahe der Wand wünschenswert. Ist dies nicht der Fall, kann die Absicherung der Lösung durch Gitterverfeinerung negativ beeinflusst werden. Aus diesem Grund ist von Esch und Menter [36] eine Wandmodellierung eingeführt worden, die weitgehend unabhängig vom Abstand des ersten Integrationspunktes zur Wand ist. Das Wesentliche dieser Form der automatischen Wandbehandlung ist, dass für alle Größen ein glatter Übergang zwischen der viskosen Unterschicht und dem logarithmischen Bereich gewährleistet wird. Dies wird erreicht, indem ein Mittelwert entsprechend Gl. 3.38 gebildet wird.

$$\omega = \sqrt{\omega_{vis}^2 + \omega_{log}^2} \quad (3.38)$$

$$u_\tau = (u_{\tau,vis}^4 + u_{\tau,log}^4)^{\frac{1}{4}} \quad (3.39)$$

Diese Wandbehandlung ist für alle ω basierten Modelle Bestandteil von CFX. Die Lösung nach Esch und Menter zeigt das korrekte asymptotische Verhalten wenn man sich im rein viskosen bzw. logarithmischen Teil befindet. Popovac und Hanjalic [107] weisen darauf hin, dass diese Methode rein mathematisch und nicht physikalisch motiviert ist. In ihrer Arbeit schlagen sie statt dessen eine Überbrückung des Übergangsbereichs durch eine Blending Funktion nach Kader [72] vor. Die exponentielle Mischung mit dem Koeffizienten Γ_w wurde in der Originalarbeit von Kader für Temperaturgrenzschichten angegeben.

$$\phi = \phi_{vis} e^{-\Gamma_w} + \phi_{log} e^{-\frac{1}{\Gamma_w}} \quad (3.40)$$

$$\Gamma_w = \frac{0,01y^{+4}}{1 + 5y^+} \quad (3.41)$$

Gleichung 3.42 gibt das Geschwindigkeitsprofil für eine turbulente Grenzschicht an. Die Gleichung zeigt ebenfalls das korrekte asymptotische Verhalten. Lediglich im Bereich

$y^+ \approx 5$ ist bedingt durch den Übergang eine leichte Abweichung festzustellen. Eine gute Übereinstimmung des turbulenten Geschwindigkeitsprofils nach Gl. 3.42 mit DNS konnte gezeigt werden.

$$u^+ = y^+ e^{-\Gamma_w} + \left(\frac{1}{\kappa} \ln(y^+) + C \right) e^{-\frac{1}{\Gamma_w}} \quad (3.42)$$

Nichols und Nelson [101] haben Wandfunktionen für kompressible Strömungen mit Wärmetransport vorgeschlagen, die ebenfalls weitgehend unabhängig vom Wandabstand sind. Sie gehen dabei von einem universellen Wandgesetz aus, dass von Spalding [125] vorgeschlagen wurde. Für kompressible Strömungen wird Gl. 3.43 erweitert. Details hierzu finden sich in der Originalarbeit.

$$y^+ = u^+ + e^{-\kappa C} \left(e^{\kappa u^+} - 1 - \kappa u^+ - \frac{(\kappa u^+)^2}{2} - \frac{(\kappa u^+)^3}{6} \right) \quad (3.43)$$

Gleichung 3.43 wird bei bekannter Geschwindigkeit iterativ nach der Wandschubspannung gelöst. Anschließend kann mit Hilfe von Gl. 3.44 die Wirbelviskosität im ersten Gitterpunkt neben der Wand bestimmt werden.

$$\frac{\mu_t}{\mu} = e^{-\kappa C} \left(e^{\kappa u^+} - 1 - \kappa u^+ - \frac{(\kappa u^+)^2}{2} \right) \quad (3.44)$$

Für die anderen Turbulenzgrößen werden unterschiedliche Beziehungen je nach Turbulenzmodell vorgeschlagen. Für $k - \epsilon$ werden die Standard Beziehungen verwendet.

$$k = \frac{u_\tau^2}{\sqrt{C_\mu}} \quad \epsilon = C_\mu \frac{\rho k^2}{\mu_t} \quad (3.45)$$

Für das $k - \omega$ SST Modell wird ω analog zu dem oben beschriebenen Verfahren von Esch und Menter bestimmt (Gl. 3.38). Ist die turbulente Frequenz ω bekannt, kann nach Gl. 3.46 die turbulente kinetische Energie ermittelt werden.

$$k = \frac{\omega \mu_t}{\rho} \quad (3.46)$$

Diese Beispiele zeigen, dass einige Anstrengungen unternommen wurden, um die Abhängigkeit der Lösung von der Platzierung der Knoten nahe der Wand weitgehend zu vermeiden. Dies ist für eine verlässliche Aussage im Hinblick auf Netzkonzvergenz von großer praktischer Bedeutung.

3.2.5 Turbulenz auflösende Modelle

Dieser Abschnitt widmet sich Turbulenzmodellen, die zumindest einen Teil der turbulenten Fluktuationen auflösen. Wie bereits in Abschnitt 3.2.3.1 geschildert, sind klassische RANS Modelle auf Grund der Modellannahmen nicht universell einsetzbar. Insbesondere für instationäre abgelöste Strömungen (z.B. turbulente Kármán'sche Wirbelstraße hinter stumpfen Körpern) sind die Übereinstimmungen mit Messergebnissen oft nicht zufriedenstellend. Für solche Fälle ist die Large Eddy Simulation das Mittel der Wahl, um die

Qualität der Simulationsergebnisse zu verbessern. Die LES hat aber für industrielle CFD den Nachteil, dass die Kosten trotz der verfügbaren Hardware immer noch enorm sind. Insbesondere turbulente Wandgrenzschichten, in denen sehr kleine turbulente Strukturen auftreten, sind mit hohen Anforderungen an die Auflösung des Rechengitters verbunden. Im Gegensatz zu RANS ist das Gitter nicht nur normal zur Wand (y^+), sondern auch in die beiden anderen Raumrichtungen stark zu verfeinern (x^+, z^+). Für diese Technik bestimmt die Physik in Form der Reynoldszahl die nötige Auflösung des Gitters [121].

Die Idee, die Stärke der LES mit der Effizienz von RANS zu verknüpfen geht auf Spalart [124] zurück. Mit Hilfe von RANS Simulationen wird in anliegenden turbulenten Grenzschichten eine sehr gute Übereinstimmung mit Messergebnissen erreicht. Die Gitterauflösung muss dazu nur in einer Richtung, nämlich normal zur Wand verfeinert werden. Die notwendige Gitterauflösung hängt vom Modell ab, kann aber durch den Richtwert y^+ in der Größenordnung von 1 angegeben werden, wenn ein Low-Reynolds Modell benutzt werden soll. Tangential zur Wand sind die Gradienten klein, damit sind Längen-Seiten-Verhältnisse von 10^3 keine Seltenheit. Im Gegensatz zu Turbulenz auflösenden Modellen ist die Gitterweite für RANS Simulationen rein durch die numerische Genauigkeit bestimmt. Der Grundgedanke der hybriden Turbulenzmodelle liegt nun darin, die Modellierung der Turbulenz an die Topologie des Strömungsfeldes im Rechengebiet anzupassen. Die Bereiche, in denen die RANS Simulation gute Ergebnisse liefert (anliegende Grenzschichten, Fernfeld) werden auch mit RANS modelliert. Bereiche, in denen die Auflösung turbulenter Strukturen wichtig ist, z.B. in Ablösegebieten hinter stumpfen Körpern, werden fein aufgelöst und mit einem LES-artigen Modell behandelt. Damit ist die Anforderung an die Gitterauflösung im Vergleich zur LES wesentlich reduziert³. Eine Abgrenzung der unterschiedlichen Regionen zusammen mit den jeweiligen Anforderungen an das Rechengitter wird von Spalart [122] beschrieben.

Dass eine solches Umschalten der Modellierung zwischen RANS und LES möglich ist, wird mit der strukturellen Ähnlichkeit der zu lösenden Gleichungen für die beiden Modellansätze begründet [43]. Die gefilterten Navier-Stokes Gleichungen im Rahmen der LES können analog zu den RANS Gleichungen geschrieben werden. LES benötigt ebenfalls ein Turbulenzmodell für die Behandlung der Turbulenz auf den Skalen, welche nicht mit dem Gitter aufgelöst werden. Als sog. „subgrid model“ werden meistens Wirbelviskositätsmodelle benutzt. Daher sind nicht nur die Gleichungen, sondern auch die Turbulenzmodelle ähnlich.

Den meisten hybriden Modellansätzen liegt ein einziges Turbulenzmodell zugrunde, welches in Abhängigkeit von der lokalen Topologie der Strömung im LES oder im RANS Modus arbeitet. Der LES Modus wird dabei in der Regel durch eine Reduktion der dämpfenden Wirbelviskosität erreicht. Einige Forschergruppen versuchen allerdings auch die Kopplung von zwei verschiedenen Modellen. LES und RANS Modelle sind bei dieser Methode örtlich definiert, Beispiele werden in der Arbeit von Fröhlich und Terzi genannt [43]. Bei dieser Vorgehensweise ist insbesondere der Austausch der Variablen über den Grenzbereich eine Herausforderung. Das Konzept der hybriden LES RANS Simulation ist

³Es muss allerdings an dieser Stelle angemerkt werden, dass die Auflösung turbulenter Grenzschichten (ohne Wandfunktionen) auch mit RANS mit enormen Modellgrößen verbunden sein kann. Im Fall einer komplexen Geometrie bei sehr hohen Reynoldszahlen und entsprechend dünnen Grenzschichten kann die Modellgröße durchaus $10^7 - 10^8$ Knoten betragen

auf mittlerweile auf eine Vielzahl von Konzepten und Modellen ausgeweitet worden [43].

3.2.5.1 Detached Eddy Simulation

Das DES (Detached Eddy Simulation) Modell von Spalart [124] ist das am weitesten verbreitete hybride Modell. Es beruht auf einer Transportgleichung für eine modifizierte Wirbelviskosität (Spalart Allmaras Modell [123]). Das DES Modell enthält einen negativen Produktionsterm für die Wirbelviskosität, der proportional zum Quadrat des Wandabstandes ist. Dieses physikalische Längenmaß wird durch ein Längenmaß, welches aus der Gitterweite abgeleitet ist, ersetzt.

$$h = \max(h_x; h_y; h_z) \quad (3.47)$$

$$\tilde{y} = \min(y; C_{DES} h) \quad (3.48)$$

Die Modellkonstante C_{DES} wurde auf einen Wert von 0,65 kalibriert. In der Nähe der Wand ist $y > C_{DES} h$, hier ist das Originalmodell aktiv. Weiter entfernt von der Wand wird der Quellterm durch die Gitterweite bestimmt. Für feine Gitter ergibt sich damit eine Reduzierung der Wirbelviskosität, die turbulenten Fluktuationen werden weniger stark gedämpft. Vorteile besitzt diese Methode vor allem bei stark abgelösten Strömungen. Um die großen Fluktuationen in Nachlaufgebieten im Sinne einer LES aufzulösen, muss das Gitter in diesen Regionen in der Regel nicht um Größenordnungen verfeinert werden. Damit ist die Methode vor allem für komplexe Geometrien interessant, bei denen auf Grund der erforderlichen Knotenzahl LES nicht im gesamten Rechenggebiet eingesetzt werden kann.

Die Methode hat sich mit einigen Erweiterungen zur Simulation massiv abgelöster Strömungen etabliert. So kommen z.B. andere RANS Modelle als Basis zum Einsatz, wie z.B. das DES-SST Modell in der Arbeit von Strelets [126]. Ein Problem der DES Originalmodells ist, dass bei feinen Gittern in Strömungsrichtung der LES Modus in einer anliegenden Grenzschicht aktiviert werden kann. Die Folge können nach Menter [96] sog. „grid induced separations“ sein. Den Verfassern des Originalmodells war dieses Problem bewusst, sie bezeichnen es als „modeled stress depletion“ kurz MSD [120]. Der Ausdruck steht für die Reduzierung der Wirbelviskosität und damit Reynoldsspannungen bei Aktivierung des LES Modus im äußeren Bereich der Grenzschicht. Dabei ist das Gitter in der Regel zu grob, um die Fluktuationen in der Grenzschicht ausreichend aufzulösen. Das Ziel des Modells ist ja gerade eine LES Auflösung der Grenzschicht zu vermeiden. Damit wird zwar die Wirbelviskosität reduziert, aber es werden nicht im gleichen Maße turbulente Fluktuationen aufgelöst.

Für die Verfeinerung des Gitters im Grenzschichtbereich müssen aus diesem Grund unsere Grenzen beachtet werden. Die ist entgegen der üblichen Praxis, dass feinere Gitter die Lösung besser approximieren. Die starke Abhängigkeit des Original DES Modells vom Gitter ist ein wesentlicher Nachteil. Lösungen für diese Problem wurden u.A. von Spalart et al. [120] vorgeschlagen. Die Idee ist, die Grenzschicht vor der Aktivierung „zu schützen“ und das LES Modell erst später zu aktivieren. Daher wird die Methode auch Delayed DES (DDDES) bezeichnet. Der Ansatz, den LES Modus auf den Bereich außerhalb der Grenzschicht zu begrenzen, geht auf Menter und Kuntz zurück [96]. Sie benutzen für

das DES-SST Modell die SST Blending Funktionen. Einen Vergleich moderner DES Varianten mit Original DES zeigt, dass Gitter induzierte Ablösungen weitgehend vermieden werden können [89]. Die Autoren zeigen allerdings auch, dass MSD weiterhin auftreten kann, insbesondere in abgelösten Grenzschichten.

3.2.5.2 SAS Scale-Adaptive Simulation

Im Gegensatz zu den o.g. hybriden Turbulenzmodellen ist der SAS Ansatz eine Weiterentwicklung der URANS Modellierung. Die Gitterweite beeinflusst nicht direkt das Turbulenzmodell, es kann daher im Grunde nicht als LES-artiges Modell klassifiziert werden. Der geringe Einfluss des Gitters auf das Modellverhalten wird von den Autoren als größter Vorteil des Modellansatzes gesehen [97]. Die Steuerung zwischen stationärem und instationärem - besser Turbulenz auflösendem - Modus erfolgt durch das Modell selbst und wird nicht durch das Gitter kontrolliert.

Wesentlich für diesen Modellansatz ist die Einführung der von Kármán Länge als Längenmaß in die Transportgleichungen für turbulente Größen:

$$L_{vK} = \kappa \left| \frac{\frac{\partial U}{\partial y}}{\frac{\partial^2 U}{\partial y^2}} \right| \quad (3.49)$$

Diese Länge geht auf von Kármán zurück, der es als „für den Längenmaßstab der Störungen charakteristische Länge“ bezeichnet hat [73]. Menter und Egorov [94] stellen heraus, dass das turbulente Längenmaß in einer klassischen URANS Simulation immer proportional zur Grenzschichtdicke bzw. Dicke der Scherschicht ist. Um die Wirkung der von Kármán Länge im Modell herauszustellen, wurde von Menter und Egorov [92] ein generischer Testfall simuliert. Dazu wurde ein 1D Geschwindigkeitsprofil mit einem Längenmaß L_m vorgegeben:

$$U(y) = U_0 \sin \left(\frac{2\pi y}{L_m} \right) \quad (3.50)$$

Mit Hilfe dieses Testfalles konnte gezeigt werden [92], dass ein SAS Modell das Längenmaß L_m als charakteristische Länge des Strömungsfeldes liefert, und das unabhängig von der Dicke der Scherschicht. Im Vergleich dazu liefern klassische URANS Modelle die Länge der Scherschicht. Die Fähigkeit des Modells, sich an bereits aufgelöste Skalen anzupassen, führt auf den Namen „Scale-Adaptive Simulation“ (SAS).

Ein interessanter Zugang zur Wirkung der von Kármán Länge im Modell wird von Davidson [24] dargestellt. Gemäß Gleichung 3.49 ergibt sich dieses Längenmaß als Quotient von 1. und 2. Ableitung der Geschwindigkeit. Im Falle einer instationären Strömung wird das Geschwindigkeitsprofil an einer Stelle nicht glatt sein, sondern wellig bedingt durch Fluktuationen in der Zeit. Diese Welligkeit bewirkt wiederum einen Anstieg der v. Kármán Länge und damit eine Triggerung des Quellterms. Für weitere Details wird auf die Literatur [97, 92, 94] und auf den Anhang A.2 verwiesen.

Trotz der geringeren Einflussnahme des Gitters auf die Simulation ist auch dieses Modell nicht uneingeschränkt gegenüber DES zu empfehlen. Es gibt Testfälle die zeigen, dass das Modell auch bei sehr feinen Gittern nicht instationär wird. Dies wird vor allem dann beobachtet, wenn eine stabile stationäre RANS Lösung erzielt werden kann [43]. Für die

Simulation eines asymmetrischen Diffusors zeigte Davidson [24] sogar ein schlechteres Ergebnis im Vergleich zum RANS Modell. Die Ergebnisse für die Strömung über einen dreidimensionalen Hügel waren ebenfalls nicht in guter Übereinstimmung mit Experimenten. Es gibt auch für den SAS Ansatz einen Graubereich, bei dem das Modell weder im RANS noch im LES Modus arbeitet. Dies kann zu schlechten Ergebnissen führen. Daher ist das Modell für Strömungen mit geringer Instabilität nur bedingt zu empfehlen.

Vergleiche von SAS / DES mit RANS sind auch für komplexe Strömungen vorhanden. Imberdis et al. [65] haben mit der Untersuchung des Einlasskanals für einen Verbrennungsmotor gezeigt, dass bei gleichem Gitter mit DES wesentlich mehr turbulente kinetische Energie aufgelöst wird, als mit SAS. Die Vergleich beider Modelle mit Messungen zeigte für DES und SAS Vorteile gegenüber einer URANS Simulation. Es konnte nicht eindeutig gezeigt werden, welcher der beiden Turbulenz auflösenden Ansätze besser ist. Ein weiterer Vergleich der drei Ansätze wurde von Gant [44] für die Verteilung eines Methangas Strahles in einem Raum veröffentlicht. Diese Arbeit konzentriert sich auf Qualitätskriterien bei der Simulation mit LES-artigen Modellen. Es konnte keine Verbesserung der Vorhersage mit Turbulenz auflösenden Modellen erreicht werden. Die Studie zeigt zudem die größte Abhängigkeit der ermittelten Gaskonzentrationen vom Gitter für den SAS Ansatz. Dieses Ergebnis steht im Gegensatz zu der Erwartung, dass das SAS Modell im Vergleich zu DES eine geringere Abhängigkeit vom Rechengitter zeigt. Dieser Umstand wird von Gant [44] mit der zu geringen Gitterauflösung (ca. 600.000 Knoten auf der höchsten Verfeinerungsstufe) begründet. Eine Reihe von Anwendungsbeispielen von SAS in komplexen Geometrien wird von Menter [95] dargestellt.

Die genannten Fallstricke führen dazu, dass hybride LES RANS Methoden nicht als black-box Verfahren angewandt werden dürfen. Der Einfluss des Gitters auf das Rechenergebnis ist wesentlich größer als bei RANS, wo allein numerische Genauigkeit die Gitterweite bestimmt. Auf diesen Punkt wird in Kapitel 6.2.4 noch einmal detailliert eingegangen.

3.2.6 Turbulenzmodellierung für Turbomaschinen

Die verschiedenen Turbulenzmodelle haben Schwächen, die aus den z.T. sehr stark vereinfachenden Modellannahmen herrühren. Turbomaschinen stellen im Bezug auf Turbulenzmodellierung eine große Herausforderung dar. Von Lakshminarayana [82] werden eine Reihe von Eigenschaften komplexer turbulenter Strömungen in Turbomaschinen genannt, die für die Modellannahmen klassischer Modelle kritisch sind:

- dreidimensionale Scherschichten auf rotierenden Oberflächen
- Scherschichten auf gekrümmten Oberflächen, Krümmung der Stromlinien durch Zentrifugalkräfte
- abgelöste Strömungen
- Drall und Wirbelströmungen
- interagierende Grenzschichten

Als „komplex“ können nach Purtell [108] solche turbulenten Strömungen definiert werden, die sich mit Methoden für einfache Scherschichten nicht korrekt beschreiben lassen. Nach Bradshaw [9] können komplexe turbulente Strömungen als Scherschichten mit Störung aufgefasst werden. Solche Störungen können z.B. zusätzliche Volumenkräfte (Auftrieb) oder eine zusätzliche Dehngeschwindigkeit bei gekrümmten Stromlinien sein. Die Eignung verschiedener RANS Modelle für komplexe Strömungen wurde z.B. in [81, 108, 9] untersucht.

Für die Simulation von Turbomaschinen sind Wirbelviskositätsmodelle weit verbreitet. Ein Kapitel über den Stand der Technik für die Simulationen in Kreispumpen findet sich im Buch von Gülich [55]. Er kommt zu der Schlussfolgerung, „[...] dass das $k - \epsilon$ Modell für die Berechnung von Pumpen ungeeignet ist.“ [55], S. 453. Als Grund werden die Schwächen des Modells insbesondere bei der Vorhersage von drallbehafteten oder abgelösten Strömungen sowie bei ausgeprägten Sekundärströmungen angeführt.

In den meisten aus der Literatur bekannten Simulationen mit RANS wurden Wirbelviskositätsmodelle eingesetzt. Obwohl die Reynoldsspannungsmodelle z.B. von Lakshminarayana [81, 82] als unentbehrlich für die akkurate Simulation von Turbomaschinen angesehen wurden, gibt es vergleichsweise wenige Anwendungen. Von Gerolymos et al. [47] wurden einige erfolgreiche Simulationen von axialen Turbomaschinen mit Reynoldsspannungsmodellen durchgeführt. Die Überlegenheit gegenüber Simulationen mit dem $k - \epsilon$ Modell wurde für drei verschiedene Konfigurationen gezeigt. Im Fall starker Ablösungen war der Vorteil deutlich, wohingegen bei schwach abgelösten Strömungen nur geringe Unterschiede ermittelt wurden. Der zusätzliche Rechenaufwand wurde mit 30 bis 50 % beziffert.

Weiter verbreitet sind auch hier mittlerweile die „höherwertigen“ Modelle, welche Turbulenz zum Teil auflösen. Dieser Trend ist auch darauf zurückzuführen, dass instationäre Effekte mehr und mehr in den Fokus der Untersuchungen geraten. Die Verfügbarkeit von Rechnerkapazitäten und Verbesserung numerischer Methoden hat dies ermöglicht. Trotz dieser Fortschritte kann die für LES geforderte hohe räumliche Auflösung in der Regel nicht überall erreicht werden. Insbesondere für komplexe Geometrien wie Turbomaschinen bieten daher hybride Modelle wie DES oder Ansätze mit ähnlichem Verhalten wie SAS großes Potential. Insbesondere in instabilen Betriebspunkten im Teillastbereich oder im Fall großer Ablösegebiete ist eine teilweise Auflösung der turbulenten Fluktuation sinnvoll. Anwendungen solcher Modelle im Bereich der Turbomaschinen wurden im Abschnitt 2.5.2 ausführlich diskutiert und sollen an dieser Stelle nicht wiederholt werden. Im Rahmen dieser Arbeit wird von den im Abschnitt 3.2.5 beschriebenen Konzepten der SAS Ansatz favorisiert. Der Grund dafür ist die bereits beschriebene geringere Abhängigkeit der Lösung vom Rechengitter im Vergleich zum DES Ansatz. Phänomene wie gitterinduzierte Ablösungen oder „modeled stress depletion“ können mit SAS vermieden werden. Weitere Hinweise zur Modellierung und Simulation von Strömungen in Turbomaschinen geben auch die „Best practice guidelines“ der ERCOFTAC [35]. Die Richtlinien enthalten insbesondere Hinweise zur Qualitätssicherung bei der Durchführung von CFD.

„Turbulence modeling is more of an art than a science“ - Diese Aussage von Bradshaw [9] S. 620 fasst die Darstellungen auf den letzten Seiten treffend zusammen. Klassische Turbulenzmodelle sind nicht für jeden Anwendungsfall ausnahmslos geeignet. Die Wahl eines höherwertigen Modells - z.B. Reynoldsspannungsmodelle - führt nicht zwangsläufig zu besseren Vorhersagen. Es gibt nicht das allgemeine Turbulenzmodell für alle Anwendungsfäl-

le. Insbesondere für „neue“ turbulente Strömungen ist ein Vergleich mit Messergebnissen sinnvoll, wenn nicht gar notwendig, um die Qualität der Vorhersagen zu überprüfen.“

3.3 Simulationsmodelle

⁴„Es wurden im Rahmen der Arbeit zwei Testfälle numerisch untersucht. Beide Maschinen - eine Kreiselpumpe und ein Ventilator - wurden am Lehrstuhl für Strömungsmechanik und Strömungstechnik an der Otto-von-Guericke Universität Magdeburg experimentell untersucht. Es handelt sich um radiale Strömungsmaschinen mit niedriger spezifischer Drehzahl. Die spezifische Drehzahl ist nach Pfleiderer [104] in Gleichung 3.51 definiert.

$$n_q = n \frac{\sqrt{\dot{V}}}{H^{3/4}} = 333 n \frac{\sqrt{\dot{V}}}{Y^{3/4}} \quad (3.51)$$

Die angegebene Definition wird vor allem für hydraulische Maschinen verwendet. Im Gegensatz zu den üblichen Kennzahlen der Strömungsmechanik ist die angegebene Form der spezifischen Drehzahl nicht dimensionslos. Es wird die Drehzahl in [U/min] und die Druckerhöhung als Förderhöhe in [m] eingesetzt. Man kann die spezifische Drehzahl auch dimensionslos aufschreiben, dies entspricht der zweiten Form der Definition in Gl. 3.51. In diese Gleichung sind alle Größen in SI Einheiten einzusetzen. Der Vorfaktor 333 ergibt sich durch die Umrechnung in SI Einheiten und ist dimensionsbehaftet. Man bezeichnet n_q oft auch als Radformkennzahl, da die Radform maßgeblich durch die spezifische Drehzahl bestimmt ist⁵. Die Stabilität der Kennlinie ist maßgeblich von der Radform und damit von der spezifischen Drehzahl abhängig. Radiale Maschinen, d.h. Maschinen mit niedriger spezifischer Drehzahl, weisen den größten stabilen Betriebsbereich auf. Axialmaschinen, die sich durch hohen Volumenstrom und niedrigere Druckerhöhung auszeichnen, haben einen hohen Wert für n_q . Sie sind unter Umständen nur bis ca. 80 % Teillast stabil. Im folgenden Abschnitt werden geometrische Daten und die Betriebspunkte für die untersuchten Maschinen aufgelistet.

3.3.1 Testfall Kreiselpumpe

Die Kreiselpumpe wurde von Krause [78] detailliert experimentell untersucht. Mit Hilfe von zeitlich hoch aufgelöster PIV (Particle Image Velocimetry) konnte rotating stall im Schaufelkanal nachgewiesen und die Umlaufgeschwindigkeit mit Hilfe einer Spektralanalyse des Geschwindigkeitsfeldes bestimmt werden. Die Ergebnisse sind unter anderem in den Veröffentlichungen [80, 79] dokumentiert. Die Dissertation von Krause [78] dokumentiert Untersuchungen an drei verschiedenen Rädern. Die Laufräder hatten die gleichen Hauptabmessungen und Schaufelwinkel an der Eintritts- bzw. Austrittskante. Der

⁴Dieser Abschnitt ist ebenfalls im Abschlussbericht des AiF Projekts 16406 BG „Dynamische Lasten“ von Lucius et al. [87], S. 47-54 veröffentlicht.

⁵Als Alternative zur spezifischen Drehzahl wird häufig die Schnelllaufzahl benutzt. Diese Kennziffer ist dimensionslos. Sie ist die Basis für die Wahl der Radform nach dem Cordier Diagramm.

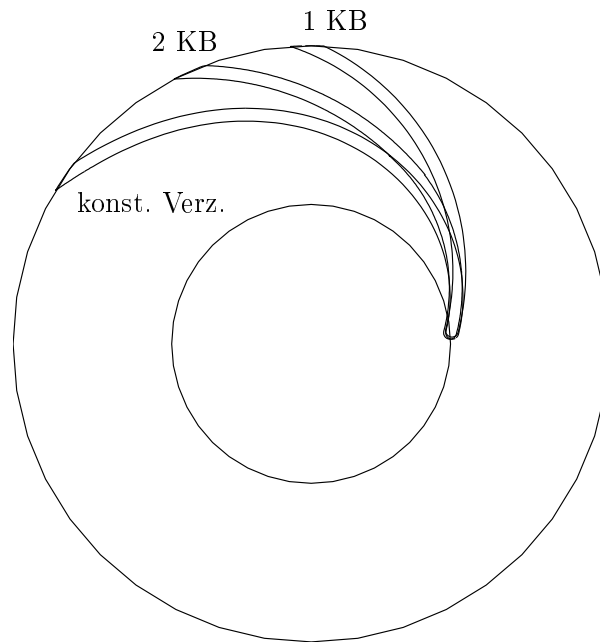


Abbildung 3.3: Vergleich der Schaufelformen für die von Krause [78] untersuchten Laufräder

Verlauf des Schaufelkanals war allerdings unterschiedlich gestaltet. Zunächst wurde eine einfache Kreisbogenschaukel untersucht. Diese Schaufelform hat einen vergleichsweise kurzen Schaufelkanal, Reibungsverluste werden damit minimiert. Allerdings ist die Energieübertragung nicht gleichmäßig verteilt. Es findet in der Regel im ersten Drittel der Schaufellänge eine starke Verzögerung der Relativgeschwindigkeit statt. Dadurch ergibt sich eine erhöhte Gefahr von Strömungsablösungen.

Die Verzögerung kann durch eine modifizierte Kanalgestaltung verbessert werden. Eine Möglichkeit ist, statt eines Kreisbogens zwei Bögen zu verwenden. Allerdings ergibt sich an der Übergangsstelle der Kreisbögen eine Unstetigkeit in der Steigung, die ebenfalls zu Ablösungen der Strömung führen kann. Dies konnte durch die PIV Messungen von Krause bestätigt werden. Für die dritte untersuchte Variante wurde der Kanalverlauf punktweise berechnet. Dabei war das Ziel, eine gleichmäßige Verzögerung der Relativgeschwindigkeit zu erreichen. Der Nachteil dieser Form ist, dass sich lange Schaufelkanäle ergeben und damit die Reibungsverluste zunehmen. Abbildung 3.3 zeigt die Skelettlinie der einzelnen Laufräder im Vergleich. Die Wirkungsgrade der drei Pumpenlaufräder wiesen nur geringe Unterschiede von wenigen Prozentpunkten auf. Im Optimalpunkt hat die Kreisbogenschaukel den höchsten Wirkungsgrad. Für die Schaufel mit konstanter Verzögerung wurde der geringste Wirkungsgrad gemessen. Im Teillastbereich waren dagegen die Wirkungsgrade für das punktweise berechnete Laufrad am höchsten. Die Totaldruckerhöhung war über der gesamten Kennlinie für das Laufrad mit Kreisbogenschaukel am höchsten, wobei die Unterschiede mit zunehmendem Volumenstrom größer werden. Im tiefen Teillastbereich war die Druckerhöhung für alle drei Laufräder nahezu identisch. Das Laufrad mit zwei Kreisbögen war für Druckerhöhung und Wirkungsgrad zwischen den beiden anderen Varianten angesiedelt. Das instabile Teillastverhalten war für die drei Räder wesentlich verschieden. Für das Rad mit Kreisbogenschaukeln wurde das Einsetzen von rotating stall

n	600 [U/min]
d_1	130 [mm]
d_2	278 [mm]
β_1	19 °
β_2	23 °
Schaufelzahl	5
\dot{V}	47,55 [m ³ /h]
Δp_{tot}	38,1 [kPa]
n_q	24,9

Tabelle 3.2: Geometrische Daten und Betriebspunkt Kreiselpumpe

unterhalb von ca. 40 % Nennvolumenstrom nachgewiesen. Das Laufrad mit konstanter Verzögerung zeigte rotating stall erst unterhalb von 25 % Teillast, das Rad mit zwei Bögen unterhalb 30 %. Die geringere Belastung an der Eintrittskante hat demnach einen wesentlichen Einfluss auf die Stabilität bei Teillast.

Für die numerischen Untersuchungen wurde zunächst die einfache Kreisbogenschaufel ausgewählt, diese Geometrie wird in der Industrie häufig verwendet. Für die numerische Untersuchung des Einsetzens von rotating stall wurde ein Vergleich mit dem Laufrad mit konstanter Verzögerung der Relativgeschwindigkeit durchgeführt. Die Tabelle 3.2 listet die wichtigsten geometrischen Details und Betriebsdaten auf. Auf ein Spiralgehäuse wurde bei dieser Pumpe verzichtet, an das Laufrad schließt sich ein schaufelloser Diffusor an. Von diesem Diffusor führen 12 Druckleitungen in den Druckstutzen (Abb. 3.4). Der rotationssymmetrische Aufbau soll eine Rückwirkung der Geometrie auf die Strömung im Laufrad vermeiden. Spiralgehäuse können nur für einen Betriebspunkt ausgelegt werden. Bei Abweichungen vom Optimalpunkt passt die Erweiterung des Spiralquerschnitts über dem Umfang nicht mehr zur Geschwindigkeit. Die Folge ist eine unsymmetrische Druckverteilung über dem Umfang mit einem Drucksprung an der Zunge. Das Einsetzen von rotating stall wird wesentlich durch die Leiteinrichtungen (Diffusor mit oder ohne Leit-schaufeln, Spiralgehäuse) auf der Druckseite beeinflusst

Das Simulationsmodell besteht aus drei Gebieten: ein stehendes Eintrittsgebiet, das rotierende Laufrad und der stehende Diffusor. Die Verknüpfung der Gebiete erfolgt über vier Interpolationsebenen. Der Spalt zwischen Laufrad und Gehäuse ist im Modell abgebildet, er beeinflusst wesentlich die Strömung im Laufrad. Der Massenstrom durch das Laufrad ist um den Spaltmassenstrom erhöht, welcher zwischen Druck- und Saugseite im Kreis gefördert wird. Bedingt durch den erhöhten Massenstrom durch das Laufrad erhöht die Spaltströmung die Teillaststabilität. Insbesondere bei Verdichtern werden Spalte in das Gehäuse integriert (sog. casing treatment [103]), um den Massenstrom an der Eintrittskante und damit die Teillaststabilität zu erhöhen. Der Leistungsbedarf der Maschine wird durch eine solche Maßnahme erhöht, aber durch den Vorteil des breiteren stabilen Betriebsbereiches aufgewogen. Zusätzlich zum erhöhten Durchfluss wird der Strömung auf

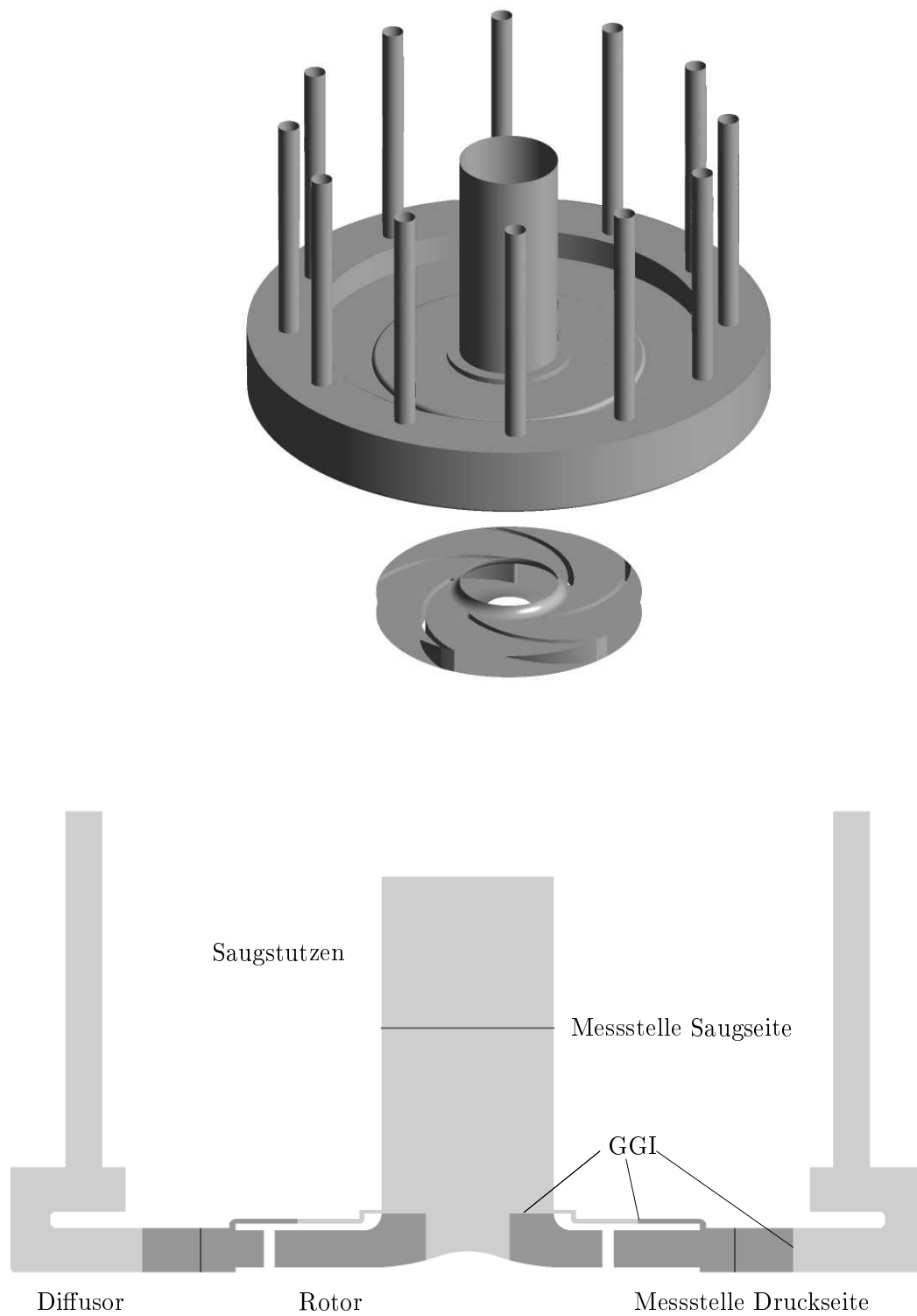


Abbildung 3.4: Simulationsmodell der Kreiselpumpe, oben: Gesamtmodell, Laufrad aus dem Gehäuse herausgezogen, unten: Schnittdarstellung

der Saugseite durch den Spaltstrom ein Drall aufgeprägt, der die Anströmung des Laufrades beeinflusst.

Im Modell vernachlässigt wurde dagegen der Spalt auf der Rückseite des Laufrades. Dieser wird bei Vernachlässigung von eventuellen Leckageverlusten an der Wellendichtung nicht durchströmt und beeinflusst die Strömung im Laufrad nicht. Das Drehmoment, welches zur Drehung der Bodenscheibe im viskosen Fluid benötigt wird, ist somit nicht im Wirkungsgrad der Simulation enthalten. Eine Abschätzung ist aber mit einfachen Mitteln möglich. Für eine exakte Vorhersage des Axialschubes d.h. der Kraft in axialer Richtung, die vom Wellenlager aufgenommen wird, muss der Spalt allerdings mitgerechnet werden. Die Druckkraft auf der Rückseite der Bodenscheibe trägt wesentlich zum Axialschub bei. Der Axialschub war allerdings für diese Arbeit nicht von besonderem Interesse.

Die Austrittsleitungen auf der Druckseite sind im Experiment als flexible Schläuche ausgeführt. Der Einfluss auf die Strömung im Laufrad wird auf Grund der Umlenkung im Diffusor und der großen Entfernung zum Laufrad als gering eingeschätzt. Bis auf die genannten Unterschiede und Toleranzen in der Fertigung entspricht das Simulationsmodell der Konfiguration im Versuchsstand.

Randbedingungen

Als Randbedingungen wurden die Axialgeschwindigkeit am Eintritt und der gemittelter Druck am Austritt gewählt. Die Werte sind in Tabelle 3.3 zusammengefasst. Der Volumenstrom ist durch den im Experiment eingestellten Betriebspunkt bestimmt. In den Messungen wurde rotating stall für das Laufrad mit einfachen Kreisbogenschaukeln unterhalb von ca. 35 % des Nominalvolumenstroms nachgewiesen. Als Betriebspunkt für die transienten Simulationen wurde 30 % Teillast ausgewählt.

Der Eintrittsrand befindet sich 2 Durchmesser der Saugleitung vom Laufrad entfernt. Als Randbedingung wurde ein analytisches Geschwindigkeitsprofil für die Axialgeschwindigkeit vorgegeben. Das Potenzgesetz nach Gleichung 3.52 ist eine gute Näherung für eine voll ausgebildete turbulente Strömung und lässt sich leicht nach Gleichung 3.53 [117] auf eine mittlere Geschwindigkeit \bar{u} und damit auf einen vorgegebenen Volumenstrom skalieren. Der Exponent n hängt leicht von der Reynoldszahl ab, ein typischer Wert ist $1/7$ [117]. Am Versuchsstand wurde das Profil der Eintrittsgeschwindigkeit mit Hilfe einer Fünflochsonde bestimmt. Das Geschwindigkeitsprofil weist eine leichte Asymmetrie auf. Das Maximum der Geschwindigkeit befindet sich nicht genau in der Mitte des Rohres [78]. Da das Profil nur auf einer Linie gemessen wurde und nicht als Fläche vorliegt, können die Daten nicht als Eintrittsrandbedingung benutzt werden. Die Unsicherheit bezüglich der Zuströmbedingungen wird in Kapitel 6.3.1 untersucht. Die Rauigkeit an der Wand wurde vernachlässigt, die Wände wurden im Simulationsmodell als hydraulisch glatt definiert. Genaue Informationen über die Wandrauigkeit liegen nicht vor, für die gefrästen Plexiglasflächen wird von einer geringen Rauigkeit ausgegangen. Eine hohe Oberflächengüte ohne Kratzer ist für die optischen Messungen ohnehin von großer Wichtigkeit.

$$u(r) = u_{\max} \left(1 - \frac{r}{R}\right)^n \quad (3.52)$$

$$u_{\max} = \bar{u} \frac{(n+1)(n+2)}{2} \quad (3.53)$$

	Größe	Wert
Eintritt	u_{\max}	0.579 [m/s]
	L_t	10 mm
	Tu	2 %
Austritt	p	0 Pa
Fluideigenschaften	ρ	1000 [kg/m ³]
	μ	$8,899 \times 10^{-4}$ [Pa s]

Tabelle 3.3: Randbedingungen und Stoffgrößen Testfall Kreiselpumpe

Neben der Geschwindigkeit müssen die Turbulenzgrößen am Eintritt vorgegeben werden. Es wurde die turbulente kinetische Energie als Turbulenzgrad und ein turbulentes Längenmaß vorgegeben. Da diese Größen nicht bekannt sind, werden Schätzwerte nach Tabelle 3.3 vorgegeben. Der Einfluss der Turbulenzgrößen am Eintritt ist typischerweise gering, die Abhängigkeit wird in Kapitel 6.3.1 untersucht. Die Austrittsränder befinden sich am Ende der 12 Druckleitungen, die Rohre haben eine Länge von 10 Durchmessern. Am Austritt wird ein über der Fläche gemittelter Druck vorgegeben.

3.3.2 Testfall Ventilator

Bei dem Ventilator handelt es sich um einen Industrieventilator der Firma Piller Industrieventilatoren Moringen. Dieser Ventilator wurde im Rahmen des AiF Projektes Dynamische Lasten (IGF Nr. 16406 BG/1-3) experimentell und numerisch untersucht. Für die Versuche wurde ein transparentes Modellrad aus Plexiglas gebaut. Bedingt durch die geringe Festigkeit des Materials wurden Drehzahlen bis maximal 2500 [U/min] gefahren. Die Schaufeln sind für dieses Rad ebenfalls als Kreisbogen ausgeführt. Die spezifische Drehzahl von 50 ist für ein rein radiales Laufrad vergleichsweise hoch, typischerweise wird bei Radialrädern mit n_q über 38 die Eintrittskante in den Saugmund vorgezogen und die Beschaukelung dreidimensional verwunden [104]. Abbildung 3.5 zeigt das Simulationsmodell des Ventilators als Vollmodell und einen Schnitt durch das 3D Modell. Das Modell besteht wie die Pumpe aus drei Gebieten: stationäres Eintrittsgebiet, Rotor und Spiralgehäuse. Im Gegensatz zur Pumpe ist das Austrittsgebiet nicht rotationssymmetrisch. Das Fluid wird in einer Sammelspirale dem Druckstutzen zugeführt. Die Abbildung des Gesamtmodells zeigt auch die Ebene, in der die PIV Messungen durchgeführt wurden. Die Messebene befindet sich im Rotor in der Nähe der Spiralzunge. Über das Geschwindigkeitsfeld im Schaufelkanal an einer anderen Rotorposition liegen keine gemessenen Informationen vor. Der Eintrittsrand befindet sich hier 5 Durchmesser der Saugleitung stromauf vom Eintritt in den Ventilator. Der Austrittsrand ist 5D hinter dem Übergang des rechteckigen Spiralquerschnitts auf den runden Querschnitt der Druckleitung gesetzt. Die Durchmesser von Druck- und Saugleitung sind identisch. Für die Übergänge vom rotierenden ins stehende System wurden Interpolationsebenen (GGI) verwendet. Die Lage der Schnittstellen ist in Abb. 3.5 gekennzeichnet. Der Spalt auf der Rückseite des Laufrades ist bedingt durch die Lage des Spiralgehäuses im Modell integriert. Es ist also auch eine Bestimmung des

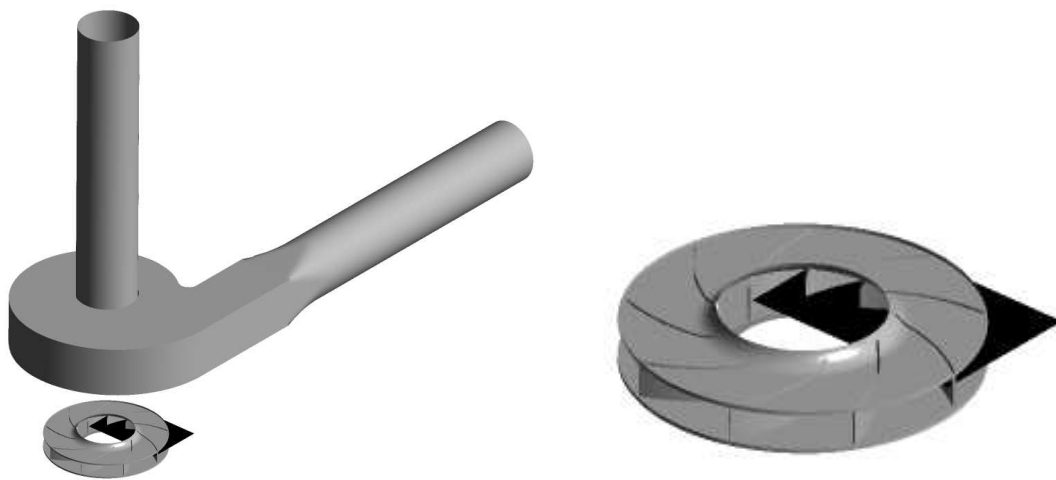
Parameter	Wert
n	3600 [U/min] (Nenndrehzahl)
d_1	188 [mm]
d_2	400 [mm]
β_1	47 °
β_2	45 °
Schaufelzahl	9
\dot{V}	3000 [m ³ /h]
Δp_{tot}	3,03 [kPa]
n_q	50,8

Tabelle 3.4: Geometrische Daten und Betriebspunkt Ventilator

Axialschubs durch die Fluidkräfte möglich. Da es sich hier um eine im Ventilatorbau typische geschweißte Konstruktion handelt, sind die Fertigungstoleranzen vergleichsweise groß. Abweichungen der Geometrie vom CAD Modell im Millimeterbereich sind möglich. Das Laufrad selbst als gefrästes Bauteil aus Plexiglas hat dagegen geringe Fertigungstoleranzen. Im Experiment ist der Ventilator in einen geschlossenen Kreislauf eingebunden. Für die Geschwindigkeitsmessungen mittels PIV werden Tracerpartikel benötigt, der geschlossene Kreislauf hält die Partikel im System.

Randbedingungen

Die Randbedingungen sind ähnlich im Vergleich zur Kreiselpumpe. Nach Auswertung der Messergebnisse wurde eine Drehzahl von 2000 U/min für den Vergleich herangezogen. Die Umfangsgeschwindigkeit beträgt für diesen Fall 42 m/s. Die Machzahl gebildet mit dieser Umfangsgeschwindigkeit beträgt 0,12. Auf Grund der vernachlässigbaren Kompressibilität wird mit konstanter Dichte gerechnet. Der Wert der Dichte in den Simulationen entspricht dem gemessenen arithmetischen Mittelwerte der Dichte an den Messstellen auf der Druck- und Saugseite. Da das Fluid in einem geschlossenen Kreislauf gefördert wird, hat sich am Eintritt des Ventilators ein turbulentes Geschwindigkeitsprofil ausgebildet. Die Einlaufstrecke vom Krümmer bis zum Eintritt des Ventilators beträgt 30 Rohrdurchmesser. Es wurden Geschwindigkeitsmessungen auf der Saugseite durchgeführt, die Profile der Axialgeschwindigkeit sind in Abbildung 3.6 für verschiedene Volumenströme abgebildet. Die Messebene befindet sich kurz vor dem Eintritt in den Ventilator. Eine leichte Abweichung von der Rotationssymmetrie ist auch für diesen Fall zu erkennen. Eine Positionierung des Eintritts an diese Stelle ist für die CFD nicht sinnvoll, da sich bei Teillast Rückströmung am Rand einstellen kann. Untersuchungen an der Pumpe haben gezeigt, dass im tiefen Teillastgebiet ein großes Rückströmgebiet weit stromauf in das Saugrohr existiert. Aus diesem Grund wurde der Eintrittsrand weiter stromauf positioniert. Wie für die Pumpe wurde auch hier das voll entwickelte Profil nach dem 1/7 Gesetz als Rand-



Position der Messebene für PIV

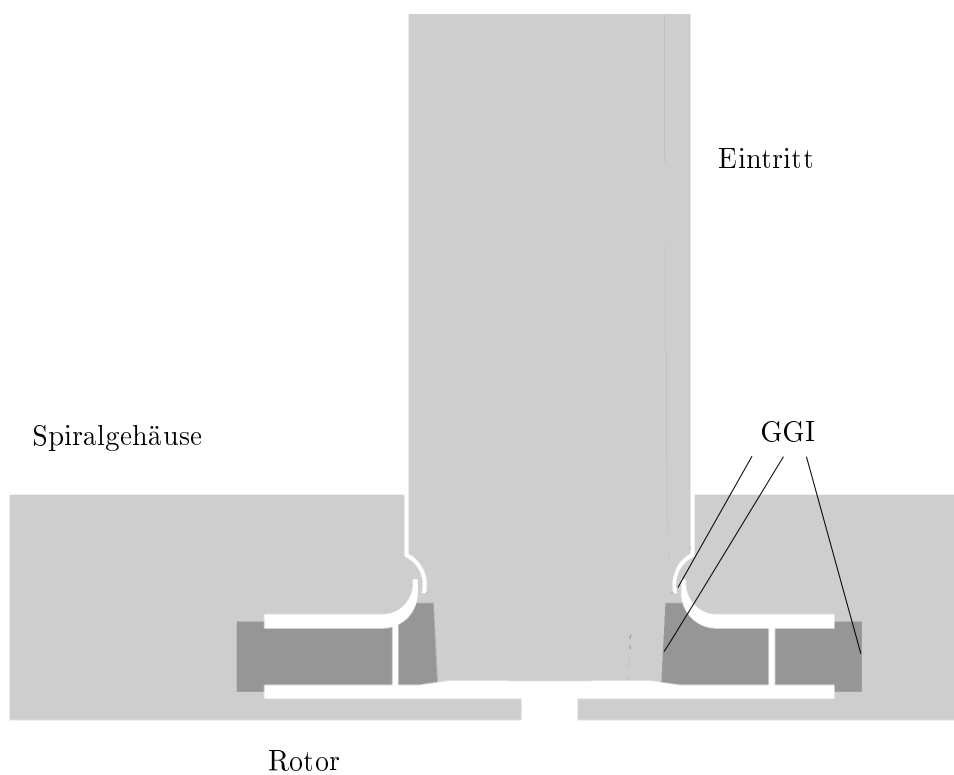


Abbildung 3.5: Simulationsmodell Testfall Ventilator, oben Volumenmodell, Laufrad mit Messebene herausgezogen, unten Schnittdarstellung

	Größe	Wert
Eintritt	u_{\max}	9,215 [m/s]
	L_t	10 mm
	Tu	5 %
Austritt	p	0 Pa
Fluideigenschaften	ρ	1,162 [kg/s]
	μ	$1,831 \times 10^{-5}$ [Pa s]

Tabelle 3.5: Randbedingungen und Stoffgrößen Testfall Ventilator, 50 % Lastfall

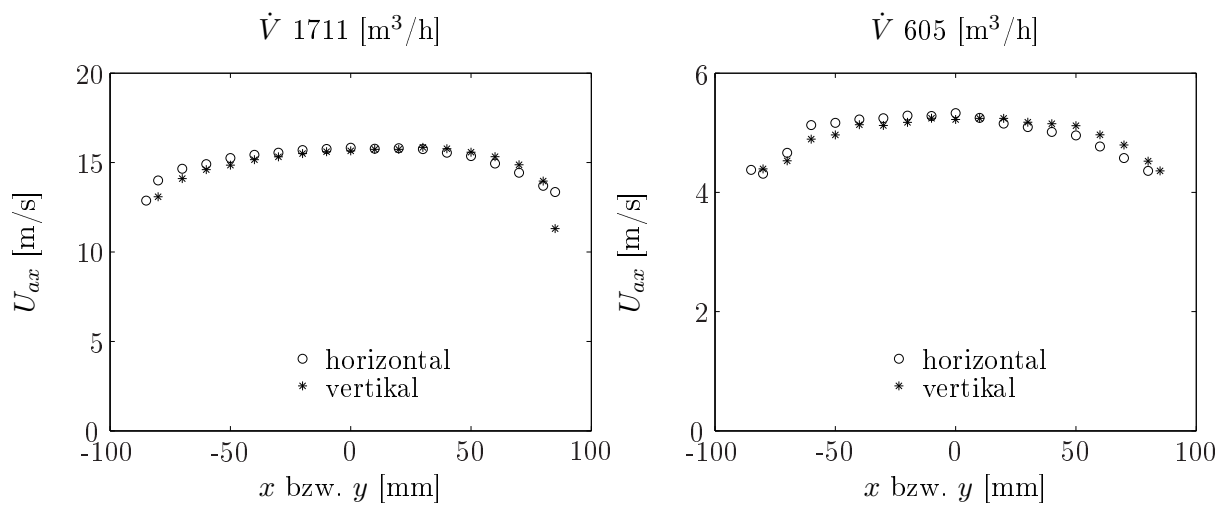


Abbildung 3.6: Gemessene Geschwindigkeitsprofile in der Saugleitung des Ventilators, verschiedene Betriebspunkte

bedingung vorgegeben. Auch für diesen Fall wird in Kapitel 6.3 mit Hilfe von stationären Simulationen der Einfluss der Randbedingungen auf die Ergebnisse dargestellt.“

4 Numerische Methoden

Zur Untersuchung der instationären Strömung in Kreispumpen und Ventilatoren wurde ein numerisches Simulationsverfahren verwendet. Für die Berechnung wurde das Programmsystem ANSYS CFX Version 12 benutzt. Das Programm verwendet das finite Volumen Verfahren, d.h. es werden die Gleichungen in Integralform für jedes Kontrollvolumen gelöst. Die Variation der Lösung über eine Gitterzelle wird analytisch mit Hilfe von Formfunktionen beschrieben. In den folgenden Abschnitten werden Details der Methode kurz beschrieben. Eine ausführlichere Darstellung dieses Verfahrens findet sich z.B. im Buch von Ferziger und Peric [40] oder im CFX Handbuch [5].

4.1 Numerische Diskretisierung

Die allgemeine Transportgleichung für eine skalare Transportvariable ϕ in Integralform lautet:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho \phi dV + \int_A \rho \phi \vec{u} \cdot \vec{n} dA = \int_A \Gamma_D (\text{grad} \phi) \cdot \vec{n} dA + \int_V q_\phi dV \quad (4.1)$$

Diese Gleichung wird über jedes Kontrollvolumen des Gitter integriert. Das numerische Verfahren wird als knotenbasiert bezeichnet. Die Kontrollvolumen werden um die Knotenpunkten des Gitters erzeugt, diese sind nicht identisch mit den Gitterzellen (Abb. 4.1). Die Variablen werden an den Knotenpunkten, d.h. an den Eckpunkten der Gitterzellen gespeichert. Das Kontrollvolumen wird durch Integrationsflächen begrenzt, die aus den Schwerpunkten der einzelnen Gitterzellen gebildet werden.

Zur Bestimmung der Werte von Transportgrößen an anderen Stellen als den Knoten-

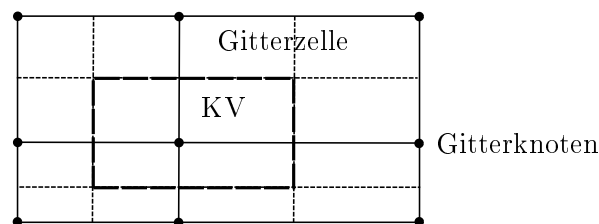


Abbildung 4.1: Konstruktion eines Kontrollvolumens aus einem 2D Gitter

punkten werden Formfunktionen in Anlehnung an die Methode der finiten Elemente benutzt. Durch diese Formfunktionen wird die Variation der Lösung über eine Gitterzelle beschrieben. Die Variation der Variablen ϕ ist linear in Abhängigkeit von parametrischen Koordinaten definiert. Details zu den Formfunktionen für die unterstützten Elementtypen sind im Benutzerhandbuch [5] aufgelistet. Durch die vorgeschriebene Variation des Variablenwertes über dem Element können Integrale und Gradienten einfach bestimmt werden.

4.1.1 Diffusion

Für die Auswertung des Diffusionsterms wird der Gradient der Transportvariablen benötigt. Da der Verlauf der Variablen über das Kontrollvolumen mit Hilfe von linearen Formfunktionen vorgegeben ist, kann der Gradient aus den Funktionen ermittelt werden. Zur Bestimmung der Ableitungen in kartesischen Koordinaten aus den parametrischen Koordinaten der Formfunktionen wird die Jacobi'sche Transformationsmatrix benötigt.

4.1.2 Konvektion

Für die Diskretisierung der konvektiven Terme muss der Wert der Variablen ϕ am Integrationspunkt aus den in den Knoten gespeicherten Werten interpoliert werden. Dafür stehen verschiedene Verfahren zur Verfügung. Die Standard Gleichung zur Bestimmung der Transportvariablen ϕ am Integrationspunkt ip lautet wie folgt:

$$\phi_{ip} = \phi_{up} + \beta \nabla(\phi) \Delta \vec{x} \quad (4.2)$$

Durch unterschiedliche Wahl des Blending Faktors β und des Ortes für die Auswertung des Gradienten ergeben sich verschiedene Verfahren [5]:

upwind, $\beta = 0$ Das Standard Upwind Verfahren ist 1.Ordnung genau und erzeugt eine starke numerische Diffusion. Es wird nicht zur Berechnung empfohlen, da große Diskretisierungsfehler auftreten. Es ist allerdings das einzige Verfahren, das beschränkt und damit unbedingt stabil ist [40].

specified blend, $0 < \beta < 1$ Verfahren 2. Ordnung sind genauer, weisen allerdings eine geringere numerische Stabilität auf. Daher mischt man kleine Anteile des Upwind Verfahrens bei, um die Stabilität des Gesamtverfahrens zu verbessern. Die Wahl von $\beta = 1$ ist allerdings nicht identisch mit dem Standard Verfahren 2. Ordnung (Central Differencing Scheme, CDS), da der Gradient als Mittelwert der Gradienten am Integrationspunkt und dem stromauf gelegenen Punkt gebildet wird.

high resolution Hier wird β in Abhängigkeit der Lösung so bestimmt zu Werten von ca. 1 bestimmt [7]. Das Verfahren ist damit von 2. Ordnung und wird für Standard

Berechnungen empfohlen. Da der Gradient am stromauf gelegenen Knoten ausgewertet wird handelt es sich um ein upwind Verfahren.

central differencing scheme, $\beta = 1$ Beim CDS Verfahren wird der Gradient am Integrationspunkt ausgewertet, es ist von 2. Ordnung genau. Das Verfahren wird für Standard Berechnungen nicht angeboten. Es kann allerdings für LES Berechnungen ausgewählt werden, hier wird ein Vorteil gegenüber upwind basierten Verfahren angegeben z.B. [41, 126]. Für Simulationen mit einem hybriden Turbulenzmodell wird ein weiteres Verfahren angeboten, welches von Zentralfdifferenzen im LES Bereich des Rechengebietes auf eines der oben angegebenen Verfahren im Bereich der anliegenden Strömung umschaltet.

Für die URANS Simulationen wurde im Rahmen dieser Arbeit das high resolution Verfahren verwendet. Da Ergebnisse von URANS Simulationen mit denen eines hybriden Modells verglichen werden sollen, wurden die ersten Simulationen mit dem gleichen Diskretisierungsverfahren durchgeführt. Eine Variation der Diskretisierung im Laufe der Untersuchungen hat bestätigt, dass mit Zentralfdifferenzen im LES Bereich bessere Ergebnisse erhalten werden können. Diese Fragestellungen werden in Kapitel 6.2.5 ausführlicher diskutiert.

4.1.3 Diskretisierung in der Zeit

Für die zeitliche Diskretisierung wird ein implizites Integrationsverfahren 2. Ordnung benutzt. Die Stabilität ist im Gegensatz zu expliziten Verfahren nicht durch das CFL Kriterium (Courant Zahl < 1) begrenzt. Es sind daher große Zeitschritte zulässig, ohne dass die numerische Stabilität der Simulation gefährdet ist. Für die Berechnung des transienten Terms werden die Variablenwerte zum Zeitschritt t , $t-1$ und $t-2$ benutzt.

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho \phi dV \approx \frac{V}{\Delta t} \left(\frac{3}{2}(\rho \phi)^t - 2(\rho \phi)^{t-1} + \frac{1}{2}(\rho \phi)^{t-2} \right) \quad (4.3)$$

Für die Simulation von turbulenten Strömungen mit LES oder hybriden Modellen werden allerdings Zeitschritte empfohlen, die der Bedingung $Co < 1$ zumindest im LES Gebiet genügen [122]. Damit soll eine genaue Berechnung der Fluktuationen erreicht werden. Die Zeitschrittweite ist daher an die räumliche Auflösung eng gekoppelt.

4.2 Druck-Geschwindigkeits-Kopplung

Bei der Lösung der inkompressiblen Navier-Stokes Gleichungen ist man mit der Situation konfrontiert, dass der Druckgradient in allen 3 Impulsgleichungen vorhanden ist, jedoch keine weitere unabhängige Gleichung für die Bestimmung des Druckes existiert. Die Kontinuitätsgleichung ist rein kinematischer Natur und enthält keine dominante Variable [40]. Die meisten CFD Codes benutzen iterative Verfahren, um sowohl die Impuls-, als auch die

Kontinuitätsgleichung zu erfüllen. Beispiele für diese „guess and correct“ Methoden sind der SIMPLE (Semi-Implicit Pressure Linked Equation) Algorithmus von Patankar und dessen Erweiterungen sowie der PISO (Pressure Implicit Splitting of Operators) Algorithmus von Issa. Die letztgenannte Methode ist insbesondere für instationäre Simulationen attraktiv, da für genügend feine Zeitschrittweiten innerhalb eines Zeitschrittes nicht iteriert werden muss.

Der verwendete Code löst hingegen direkt das gekoppelte System. Obwohl eine solche Vorgehensweise wenig verbreitet ist, findet man in der Literatur Anwendungen, z.B. die Arbeit von Deng [28]. In dieser Arbeit wird die Überlegenheit der Methode gegenüber den oben genannten iterativen Verfahren für stationäre Probleme dargestellt. Für instationäre Probleme kann der PISO Algorithmus allerdings schneller sein. Von Kim und Benson [76] wurden verschiedene Löser für instationäre inkompressible Strömungen verglichen. Als besonders effizient wurde dabei der SMAC (Simplified Marker-And-Cell) Algorithmus herausgestellt. Es wurde deutliche Überlegenheit gegenüber dem PISO Verfahren gezeigt. Das Verfahren findet allerdings auf Grund der Komplexität wenig Verwendung in allgemeinen CFD Codes [133].

4.3 Lösung des Gleichungssystems

Durch das Diskretisierungsverfahren entsteht ein großes lineares Gleichungssystem, welches effizient gelöst werden muss. Dazu kommen in der Regel iterative Löser zum Einsatz. Eine Klasse von besonders effizienten Verfahren sind die sog. Mehrgitterverfahren. Dabei wird ausgenutzt, dass Fehleranteile mit einer Wellenlänge in der Größenordnung der Gitterweite am effizientesten reduziert werden. Auf einem feinen Gitter werden viele Iterationen benötigt, um die Fehler mit großer Wellenlänge zu reduzieren. Die Strategie eines Mehrgitterverfahrens besteht nun darin, das Gitter schrittweise zu vergrößern und die Lösung zwischen den einzelnen Gittern zu interpolieren. Damit sind nur wenige Iterationen auf einem feinen Originalgitter notwendig, was die Methode sehr effizient macht. Das Programmpaket CFX verwendet ein algebraisches Mehrgitterverfahren mit dem „additive correction“ Ansatz nach [63]. Dabei werden die Gleichungen auf einem virtuellen groben Gitter durch Verschmelzen von Kontrollvolumen auf dem feineren Gitter erzeugt.

4.4 Gittergenerierung

Die in Abschnitt 3.3 dargestellten Modelle der Turbomaschinen müssen für die Berechnung mit einem Gittergenerator vernetzt werden. Für die Gittergenerierung wurde ICEM benutzt. Um die volle Kontrolle über das Gitter zu behalten und eine hohe Qualität zu erreichen, wurden blockstrukturierte Rechengitter erzeugt. Der folgenden Abschnitt enthält Details zur Vernetzung. Dies betrifft insbesondere die Modellgröße und die erreichte Gitterqualität.

Gitter	Eintritt		Rotor		Diffusor		gesamt
	periodisch	360°	periodisch	360°	periodisch	360°	360°
1	0,16	0,9	0,46	2,2	0,29	3,6	6,7
2	0,27	-	0,84	-	0,49	-	-
3	0,37	1,8	1,65	8,2	0,49	5,7	15,7

Tabelle 4.1: Anzahl Gitterpunkte für Testfall Kreiselpumpe in Millionen

Gitter	min. Winkel	Schiefe	Volumenänderung	Determinante
1	22,8 °	0,248	3,2	0,57
2	22,4 °	0,247	3,3	0,49
3	22,2 °	0,247	3,4	0,54

Tabelle 4.2: Kriterien zur Beurteilung der Gitterqualität, ausgewertet im Rotorvolumen

4.4.1 Rechengitter Kreiselpumpe

Um eine Aussage über Diskretisierungsfehler machen zu können, sind Simulationen auf mit unterschiedlicher räumlicher Auflösung notwendig. Für diesen Testfall wurden drei verschiedene Gitter erzeugt. Für die niedrigste räumliche Auflösung wurde mit konformen Gittern an den Verbindungsstellen gearbeitet. Allerdings ist diese Variante nicht ökonomisch, da die Anzahl der Gitterpunkte im Diffusor und im Eintrittsgebiet unnötig hoch wird. Aus diesem Grund wurde bei den übrigen Varianten mit nicht konformen Interfaces (in CFX GGI - General Grid Interface) gearbeitet. Die Auflösung im Diffusor wurde auf Grund der Modellgröße für das Gitter 3 nicht weiter verfeinert. Dies ist vertretbar, da die Hälfte des Diffusorvolumens inklusive Auswertebene im Rotorvolumen liegen. Bei der Generierung der Gitter wurde auf eine hohe Qualität Wert gelegt. Bedingt durch den flachen Eintrittswinkel an der Eintrittskante wird mit einer J-Gitter Topologie gearbeitet. An der Austrittskante ist der Winkel zur Umfangsrichtung ebenfalls flach. Allerdings kann hier auf Grund der Geometrie nur eine H-Gitter Topologie verwendet werden. Es konnten für alle drei Gitter Zellwinkel über 20 ° realisiert werden. Es wurde darauf geachtet, vor allem in der Grenzschicht nahezu orthogonale Zellen zu generieren. Die Wandgrenzschicht wird für die Wände im rotierenden System bis in die laminare Unterschicht aufgelöst. Im stehenden Gebiet werden höhere y^+ Werte erreicht, um Gitterpunkte zu sparen. Dies ist zulässig, da das verwendete Wandmodell auch im Übergangsbereich akzeptable Werte liefert (Kap. 3.2.4.3). Verschiedene Kriterien für die Gitterqualität werden für die drei Gitter in Tabelle 4.2 zusammengefasst. Die Kriterien wurden im Vernetzer für das Rotorvolumen ausgewertet. Da der Löser knotenbasiert arbeitet, stimmen die Gitterzellen in der Simulation nicht mit den Zellen im Vernetzer überein, die Kriterien sind daher als Schätzwerte anzusehen. Bilder des Gitters in verschiedenen Schnitten finden sich im Anhang. Als Standardmaß für die Qualität wird in den Handbüchern [5] die Determinante der Jacobi-Matrix herangezogen. Es handelt sich bei diesem Kriterium um das Verhält-

Gitter	Eintritt	Diffusor	Rotor pro Kanal	Rotor ges.	gesamt
1	0,5	1,0	0,35	3,1	4,7
2	1,3	2,4	0,99	8,8	12,4

Tabelle 4.3: Anzahl Gitterpunkte für Testfall Ventilator in Millionen

Gitter	min. Winkel	Schiefe	Volumenänderung	Determinante
1	29,9	0,33	3,4	0,69
2	31,8	0,35	3,1	0,69

Tabelle 4.4: Kriterien zur Beurteilung der Gitterqualität

nis von kleinster zur größten Determinante der Jacobi-Matrix. Der Wert liegt zwischen 0 für degenerierte Gitter und 1 für ideale Hexaeder. Es wird generell empfohlen Werte von größer 0,3 zu realisieren.

4.4.2 Rechengitter Ventilator

Für das Rechenmodell des Ventilators wurden ebenfalls blockstrukturierte Gitter für alle drei Gebiete verwendet. Die Schaufelwinkel sind bei dieser Konfiguration nicht sehr flach, so dass einfache periodische H-Gitter im Rotor benutzt werden konnten. Die Verteilung der Gitterpunkte auf die einzelnen Regionen ist in Tabelle 4.3 zusammengefasst. Bedingt durch die größere Schaufelzahl enthält das Rotorgebiet im Vergleich zur Kreiselpumpe einen größeren Anteil an der Gesamtgröße des Modells. Die Schaufeln des Industrieventilators bestehen im Original aus einfachen gebogenen Blechen ohne Abrundung der Eintrittskanten. Die Eintrittskanten wurden aus diesem Grund auch für das Laufrad aus Plexiglas nicht abgerundet. Für die Vernetzung wurde die scharfe Kante durch einen kleinen Radius von $1/10$ der Schaufeldicke ersetzt. Zum einen ist Kante auch in der Realität nicht scharf, allein durch das Entgraten der Kanten entsteht eine kleine Rundung. Zum anderen wird eine unnötige Verdichtung der Gitterpunkte an der Kante vermieden, die sich insbesondere bei der hier verwendeten feinen Auflösung der Grenzschicht ergibt. Die Qualität des Rechengitters wird ebenfalls durch die verschiedenen bereits genannten Qualitätskriterien charakterisiert. Minimale Winkel bzw. Schiefe sind auf Grund der größeren Winkel an der Eintritts- bzw. Austrittskante besser als für die Kreiselpumpe.

5 Methoden zur Analyse instationärer turbulenter Strömungen in Turbomaschinen

Die Analyse dreidimensionaler transienter Simulationsdaten stellt große Anforderungen an die Hard- und Software, aber auch an den Ingenieur. Die Interpretation der Daten und Reduktion auf das Wesentliche ist von essentieller Bedeutung für den erfolgreichen Einsatz der numerischen Simulation in der Produktentwicklung. Neben den integralen Größen der Turbomaschine wie Druckerhöhung, Drehmoment oder Wirkungsgrad interessieren Details im Strömungsfeld. Die Identifikation solcher Details wie z.B. Ablösegebiete erfolgt mit Visualisierungsprogrammen. Für das Verständnis der Phänomene ist eine geeignete Visualisierung von entscheidender Bedeutung. Wie in Kapitel 5.2 gezeigt wird, ist eine Reduktion auf die wesentlichen Details notwendig, um Schlüsse aus der Visualisierung der zeitabhängigen turbulenten Strömung ziehen zu können. Dies betrifft im vorliegenden Fall insbesondere das Auffinden von Wirbelkernen.

Die Analyse von transienten Phänomenen erfolgt in der Regel im Frequenzbereich. Dazu haben sich Hilfsmittel wie die Fast Fourier-Transformation etabliert. Der Algorithmus ist in einer Vielzahl von Auswerteprogrammen implementiert. Im Rahmen dieser Arbeit wird MATLAB für die Auswertung verwendet. Eine große Schwäche der Fourier-Transformation ist die Annahme eines Signals, dass unendlich lange periodisch schwingt. In der Realität können sich aber Frequenzen in einem Signal ändern. Ein wichtiges Beispiel im Rahmen dieser Arbeit ist das Einsetzen des rotating stall bei der Drosselung einer Turbomaschine. Erst unterhalb eines bestimmten Volumenstromes durch die Maschine wird die Umlauffrequenz im Signal auftauchen. Eine Erweiterung der Fourier-Transformation, die auch in der Lage ist, Frequenzen in der Zeit zu lokalisieren ist die Wavelet-Transformation. Auf Details der Analyse von Zeitreihen wird in den Abschnitten 5.1.1 und 5.1.2 eingegangen. Für die Auslegung der Turbomaschine bzw. für die Angabe eines sicheren Betriebsbereiches ist das Einsetzen von rotating stall von großer Bedeutung. Bei zeitabhängiger Drosselung kann mit Hilfe der Wavelet-Transformation der kritische Drosselpunkt ermittelt werden, ab dem rotating stall auftritt. Damit kann der stabile Arbeitsbereich bestimmt und Fluid induzierte Schwingungen durch instationäre Wirbelbildung können vermieden werden.

Die Größe der Modelle von bis zu 15 Millionen Knoten erfordert zum einen Rechner mit entsprechend großem Hauptspeicher zum Laden der Daten, als auch leistungsfähige Grafikkarten. Auf Grund der großen Anzahl von Zeitschritten, die ausgewertet werden müssen und der Dateigröße ergeben sich erhebliche Anforderungen an die Festplattenkapazität.

Nicht nur die Simulation, sondern auch das Laden und Bearbeiten der transienten Datensätze erfordert viel Rechenzeit. Insbesondere das Auswerten von transienten Zeitreihen z.B. für die FFT Analyse oder die Verfolgung von Wirbelstrukturen ist zeitkritisch. Das post processing tool von ANSYS ist zwar leistungsstark, aber leider nicht parallelisierbar. Es sind aber für die parallele Verarbeitung großer Simulationsdateien freie post processing tools vorhanden. Als Beispiele sind hier paraview oder VisIt zu nennen. Da diese Programme aber das cfx Datenformat in der Regel nicht direkt lesen können, ist eine vorige Konvertierung in ein anderes Format (z.B. ensight, tecplot) notwendig.

5.1 Analyse zeitabhängiger Vorgänge

5.1.1 Fourier-Transformation

Mit Hilfe der Fourier-Transformation lassen sich zeitabhängige Vorgänge in den Frequenzbereich überführen. Dazu wird ausgenutzt, dass sich periodische Vorgänge nach Fourier als Reihe von Sinus und Cosinus Schwingungen darstellen lassen. Man nennt diese Darstellung die Fourier-Reihe. Die Reihe wird oft mit komplexen Koeffizienten geschrieben [12].

$$S(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} C_k e^{jk\omega t} \quad k \in Z \quad (5.1)$$

Gleichung 5.1 gilt für allgemeine periodische Vorgänge mit der Periodendauer $T = 2\pi / \omega$ bzw. der Kreisfrequenz $\omega = 2\pi / T = 1/l$. Die komplexen Koeffizienten C_k können nach Gleichung 5.2 berechnet werden [12].

$$C_k = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} S(t) e^{-jk\omega t} dt \quad k \in Z \quad (5.2)$$

Die Fourier-Reihe lässt sich auch als Summe aus Sinus- und Cosinusschwingungen darstellen.

$$S(t) = \sum_{k=0}^{\infty} A_k \cos(k\omega t) + B_k \sin(k\omega t) \quad (5.3)$$

Durch die Einführung eines Phasenwinkels ϕ lassen sich Sinus- und Cosinusschwingungen ineinander überführen. Man erhält damit die folgende Darstellung der Fourier-Reihe:

$$S(t) = \sum_{k=0}^{\infty} |C_k| \cos(k\omega t - \varphi_k) \quad (5.4)$$

Der Zusammenhang zwischen der Notation nach Gleichung 5.4 und Gleichung 5.3 ist wie folgt gegeben:

$$|C_k| = \sqrt{A_k^2 + B_k^2} \quad (5.5)$$

$$\varphi_k = \text{atan} \left(\frac{A_k}{B_k} \right) \quad (5.6)$$

Für die Bestimmung des Phasenwinkels ist der Quadrant zu berücksichtigen. Die in Gleichung 5.1 angegebene Transformation mit Hilfe der Fourier-Reihe gilt nur für periodische Vorgänge. Eine allgemeine Definition der Fourier-Transformation wird in Gl. 5.7 angegeben.

$$\hat{f} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-jst} dt \quad (5.7)$$

Eine Transformation von periodischen Signalen liefert immer ein diskretes Spektrum, da nur Vielfache der Grundfrequenz im Signal enthalten sind [12]. Die allgemeine Transformation liefert dagegen ein kontinuierliches Spektrum.

In der Technik hat man es in der Regel nicht mit einem kontinuierlichen Signal $S(t)$ sondern mit einer diskreten Folge von Messwerten zu tun. Dies führt auf die diskrete Fourier-Transformation. Für die diskrete Fourier-Transformation wurden effiziente Algorithmen entwickelt, die unter dem Sammelbegriff *fft* (fast Fourier transformation) bekannt sind. Die *fft* ist als Standardfunktion in MATLAB enthalten. Im Rahmen dieser Arbeit werden die Spektren in der Regel in Form der Amplituden aufgetragen. Die Amplituden ergeben sich nach Gleichung 5.5 aus dem Betrag der komplexen Fourier-Koeffizienten. Daneben wird in der Signalanalyse häufig ein Energie- bzw. Leistungsdichtespektrum verwendet.

5.1.2 Wavelet-Transformation

Die Fourier-Transformation benutzt für die Analyse harmonische Schwingungen als Basisfunktionen. Da die Schwingungen für alle Zeiten definiert sind, ist die Methode für eine Zeit-Frequenz-Analyse nicht geeignet. In den folgenden Abschnitten wird eine Einführung in die kontinuierliche Wavelet-Transformation gegeben. Die Darstellung ist an Bäni [6] angelehnt. Die Notation ist nicht immer einheitlich, es wird eine dem Buch von Bäni abweichende Darstellung gewählt.

5.1.2.1 Gefensterte Fourier-Transformation

Die gefensterte Fourier-Transformation (auch Gabor-Transformation oder Kurzzeit-Fourier-Transformation genannt) ist ein erster Versuch in der Zeit zu lokalisieren. Dazu wird das Zeitsignal z.B. mit einer Gaußschen Filterfunktion gefiltert und das verbleibende Signal mit einer Fourier-Transformation analysiert. Die zeitliche Lokalisierung erreicht man dadurch, dass die Fensterfunktion g in der Zeit durch einen Parameter b verschoben wird.

$$f^g(b, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) g(t - b) e^{-j\omega t} dt \quad (5.8)$$

Die Transformierte hängt damit von zwei Parametern ab, dem Zeitparameter b und der Kreisfrequenz ω . Will man die Lokalisierung in der Zeit verbessern, muss eine kleine Filterweite gewählt werden. Die langwelligen Anteile gehen mit dieser Methode verloren. Man verschiebt also das Problem der Fourier-Transformation lediglich auf kleinere Zeitskalen. Die Wavelet-Transformation benutzt dagegen skalierbare Basisfunktionen, die nur lokal in der Zeit definiert sind. Damit lässt sich eine verbesserte Zeit-Frequenz-Analyse erreichen.

5.1.2.2 Kontinuierliche Wavelet-Transformation

Der Ausgangspunkt ist die oben genannte Kurzzeit-Fourier-Transformation. Die Idee der kontinuierlichen Wavelet-Transformation ist es, die Fensterfunktion g mit Hilfe eines Skalierungsfaktors zu stauchen bzw. zu strecken.

$$g_{a,b} = a^{-1/2} g\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad (5.9)$$

Die Transformation enthält damit drei Parameter: a, b und ω . Durch die Einführung des Skalierungsfaktors wird neben der Fensterbreite auch die Frequenz in g verändert. Man erhält damit bereits eine Lokalisierung im Frequenzbereich, die Frequenz ω in Gleichung 5.8 wird damit überflüssig. Aus der Grundfrequenz ω_0 lassen sich alle weiteren Frequenzen ableiten. Die Wavelet-Transformation einer Funktion f wird für die kontinuierliche Transformation wie folgt geschrieben [6].

$$f^\psi(a, b) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) a^{-\frac{1}{2}} \psi^*\left(\frac{t-b}{a}\right) dt = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \psi_{a,b}^*(t) dt \quad (5.10)$$

Man bezeichnet $\psi(t)$ als das Mutter-Wavelet, für komplexe Wavelets wird in Gl 5.10 das konjugiert komplexe Wavelet $\psi(t)^*$ eingesetzt. Aus dem Mutter-Wavelet können die jeweiligen Analyse-Wavelets durch Skalierung mit dem Faktor a und Verschiebung in der Zeit mit dem Parameter b gewonnen werden. Der Skalierungsfaktor $a^{-1/2}$ bewirkt, dass alle gestauchten bzw. gestreckten Wavelets die selbe Energie aufweisen.

Die Darstellung der Wavelet-Transformierten einer Funktion bezeichnet man als Skalendiagramm. Manchmal wird im Skalendiagramm die Energiedichte nach Gleichung 5.11 dargestellt [2], man nennt diese Darstellung Skalogramm. Man kann aber auch die Koeffizienten oder bei komplexen Wavelets die Phase darstellen.

$$E(a, b) = |f^\psi(a, b)|^2 \quad (5.11)$$

Büßow [13] zeigt einen Vergleich der Leistungsspektren von Fourier-Transformation und Wavelet-Transformation. Er schlägt die folgende Definition für das Leistungsspektrum der Wavelet-Transformation vor.

$$P_a(i, j) = \frac{1}{T} \Delta f_i \Delta t |f^\psi(f_i, b_j)|^2 \quad (5.12)$$

Die numerische Berechnung der Integrale in Gleichung 5.10 ist aufwändig. Es gibt allerdings schnelle Algorithmen, die auf einer Diskretisierung in der a, b Ebene beruhen. Die Skalendiagramme dieser schnellen diskreten Wavelet-Transformation sind allerdings für die Identifikation von Ereignissen in Signalen weniger gut geeignet [6]. Da ein Signal über eine diskrete Wertefolge mit gegebener Abtastfrequenz vorgegeben ist, basiert auch die kontinuierliche Wavelet Transformation auf einer Diskretisierung in der Zeitachse. Die Wavelet Transformierte wird in den Gitterpunkten (a_n, b_m) bestimmt, wobei $b_m = m\Delta t$ und a_n nach Bedarf gewählt werden kann. Durch die Vorgabe des Streckungsparameters a_n in einem bestimmten Intervall wird der Frequenzbereich vorgegeben. Auch die kontinuierliche Wavelet-Transformation kann mit effizienten Verfahren z.B. durch numerische Integration von Gleichung 5.10 auf dem Rechner umgesetzt werden. Der Algorithmus wird im nächsten Abschnitt erläutert.

5.1.2.3 Eigenschaften von Wavelets am Beispiel des Morlet Wavelets

Eine wesentliche Eigenschaft von Wavelets ist die sogenannte Zulässigkeitsbedingung [23]. Diese Bedingung ergibt sich aus der Forderung, dass sich die Wavelet-Transformierte eines Signals durch eine inverse Transformation wieder zurückgewinnen lässt. Die Rücktransformation in den Zeitbereich ist durch Gleichung 5.13 gegeben:

$$f(t) = \frac{1}{C} \int_{a=0}^{\infty} \int_{b=-\infty}^{\infty} f^{\psi}(a, b) \psi_{a,b}(t) \frac{da db}{a^2} \quad (5.13)$$

Dabei ist $\hat{\psi}$ die Fourier-Transformierte des Wavelets ψ . Die Konstante C ist nach Bani [6] gegeben durch:

$$C = \int_0^{\infty} \frac{1}{\omega} |\hat{\psi}(\omega)|^2 d\omega \quad (5.14)$$

Die Zulässigkeitsbedingung verlangt, dass die Konstante C einen Zahlenwert hat, d.h. $C < \infty$. Dies ist gleichbedeutend mit der Forderung, dass der Mittelwert des Wavelets verschwindet [23]. Damit eine Funktion als Wavelet bezeichnet werden kann, muss die Funktion im Definitionsbereich wellig sein.

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi(t) dt = 0 \quad (5.15)$$

Im Rahmen dieser Arbeit soll das Morlet Wavelet für die Analyse benutzt werden. Dieses komplexwertige Wavelet ist in der digitalen Signalanalyse weit verbreitet. Komplexwertige Wavelets haben den Vorteil, dass neben der Frequenz auch der entsprechende Phasenwinkel ausgewertet werden kann. Bei reellen Wavelets wie z.B. dem „mexican hat“ geht diese Information verloren. Die Definition des Morlet Wavelets ist nach [2] gegeben durch Gl. 5.16.

$$\psi(t) = e^{j\omega_0 t} e^{-t^2/2} \quad (5.16)$$

Das Wavelet besteht aus zwei Teilen: einer Schwingung mit der Grundfrequenz ω_0 und einem Fenster. Der Wert für die Grundfrequenz ω_0 in Gleichung 5.16 liegt typischerweise im Intervall [5,6]. Sie bestimmt, wie viele Schwingungen im Fenster realisiert werden, bevor das Fenster das Wavelet gegen Null dämpft. Hohe Werte von ω_0 führen zu einer guten Frequenzlokalisierung im Spektrum. Das Spektrum ähnelt dann dem Spektrum der Fourier-Transformation. Niedrige Werte von ω_0 verschlechtern die Lokalisierung im Frequenzbereich, die Lokalisierung in der Zeit wird aber verbessert. Man spricht hier von der sog. Lokalisierung im Phasenraum, d.h. der gleichzeitigen Lokalisierung von Frequenz und Zeit. Eine Grenze der Phasenraumlokalisierung ist durch die Heisenberg'sche Unschärferelation gegeben [6]. Die Relation besagt, dass Frequenz und Zeit im Spektrum nicht gleichzeitig genau aufgelöst werden können.

Die Zulässigkeitsbedingung kann für dieses Wavelet nur näherungsweise erfüllt werden. Die Bedingung schränkt den Bereich zulässiger Werte für ω_0 auf einen Bereich größer 5

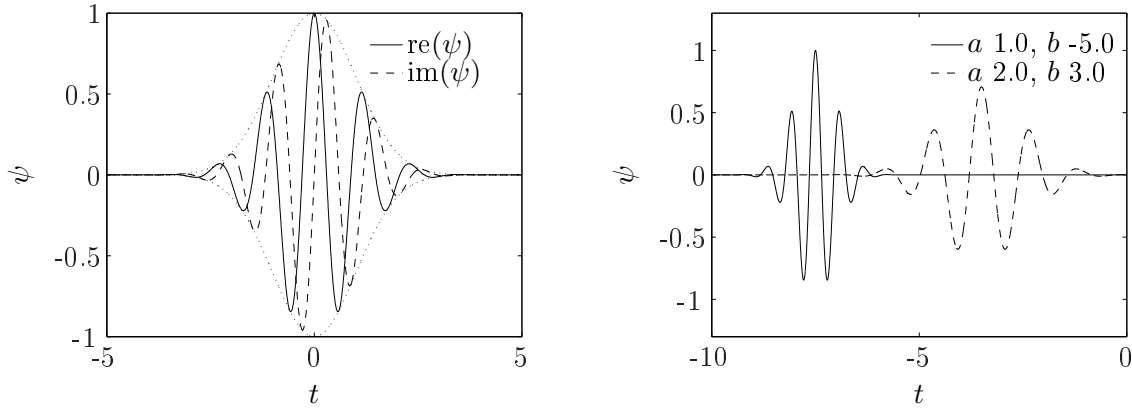


Abbildung 5.1: Morlet Mutter-Wavlet und abgeleitete Analyse-Wavelets (Realteil)

ein [2], ein häufig verwendeter Wert ist 5,336. Aus dem Mutter-Wavelet lassen die Analyse Wavelets bestimmen. Der Skalierungsfaktor $a^{-1/2}$ dient wie bereits geschildert zur Normierung der Energie.

$$\psi_{a,b} = a^{-1/2} \psi \left(\frac{t-b}{a} \right) \quad (5.17)$$

Abbildung 5.1 zeigt das Morlet Mutter-Wavelet und abgeleitete Analyse-Wavelets. Für das Mutter-Wavelet sind sowohl Realteil, als auch Imaginärteil eingetragen. Der Fensterterm ist die einhüllende Kurve. Man erkennt im linken Bild gut die Eigenschaft, dass eine Veränderung des Skalenparameters bzw. der Frequenz mit einer Änderung der Fensterbreite einhergeht. Die Fenstereigenschaft des Wavelets soll an dieser Stelle etwas ausführlicher beschrieben werden. Dazu wird zunächst die Fourier-Transformation des Wavelets bestimmt [71].

$$\hat{\psi}(\omega) = (2\pi)^{-1/2} e^{-(\omega-\omega_0)^2/2} \quad (5.18)$$

$$\hat{\psi}_{a,b}(\omega) = a^{1/2} \hat{\psi}(a\omega) e^{-j\omega b} \quad (5.19)$$

Abbildung 5.2 zeigt das Spektrum für verschiedene Skalenparameter. Das Wavelet wirkt wie ein Bandpassfilter mit konstantem $\Delta f/f$. Das Ergebnis ist im Gegensatz zur diskreten Fourier-Transformation kontinuierlich. Die Frequenz des Wavelets ergibt sich nach Jordan [71] als Peak-Frequenz des Bandpassfilters. Für eine Umrechnung der Skalen in Frequenzen wird die Definition des Morlet-Wavelets Gl. 5.16 herangezogen. Für ein skaliertes Wavelet ohne Verschiebung in der Zeit gilt:

$$\psi(a, 0) = e^{j\omega_0 t/a} e^{-(t/a)^2} \quad (5.20)$$

Der Fensterterm in Gl. 5.20 braucht für die Umrechnung des Skalenparameters in Frequenzen nicht berücksichtigt werden. Für eine Schwingung kann man schreiben:

$$\frac{\omega_0}{a} = \omega = 2\pi f \quad (5.21)$$

$$f = \frac{\omega_0}{2\pi a} \quad (5.22)$$

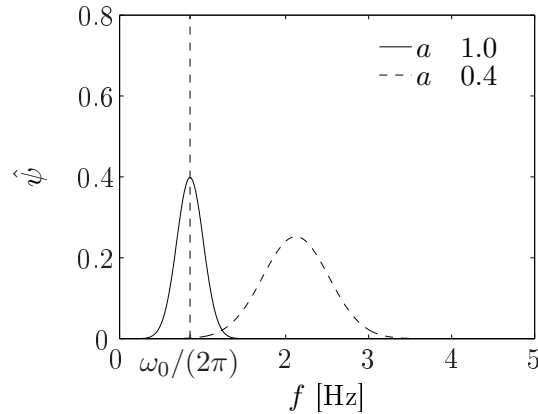


Abbildung 5.2: Fourier-Transformation für das Morlet Wavelet mit unterschiedlichen Skalenparametern

Die Frequenz ist also umgekehrt proportional zum Skalenparameter. Die Grundfrequenz ω_0 ist wie bereits geschildert eine gewählte Konstante. Im Unterschied zur diskreten Fourier-Transformation ist das Spektrum kontinuierlich. Man kann die Analyse für beliebige Frequenzen durchführen, die allerdings durch ein sinnvolles Intervall des Skalenparameters begrenzt sind. Dies ist von Vorteil für den Vergleich mit Eigenfrequenzen der schwingenden Struktur. Die Anregung kann bei der gleichen Frequenz analysiert werden, man ist nicht auf die diskreten Frequenzwerte der FFT beschränkt.

5.1.2.4 Anwendungen der Wavelet-Transformation

Die Wavelet-Transformation wird mittlerweile in einer Reihe von verschiedenen Anwendungen mit Erfolg eingesetzt. Beispiele für Anwendungen finden sich z.B. im Buch von Băni [6]. Addison [2] gibt einen Überblick über die Anwendungen der kontinuierlichen Transformation für die Analyse von Zeitreihen aus verschiedensten Fachgebieten. Bekannt wurde das Verfahren durch Morlet, der es zur Analyse von seismischen Signalen verwendet hat. Nach ihm ist das in dieser Arbeit verwendete Morlet-Wavelet benannt. In der Signalverarbeitung ist die Wavelet-Transformation mittlerweile weit verbreitet. Die Methode wird u.a. für die Analyse turbulenter Strömungen verwendet. Ein Schwerpunkt ist das Auffinden von kohärenten d.h. wiederkehrenden Strukturen [37]. Mit Hilfe der Fourier-Transformation lässt sich ein Signal durch die Fourier-Koeffizienten vollständig beschreiben. Man könnte versuchen den Originalverlauf des Signals durch die betragsmäßig größten Koeffizienten zurückzugewinnen. Der Vorteil wäre eine Kompression der Datenmenge. Es zeigt sich allerdings, dass durch die Vernachlässigung auch von betragsmäßig kleinen Koeffizienten die Rekonstruktion des Signals deutlich verschlechtert wird. Dies liegt an der bereits angesprochenen Annahme der unendlichen harmonischen Schwingung der Basisfunktionen. Mit Hilfe der Wavelet-Transformation lässt sich ein Signal nur aus wenigen Koeffizienten mit geringem Informationsverlust rekonstruieren. Die Methode findet daher für die Datenkompression vielfältige Anwendungen. Ein Beispiel ist die digitale Bildverarbeitung. Daneben findet die Transformation auch Anwendung für die Lösung

von Randwertproblemen. Für Details wird auf die weiterführende Literatur verwiesen [2].

5.1.3 Algorithmus zur Berechnung der kontinuierlichen Wavelet-Transformation

Es existieren verschiedene Algorithmen zur effizienten Berechnung der kontinuierlichen Wavelet-Transformation. Zwei Verfahren werden hier erläutert, das zweite Verfahren wurde im Rahmen der Arbeit für die Signalanalyse in MATLAB implementiert¹.

5.1.3.1 Schnelle Transformation mit Hilfe der diskreten Faltung

Ein oft verwendeter Algorithmus nutzt das Faltungsintegral nach Gl. 5.23 aus.

$$(f_1 \otimes f_2)(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f_1(t - \tau) f_2(\tau) d\tau \quad (5.23)$$

Durch die Verschiebung mit dem Zeitparameter lässt sich die Wavelet-Transformation als Faltung darstellen. Das Faltungsintegral in Gleichung 5.23 lässt sich im Fourier-Raum schneller berechnen. Im Fourier-Raum müssen nicht N^2 sondern nur N Multiplikationen ausgeführt werden [12]. Für die schnelle Faltung wird die Fourier-Transformation der beiden Funktionen gebildet, im Fourier-Raum multipliziert und das Ergebnis durch inverse Fourier-Transformation bestimmt. Diese Vorgehensweise ist nur dann sinnvoll, wenn die diskrete Fourier-Transformation effizient berechnet werden kann. Diese Voraussetzung ist durch die FFT gegeben, wenn der zu analysierende Datensatz eine Länge von 2^n Datenpunkten hat.

$$(f_1 \otimes f_2) = \hat{F}^{-1} \left(\hat{F}(f_1) \hat{F}(f_2) \right) \quad (5.24)$$

Darauf aufbauend lässt sich ein schneller Algorithmus für die Berechnung der kontinuierlichen Wavelet-Transformation formulieren. Man gibt sich einen sinnvollen Bereich von Werten für den Skalenparameter a vor und berechnet für jeden Wert die schnelle Faltung. Der Algorithmus wird im Detail in der Arbeit von Jordan et al. [71] beschrieben.

5.1.3.2 Schnelle Transformation nach Büssow

Ein anderer Algorithmus wurde von Büssow [13] vorgeschlagen. Dieser Algorithmus zeichnet sich durch eine kürzere Rechenzeit im Vergleich zum Algorithmus mit der schnellen Faltung aus. Des Weiteren ist man für eine schnelle Berechnung nicht auf eine Signallänge von 2^n Datenpunkten angewiesen, da keine FFT ausgeführt wird. Der Algorithmus beruht auf einer numerischen Integration von Gleichung 5.10.

¹Sowohl die kontinuierliche als auch die schnelle diskrete Wavelet-Transformation sind Bestandteil der Wavelet Toolbox von MATLAB. Die Toolbox ermöglicht auch die Nutzung von anderen bekannten Wavelets. Allerdings ist die Wavelet-Toolbox in der verfügbaren MATLAB Lizenz nicht enthalten

Ein zentraler Punkt dieses Verfahrens ist das Konzept des effektiven kompakten Trägers. Als Träger wird der Bereich des Wavelets bezeichnet, der von null verschieden ist. Ist für ein bestimmtes Wavelet der Träger von endlicher Größe, spricht man von einem kompakten Träger. Wavelets mit kompaktem Träger sind für die effiziente Berechnung der Transformation besonders geeignet, da die numerische Integration nur über einen begrenzten Zeitbereich erfolgen muss. Das in Abschnitt 5.1.2.3 detaillierter behandelte Morlet Wavelet hat keinen kompakten Träger. Allerdings lässt sich bedingt durch die diskrete Zahlendarstellung im Computer ein effektiver kompakter Träger angeben [13]. Die Bereiche des Wavelets, in denen der Wert von ψ unter die kleinste im Computer darstellbare Zahl abgeklungen ist, werden vernachlässigt. Damit lassen sich für die numerische Integration von Gleichung 5.10 viele Operationen einsparen.

$$e^{-(t_{\max}/a)^2/2} = \text{eps} \approx 2,24 \cdot 10^{-16} \quad (5.25)$$

$$t_{\max} = a\sqrt{-2\ln(\text{eps})} \quad (5.26)$$

Büssow schlägt in seiner Arbeit weiterhin vor, die Verschiebung b an die Frequenz anzupassen. Niedrige Frequenzen ändern sich nur auf langen Zeitskalen. Demnach können größere Verschiebungen gewählt werden, ohne dass sich die Genauigkeit wesentlich verschlechtert. Damit wird eine weitere deutliche Einsparung an Rechenzeit erreicht. Im Rahmen dieser Arbeit wurde das Verfahren von Büssow umgesetzt. Ein Vorteil dieses Verfahrens ist ein einfacher Zusammenhang zwischen Skalenparameter und Frequenz nach Gleichung 5.22, da das Wavelet in der physikalischen Frequenz definiert ist. Jordan hingegen benutzt eine dimensionslose Wavelet-Zeit. Außerdem ist man nicht auf 2^n Datenpunkte in den Zeitreihen angewiesen, um eine effiziente Berechnung durchzuführen.

5.1.3.3 Testbeispiel für die Wavelet-Transformation

Im folgenden Abschnitt wird die Wavelet-Transformation auf ein generisches Zeitsignal angewendet und die Fähigkeit zur Lokalisierung von Frequenzen in der Zeit demonstriert. Als Beispiel wird eine Sinuswelle gewählt, deren Frequenz sich nach der Hälfte der Signalzeit von 20 Hz auf 40 Hz verdoppelt. Die Abtastrate beträgt 1024 Hz, das Zeitsignal wurde über 1024 Punkte abgetastet. Abbildung 5.3 zeigt das Zeitsignal und das Leistungsspektrum zum Zeitpunkt $t = 0,75$ s. Für die Darstellung wurden die Spektren nach Gleichung 5.12 auf 1 normiert. Die Analysefrequenzen wurden auf einen Bereich von 5 bis 50 Hz beschränkt. Jede Frequenzverdopplung ist mit 16 Zwischenschritten aufgelöst. Abbildung 5.4 zeigt die Skalendiagramme für die Koeffizienten und für die Leistung. Man sieht deutlich die Randeffekte am Ende und am Anfang des Signals. Die Randbereiche werden größer, je niedriger die Frequenz ist. Es wurde auf eine Legende der Farbskalierung verzichtet, da sich die Werte der Koeffizienten nicht physikalisch als Amplituden interpretieren lassen. Die Skalendiagramme sind qualitativ zu bewerten.

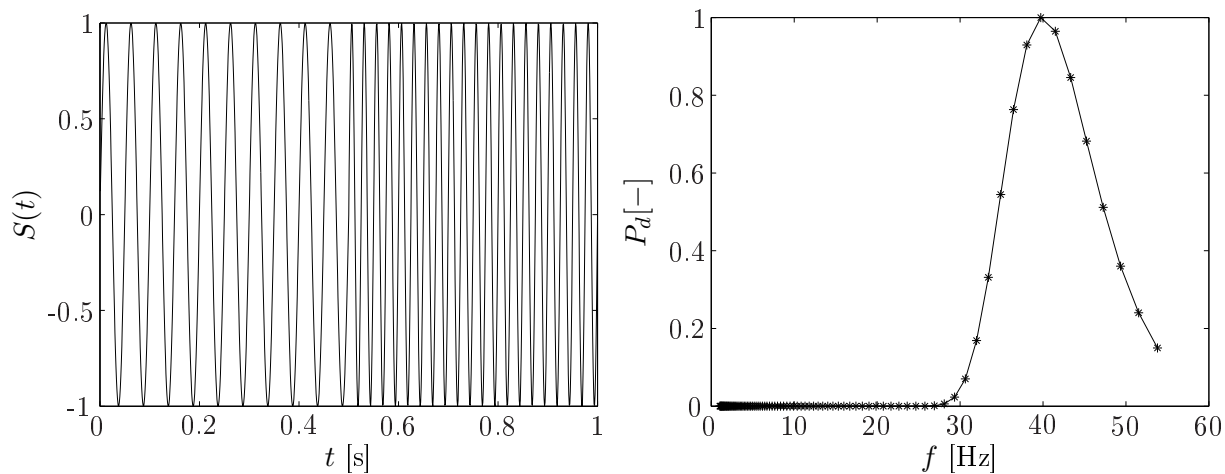


Abbildung 5.3: Zeitsignal und Leistungsspektrum bei $t = 0,75$ [s]

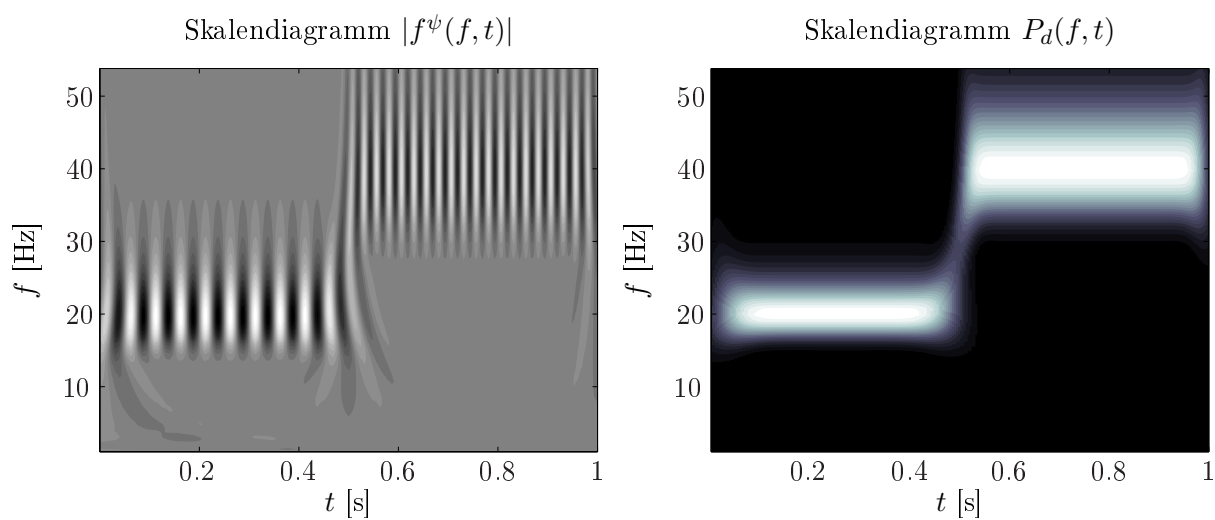


Abbildung 5.4: Wavelet-Transformation von Sinuswellen, Skalendiagramme für die Wavelet-Koeffizienten und für die spektrale Leistung

5.2 Identifikation von Wirbelstrukturen

Instabile Strömungszustände, wie sie in dieser Arbeit untersucht werden, sind von starker Wirbelbildung charakterisiert. Rotating stall ist eine wichtige Quelle dynamischer Lasten auf die strömungsführenden Bauteile. Es zeichnet sich durch großskalige Wirbel aus, die relativ zum Laufrad umlaufen. Für die Erkennung von Wirbelstrukturen sind in der Literatur eine Vielzahl von Kriterien eingeführt worden, von denen einige in den nächsten Abschnitten detaillierter beschrieben werden.

Um einen Wirbel zu identifizieren, muss zunächst klar definiert werden, was einen Wirbel auszeichnet [127]. Ein Wirbel ist charakterisiert durch eine Drehbewegung der Strömung um eine Achse. Man unterscheidet zwei ideale Wirbel, den Starrkörperwirbel bei dem die Umfangsgeschwindigkeit proportional zum Abstand zur Drehachse ist und den Potentialwirbel. Der Potentialwirbel ist eine Potentialströmung und damit drehungsfrei, d.h. die Rotation des Strömungsfeldes ist null. Die Umfangsgeschwindigkeit eines Potentialwirbels ist umgekehrt proportional zum Radius und nimmt daher nach außen ab. Reale Wirbelströmungen zeigen ebenfalls dieses Verhalten, lediglich in der Nähe der Drehachse ist das Modell des Potentialwirbels nicht geeignet. Bei Annäherung an die Drehachse steigt die Umfangsgeschwindigkeit ins unendliche, was in der Realität nicht möglich ist. Eine brauchbare Näherung für einen realen Wirbel ist das Modell von Lamb-Oseen. Hierbei wird die Umfangsgeschwindigkeit in der Nähe der Achse durch einen exponentiellen Term auf null gedämpft. Da die Geschwindigkeiten im Kern der Wirbels am größten sind, ist der Druck nach Bernoulli klein. Wirbelkerne sind daher auch durch Minima im Druckfeld charakterisiert. Diese Bedingung wird bei einigen Definitionen berücksichtigt.

Typischerweise können Wirbel im Strömungsfeld durch Vektordarstellungen oder Stromlinien projiziert in eine Ebene identifiziert werden. In dreidimensionalen komplexen Geometrien ist die Lage einer solchen Ebene nicht immer klar. Daher sind verallgemeinerte Kriterien wünschenswert, die das zeitraubende Absuchen des Strömungsfeldes vermeiden.

5.2.1 Identifikation von Wirbeln mit lokalen Kriterien

Dieser Abschnitt stellt Kriterien vor, die aus dem lokalen Geschwindigkeitsfeld abgeleitet werden. Eine wichtige Arbeit zur Identifikation von Wirbeln im Geschwindigkeitsfeld ist der Artikel von Jeong und Hussain [69]. Dort werden verschiedene Kriterien verglichen, wobei das λ_2 Kriterium die besten Ergebnisse geliefert hat. Die meist verwendeten Kriterien werden im Folgenden kurz erläutert.

5.2.1.1 λ_2 Kriterium

Für die Ableitung der hier genannten Kriterien ist es zunächst notwendig, denn Tensor des Geschwindigkeitsgradienten in den symmetrischen und antisymmetrischen Teil zu

zerlegen:

$$\text{grad } \vec{u} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = S_{ij} + \Omega_{ij} \quad (5.27)$$

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad \Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (5.28)$$

In Gleichung 5.27 wird S_{ij} als Deformationstensor und Ω_{ij} als Rotationstensor bezeichnet. Aus dem Quadrat der beiden Tensoren wird ein weiterer Tensor Θ_{ij} gebildet.

$$\Theta_{ij} = S_{ik}S_{kj} + \Omega_{ik}\Omega_{kj} = S^2 + \Omega^2 \quad (5.29)$$

Den zweiten Eigenwert des Tensors Θ_{ij} bezeichnet man als λ_2 . Das Kriterium detektiert das Minimum des Druckes, welches sich typischerweise im Wirbelkern befindet [69]. Als Wirbelkern gilt demnach der Bereich mit negativem λ_2 , wobei im Zentrum ein Minimum erreicht wird.

5.2.1.2 Q Kriterium

Das Q Kriterium geht ebenfalls vom Geschwindigkeitsgradienten nach Gleichung 5.27 aus. Q ist die zweite Invariante des Tensors der Geschwindigkeitsgradienten. Die Bestimmung des Q Kriteriums ist etwas weniger aufwändig, da keine Eigenwerte bestimmt werden müssen. Q wird nach Gleichung 5.33 definiert.

$$Q = \frac{1}{2} (||\Omega||^2 - ||S||^2) \quad (5.30)$$

$$||S|| = [\text{Spur}(SS^T)]^{1/2} \quad (5.31)$$

$$||\Omega|| = [\text{Spur}(\Omega\Omega^T)]^{1/2} \quad (5.32)$$

$$Q = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_i}^2 - \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) = -\frac{1}{2} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \quad (5.33)$$

Hier gilt der Bereich mit positivem Wert von Q als Wirbelkern. Der Vergleich der beiden Kriterien in der Arbeit von Jeong und Hussain zeigt, dass die Ergebnisse in vielen Fällen ähnlich sind. In einigen Fällen ist das λ_2 Kriterium überlegen.

Für komplexe dreidimensionale Strömungen ist die Wahl eines geeigneten Schwellenwertes für Q oder λ_2 von Bedeutung. Oftmals sind Details von Wirbelstrukturen erst mit Isoflächen der Größenordnung $10^5 - 10^6$ zu erkennen. Großskalige Wirbel lassen sich schlecht darstellen. Auf dieses Problem wird in der Visualisierung des rotating stall noch einmal eingegangen.

5.2.1.3 Ermittlung von Wirbelzentren

Neben den genannten Kriterien, die den Wirbelkern als Region ermitteln, existieren auch Methoden mit denen sich Wirbellinien im dreidimensionalen Geschwindigkeitsfeld bestimmen lassen. Als Wirbelkern wird typischerweise die Region bezeichnet, die durch ein

Ansteigen der Umfangsgeschwindigkeit von Geschwindigkeit null im Zentrum des Wirbels charakterisiert ist [49]. Die Wirbellinie ist gewissermaßen die lokale Drehachse des Wirbels.

Ein solches Verfahren basierend auf der „critical point“ Theorie wird von Sujudi und Haimes [127] vorgestellt. Dieses Verfahren wurde allerdings nicht weiter verfolgt.

5.2.2 Identifikation von Wirbeln mit integralen Kriterien

Alternative Kriterien zur Identifikation von Wirbelzentren und Wirbelkernen, die nicht lokal sind, sollen in diesem Abschnitt vorgestellt werden. Lokale Kriterien wie λ_2 oder auch das Q Kriterium basieren auf dem lokalen Gradienten des Geschwindigkeitsfeldes. Dies kann problematisch werden, wenn die Auflösung nicht so hoch ist wie z.B. bei Feldmessungen mit PIV. Für solche Fälle eignen sich integrale Verfahren besser, die das Feld in der Nähe eines Auswertepunktes mit einbeziehen. Ein solches Verfahren wurde erstmals von Michard et al. [99] für dreidimensionale Strömungen vorgeschlagen. In der Arbeit von Graftieaux et al. [49] wurde das Verfahren auf den zweidimensionalen Fall übertragen, um die Position des Wirbelzentrums im Rohrquerschnitt nach einem Krümmer zu bestimmen. Das Verfahren wurde auch von anderen Autoren erfolgreich verwendet z.B. [100].

Insbesondere die genaue Lokalisierung von Wirbelzentren und die einfache Umsetzung macht dieses Verfahren interessant. Es wurde im Rahmen der Arbeit in MATLAB implementiert und zur Identifikation von instationären Wirbeln in der Mittelebene des Schaufelkanal angewendet. In den folgenden Abschnitten wird das Kriterium detailliert beschrieben.

5.2.2.1 Identifikation von Wirbelzentren mit Γ_1 Kriterium

Um einen Wirbel zu identifizieren, wird das Strömungsfeld in der Umgebung eines Punktes P betrachtet. Man bestimmt in jedem Punkt des Strömungsfeldes die skalare Größe Γ_1 nach Gleichung 5.34. Dazu wird über die Umgebung des Punktes der Winkel zwischen dem jeweiligen Ortsvektor \overrightarrow{PM} und dem Vektor der Strömungsgeschwindigkeit $\overrightarrow{u_M}$ integriert. Der Vektor \vec{n} ist der Normalenvektor zur Auswerteebene A . In Abbildung 5.5 wird der Sachverhalt dargestellt. Das Kriterium wird von den Autoren als „N.A.M. - normalized angular momentum“ bezeichnet.

$$\Gamma_1(P) = \frac{1}{A} \int_{M \in A} \frac{(\overrightarrow{PM} \times \overrightarrow{u_M}) \cdot \vec{n}}{|\overrightarrow{PM}| |\overrightarrow{u_M}|} dA = \frac{1}{A} \int_{M \in A} \sin(\Theta_M) dA \quad (5.34)$$

Es handelt sich hier um die zweidimensionale Variante nach Graftieaux et al. [49]. Dabei ist zu beachten, dass der Punkt P in der Mitte des Auswertebereichs A liegt. Wie man am Beispiel eines ideal rotationssymmetrischen Wirbels zeigen kann, ist der Betrag von Γ_1 durch 1 begrenzt. Befindet man sich im Zentrum eines Wirbels, ist der Winkel Θ_M in Gleichung 5.34 für alle Punkte 90° mit $\sin(\Theta_M) = 1$. Entsprechend der Drehrichtung des Wirbels ergibt sich ein Grenzwert von ± 1 . Damit es das Kriterium im Gegensatz zu den lokalen Kriterien λ_2 oder Q in der Lage, die Wirbel nach dem Drehsinn zu unterscheiden.

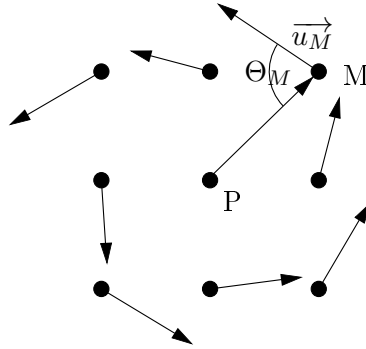


Abbildung 5.5: Berechnung des Γ_1 Kriteriums

Eine dreidimensionale Formulierung ist ebenfalls möglich und wird von Michard et al. [99] wie folgt angegeben:

$$\Gamma_{1,3D}(P) = \frac{1}{V} \int_{M \in V} \frac{(\overrightarrow{PM} \times \overrightarrow{u_M})}{|\overrightarrow{PM}| |\overrightarrow{u_M}|} dV \quad (5.35)$$

Im dreidimensionalen Fall ist der normierte Drehimpuls allerdings nicht mehr skalar, sondern eine vektorielle Größe. In vielen Fällen liegt das Geschwindigkeitsfeld auf einem äquidistanten strukturierten Gitter vor, z.B. bei PIV Feldmessungen. In diesem Fall kann die Integration über die Fläche oder das Volumen durch eine einfache Summation ersetzt werden. Eine Normierung mit der Fläche bzw. Volumen ist dann nicht erforderlich. Für die Auswertung der vorhandenen Simulationsergebnisse wurde zunächst eine Interpolation auf ein strukturiertes Gitter durchgeführt. Die Auswertung fand auf diesem größeren strukturierten Gitter statt.

5.2.2.2 Identifikation von Wirbelkernen mit Γ_2 Kriterium

Ein Nachteil des Γ_1 Kriteriums ist, dass keine Galilei Invarianz vorliegt. Bei einer Überlagerung eines Wirbels mit einer starken Konvektionsströmung kann es vorkommen, dass die Stromlinien nicht mehr geschlossen sind. In einem solchen Fall wird der Wirbel mit dem Γ_1 Kriterium nicht mehr zuverlässig detektiert. Aus diesem Grund wurde eine weitere skalare Größe Γ_2 eingeführt, welche die mittlere Konvektionsgeschwindigkeit $\overline{\vec{u}}$ im Gebiet berücksichtigt.

$$\overline{\vec{u}} = \frac{1}{A} \int_A \vec{u} dA \quad (5.36)$$

Es wird eine weitere skalare Größe Γ_2 nach Gleichung 5.37 eingeführt. Die Definition ist analog zu Gleichung 5.34, allerdings wird von der Geschwindigkeit in den einzelnen Punkten der Auswertebene die Konvektionsgeschwindigkeit abgezogen. Damit wird die Galilei Invarianz des Kriteriums hergestellt.

$$\Gamma_2(P) = \frac{1}{A} \int_{M \in A} \frac{((\overrightarrow{u_M} - \overline{\vec{u}}) \times \overrightarrow{PM}) \cdot \vec{n}}{|\overrightarrow{u_M} - \overline{\vec{u}}| |\overrightarrow{PM}|} dA \quad (5.37)$$

Wie in der Arbeit von Graftieaux gezeigt wird, eignet sich das Γ_2 Kriterium nicht für die exakte Lokalisierung des Zentrums einer Wirbelstruktur, sondern für die Lokalisierung

des Wirbelkerns. Als Wirbelkern wird der innere Bereich eines Wirbels bezeichnet, welcher durch das Maximum der Umfangsgeschwindigkeit begrenzt ist. Für den Lamb-Oseen Wirbel wurde ein Schwellenwert von ca. $\Gamma_2 = 2/\pi$ für den Wirbelkern gefunden.

5.2.3 Vergleich der Kriterien für verschiedene Geschwindigkeitsfelder

An dieser Stelle soll die Fähigkeit der genannten Kriterien gezeigt werden, Wirbel in einem Strömungsfeld zu lokalisieren. Dazu werden generische Geschwindigkeitsfelder herangezogen.

5.2.3.1 Idealisiertes Wirbelmodell

Zunächst wird ein analytisches Geschwindigkeitsfeld für einen ideal symmetrischer Wirbel nach dem Lamb-Oseen Modell benutzt. Die Umfangsgeschwindigkeit des Wirbels wird wie folgt bestimmt:

$$u_\varphi(r) = \frac{\Gamma}{2\pi r} \left(1 - \exp\left(-\frac{r^2}{r_c^2}\right) \right) \quad (5.38)$$

Darin sind die Zirkulation Γ und der Radius des Wirbelkerns r_c die Größen, welche die Umfangsgeschwindigkeit und das Abklingen im Fernfeld bestimmen. Abbildung 5.6 zeigt das Geschwindigkeitsfeld mit $\Gamma = 5$ und $r_c = 0,2$. Auswertungen werden auf einer horizontalen Linie durch das Zentrum des Wirbels gezeigt. Für dieses Geschwindigkeitsfeld werden die vorgestellten Kriterien berechnet und miteinander verglichen. Abbildung 5.7 stellt die Ergebnisse dar. Eine detaillierte Auswertung des Geschwindigkeitsfeldes zeigt zunächst, dass das Maximum der Umfangsgeschwindigkeit auf einem Radius liegt, der etwas größer als der vorgegebene Kernradius r_c ist. Für den Vergleich mit den lokalen Kriterien nach Abschnitt 5.2.1 ist die Bestimmung des Geschwindigkeitsgradienten notwendig. Für die Berechnung der Ableitungen aus dem Geschwindigkeitsfeld wurden Zentralfdifferenzen 4. Ordnung benutzt [40].

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_i = \frac{-\phi_{i-2} + 8\phi_{i-1} - 8\phi_{i+1} + \phi_{i+2}}{12\Delta x} \quad (5.39)$$

In MATLAB sind Routinen für die Bestimmung von Eigenwerten von Matrizen vorhanden, so dass das λ_2 Kriterium einfach ausgewertet werden kann. In Abbildung 5.7 ist das Maximum der Umfangsgeschwindigkeit mit einer horizontalen Linie markiert. Die Berechnung für die Γ Kriterien hängt von der Wahl des Integrationsbereiches um den jeweiligen Auswertepunkt ab. Graftieaux et al. haben in ihrer Arbeit gezeigt, dass diese Abhängigkeit allerdings gering ist. Das Γ Feld ändert sich, aber die Identifikation von Wirbelkernen und Zentren wird nicht wesentlich beeinflusst. Die Rechenzeit nimmt mit einer Vergrößerung des Integrationsgebietes allerdings deutlich zu. Für die gewählte Darstellung wird über für Gebiet von 11x11 Punkten ($\Delta L = 0,5$) integriert. Die Größe ist in Abbildung 5.6 angedeutet. Das Verhältnis zwischen Gitterweite und Kernradius für diesen Fall beträgt $\Delta x/r_c = 0,25$). Die Größe des Integrationsgebietes am Rand wird dynamisch angepasst,

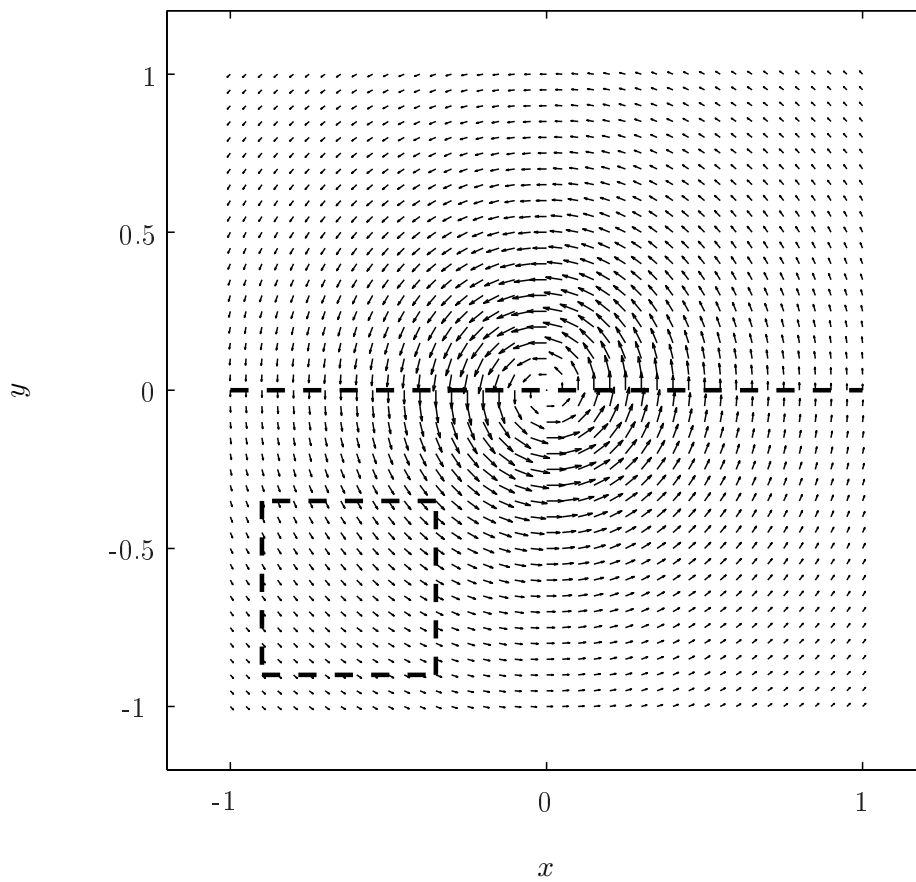


Abbildung 5.6: Vektorfeld des Lamb-Oseen Wirbels

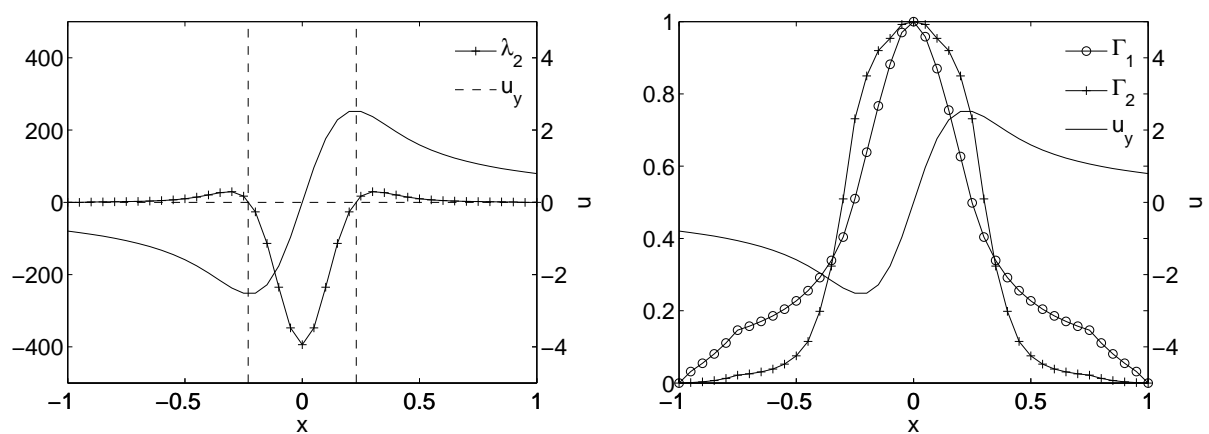


Abbildung 5.7: Vergleich der verschiedenen Kriterien zur Wirbelidentifikation für den Lamb-Oseen Wirbel

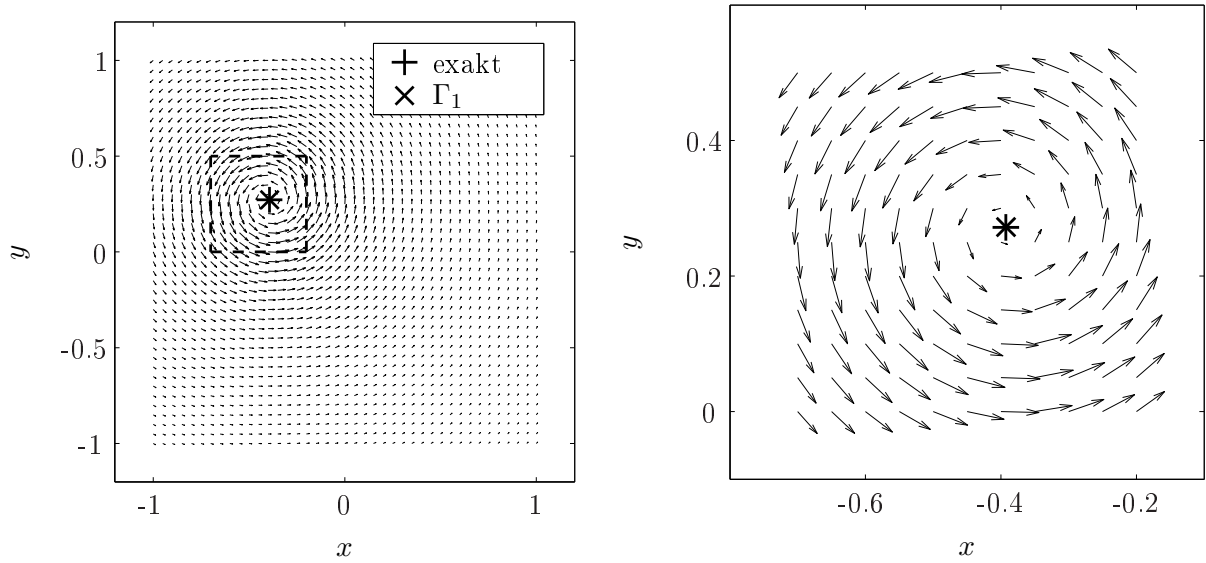


Abbildung 5.8: Bestimmung des Wirbelzentrums aus Γ_1 Feld interpoliert mit biquadratischen Formfunktionen

damit der Auswertepunkt P immer in der Mitte liegt. Man erkennt in der Abbildung 5.7, dass das Γ_1 Kriterium ein klares Maximum von 1 im Wirbelzentrum aufweist. Dieses Maximum wird bei einer Vergrößerung des Integrationsgebietes noch schärfer herausgestellt. Der Γ_2 Verlauf ist im Wirbelkern deutlich flacher, der große Gradient tritt am Rand des Wirbelkerns auf. Dort ist der Wert der Variablen etwa $0,7 \approx 2/\pi$.

5.2.3.2 Bestimmung von Wirbelzentren

Wie im vorigen Abschnitt gezeigt wurde, kennzeichnet ein Extremwert im Γ_1 Feld ein Wirbelzentrum. Für einen idealen rotationssymmetrischen Wirbel werden die Grenzwerte 1 bzw. -1 erreicht, in einer komplexen Strömung sind bedingt durch die Deformation des Wirbels betragsmäßig kleinere Extremwerte zu erwarten. Für die Auswertungen im Rahmen dieser Arbeit wird die Feldgröße Γ_1 nur in den diskreten Punkten eines vergleichsweise groben Gitters berechnet. Um die Koordinaten der Wirbelzentren mit höherer Genauigkeit bestimmen zu können, ist eine Approximation des Funktionsverlaufs zwischen den Knotenpunkten notwendig. Für einen bekannten Funktionsverlauf können die Koordinaten der lokalen Extremwerte des Γ_1 Feldes mit Hilfe eines Optimierungsverfahrens bestimmt werden. Um das Verfahren zu testen wird das Zentrum des Wirbels zwischen die Gitterpunkte positioniert. Die Koordinaten des Zentrums sind in Tabelle 5.1 aufgelistet. Die Abbildung 5.8 zeigt das modifizierte Geschwindigkeitsfeld. Das vorgegebene Zentrum des Wirbels als auch die mit dem Γ_1 Kriterium ermittelten Zentren sind markiert. Wie im vorigen Abschnitt wurden die Eigenschaften des Wirbels mit $\Gamma = 5$ und $r_c = 0,2$ festgelegt. Die genaue Vorgehensweise zur Ermittlung des Wirbelzentrums wird im Folgenden erläutert.

Für die Interpolation des Verlaufes einer Variablen in zwei oder mehr Dimensionen bie-

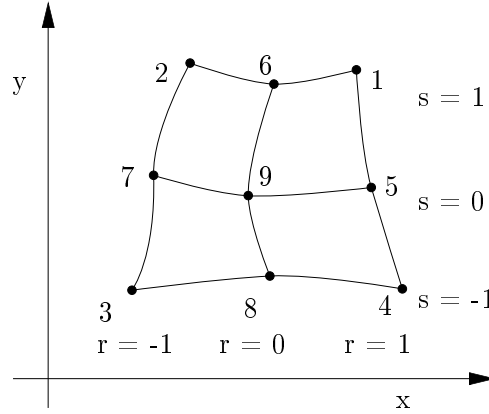


Abbildung 5.9: Biquadratische Formfunktion für ein Viereckselement

ten sich Formfunktionen an, welche aus der Methode der finiten Elemente bekannt sind. Es wurden für diese Arbeit biquadratische Formfunktionen für ein Parallelogramm nach Bathe [8] benutzt. Die Werte der Variablen liegen in 9 Knotenpunkten vor, die Nummerierung der Knoten ist in Abbildung 5.9 dargestellt.

$$\begin{aligned}
 h_1 &= \frac{1}{4}(1+r)(1+s) - \frac{1}{2}h_5 - \frac{1}{2}h_8 - \frac{1}{4}h_9 \\
 h_2 &= \frac{1}{4}(1-r)(1+s) - \frac{1}{2}h_5 - \frac{1}{2}h_6 - \frac{1}{4}h_9 \\
 h_3 &= \frac{1}{4}(1-r)(1-s) - \frac{1}{2}h_6 - \frac{1}{2}h_7 - \frac{1}{4}h_9 \\
 h_4 &= \frac{1}{4}(1+r)(1-s) - \frac{1}{2}h_7 - \frac{1}{2}h_8 - \frac{1}{4}h_9 \\
 h_5 &= \frac{1}{2}(1-r^2)(1+s) - \frac{1}{2}h_9 \\
 h_6 &= \frac{1}{2}(1-r)(1-s^2) - \frac{1}{2}h_9 \\
 h_7 &= \frac{1}{2}(1-r^2)(1-s) - \frac{1}{2}h_9 \\
 h_8 &= \frac{1}{2}(1+r)(1-s^2) - \frac{1}{2}h_9 \\
 h_9 &= \frac{1}{2}(1-r^2)(1-s^2) - \frac{1}{2}h_9
 \end{aligned} \tag{5.40}$$

Die Formfunktionen h_i werden in Abhängigkeit der lokalen Koordinaten r und s nach Gleichung 5.40 definiert [8]. Wie in Abbildung 5.9 dargestellt, sind die lokalen Koordinaten auf das Intervall $[-1, 1]$ beschränkt. Die Berechnung des Funktionswertes innerhalb des Elements erfolgt über eine Interpolation nach Gleichung 5.41. Die Summation läuft dabei über alle 9 Knoten des Elementes. Die globalen Koordinaten x und y werden analog berechnet.

$$\Gamma = \sum_{i=1}^9 h_i \Gamma_i \quad x = \sum_{i=1}^9 h_i x_i \quad y = \sum_{i=1}^9 h_i y_i \tag{5.41}$$

Die Abbildung 5.10 zeigt das Γ_1 Feld für den Oseen Wirbel in der Nähe des Wirbelzentrums. Dargestellt ist die Kontur für das Element mit 9 Knoten, das linke Bild zeigt

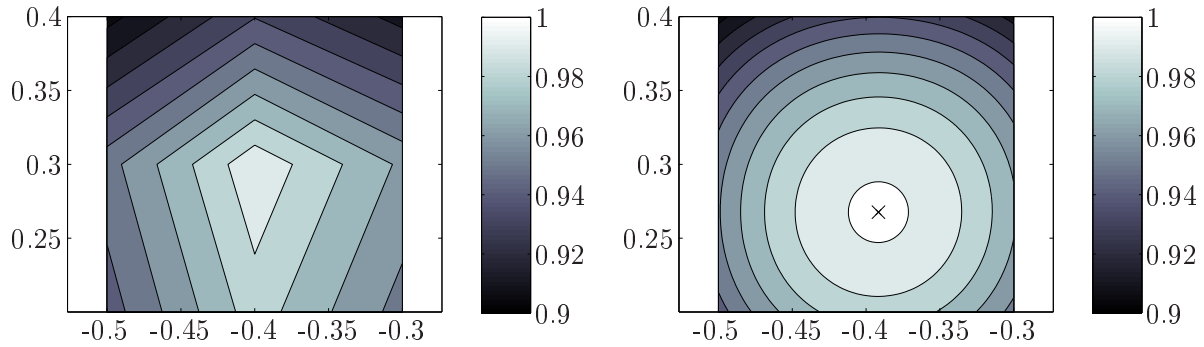


Abbildung 5.10: Approximation des Γ_1 Feldes, links lineare Interpolation der Knotenwerte, rechts Interpolation mit biquadratischen Formfunktionen

$\Delta x/r_c$	x_c	y_c	Fehler [%]
exakt	$-\pi / 8$	$e/10$	-
0,5	-0,3915	0,26759	2,2
0,25	-0,39242	0,27230	0,27

Tabelle 5.1: Fehler bei der Bestimmung des Zentrums in Abhängigkeit von der Gitterweite

eine lineare Interpolation der Knotenwerte, die Abbildung rechts zeigt die Approximation durch die biquadratische Formfunktion. Des Weiteren ist im Bild die Lage ermittelten Zentrums markiert. Die Lage des Zentrums wird durch ein Newton-Raphson Verfahren ermittelt, das Verfahren wird z.B. in [19] beschrieben. Das iterative Verfahren bestimmt den Extrempunkt über die Nullstellen des Gradienten der Feldvariablen. Es werden die lokalen Koordinaten des Elements \vec{s} benutzt. Als Startwert wird der maximale bzw. minimale diskrete Knotenwert gewählt.

$$\vec{s}^{i+1} = \vec{s}^i - (H^i)^{-1} \text{grad}(\Gamma)^i \quad (5.42)$$

Für das iterative Verfahren nach Gleichung 5.42 sind der Gradient und die Inverse der Hesse-Matrix H der 2. Ableitungen für die Formfunktionen erforderlich. Im Folgenden wird die Abhängigkeit der Lokalisierung des Wirbelzentrums von der Diskretisierung des Geschwindigkeitsfeldes untersucht. Die Tabelle 5.1 fasst die Ergebnisse noch einmal in Form von Zahlenwerten zusammen. Es zeigt sich, dass der Fehler bei einer Verfeinerung des Gitters deutlich abnimmt. Der Fehler in Tabelle 5.1 ist normiert auf r_c .

5.2.4 Verfolgung von Wirbelzentren

Von besonderem Interesse im Rahmen dieser Arbeit ist die Verfolgung der Bewegung von Wirbeln in der Zeit. Für jeden Zeitschritt können die Zentren eines Wirbels mit dem in Kapitel 5.2.2 vorgestellten Γ_1 Kriterium ermittelt werden. Für die Verfolgung werden Algorithmen der Lagrangeschen Partikelverfolgung benutzt, die im Folgenden näher erläutert werden.

Entscheidend für die korrekte Verfolgung von Bahnlinien ist, dass die Zentren von zwei aufeinander folgenden Zeitschritten einander korrekt zugeordnet werden können. Die übliche Vorgehensweise ist dabei die Zuordnung von Partikeln durch eine Kostenmatrix zu beschreiben, welche dann minimiert wird. In Ouellette et al. [102] werden verschiedene Verfahren zur Bestimmung der Kosten vorgestellt. Ein alternatives Verfahren besteht darin, die eine Kreuzkorrelation zu benutzen, so wie es in der PIV gemacht wird [3]. Im konkreten Fall ist nur eine vergleichsweise geringe Anzahl von Zentren zu verfolgen. Zudem ist über den Wert von Γ_1 ein zusätzliches Identifikationskriterium gegeben, welches für die Unterscheidung genutzt werden kann. Es werden typischerweise 10 bis 20 Zentren in einem Zeitschritt erkannt, welche nach dem Drehsinn unterschieden werden können. Trotzdem muss für den Fall, dass zwei Zentren dicht beieinander liegen, eine korrekte Verfolgung sicher gestellt werden.

5.2.5 Tracking Algorithmen

Die Verfolgung von Partikeln bzw. Wirbelzentren stellt sich als ein mehrdimensionales Zuordnungsproblem [102] dar. Die Bahnlinie ergibt sich aus der Minimierung der Gesamtkosten C , die sich aus einer dreidimensionalen Kostenmatrix C_{ij}^n nach Gleichung 5.43 bestimmen lassen.

$$C = \sum_n \sum_i \sum_j C_{ij}^n \quad (5.43)$$

Die Kostenmatrix stellt den Zusammenhang zwischen Zentrum i in Zeitschritt n (x_i^n) und Zentrum j in Zeitschritt $n+1$ (x_j^{n+1}) her. Eine Optimierung über viele Zeitschritte ist nicht effizient lösbar, in der Regel wird über zwei aufeinander folgende Zeitschritte summiert. Diese Strategie wird in der Literatur auch als „Greedy Matching“ bezeichnet [132].

Ein Algorithmus zur Partikelverfolgung wird nach Ouletta [102] in zwei Schritte gegliedert: die Ermittlung der Kostenmatrix C und ein Verfahren mit dem Konflikte gelöst werden können. Solche Konflikte können entstehen, wenn einem Partikel in Zeitschritt n im folgenden Zeitschritt mehrere Partikel zugeordnet werden können, d.h. $C_{ij}^n = C_{kj}^n$ mit $i \neq k$. Eine Möglichkeit einen solchen Konflikt zu beheben, wäre das Optimierungsproblem z.B. mit dem Munkres Algorithmus zu lösen. Dieser Algorithmus wird oft auch als ungarischer Algorithmus bezeichnet, er ist zur Lösung des Problem des Handelsreisenden entwickelt worden. Ouellette et al. [102] haben gezeigt, dass sich die Zahl der fehlerhaften Tracks reduzieren lässt, wenn man im Fall eines Konflikts die Bahn beendet und im nächsten Zeitschritt neu beginnt. Lediglich wenn die Abstände zwischen den Punkten als Kosten benutzt werden (Gl. 5.44) ergab die Anwendung des Optimierungsverfahrens eine Verbesserung.

Für die Ermittlung der Kosten gibt es verschiedene Möglichkeiten. Die einfachste Möglichkeit ist den Abstand aller Partikeln zu zwei aufeinander folgenden Zeitschritten zu benutzen.

$$C_{ij}^n = ||x_j^{n+1} - x_i^n|| \quad (5.44)$$

Für eine höhere Genauigkeit werden mehrere Zeitschritte herangezogen, um damit die Geschwindigkeit bzw. die Beschleunigung zu approximieren. Die Kosten ergeben sich dann

z.B. als Minimum der Beschleunigung. Der geringste Fehler wurde nach [102] für die folgende Heuristik ermittelt, die als „best estimate“ bezeichnet wird. Es werden 4 Zeitebenen für die Berechnung der Kosten benötigt. Die folgende Darstellung weicht in einigen Details von der Originalarbeit ab. Zunächst wird die Position des Partikels in Zeitschritt $n+1$ \tilde{x}_i^{n+1} geschätzt.

$$\tilde{x}_i^{n+1} = x_i^n + \tilde{v}_i^n \Delta t + \tilde{a}_i^n (\Delta t)^2 \quad (5.45)$$

In die Schätzung der Position gehen Approximationen der Geschwindigkeit \tilde{v}_i^n und der Beschleunigung \tilde{a}_i^n in der aktuellen Zeitebene ein, die aus den Zeitebenen $n-2$ bis n bestimmt werden. Die Geschwindigkeit als auch die Beschleunigung in Gleichung 5.46 bzw. 5.47 werden mit Rückwärtsdifferenzen 2. Ordnung bestimmt.

$$\tilde{v}_i^n = \frac{3x_i^n - 4x_i^{n-1} + x_i^{n-2}}{2\Delta t} \quad (5.46)$$

$$\tilde{a}_i^n = \frac{x_i^{n-2} - 2x_i^{n-1} + x_i^n}{\Delta t^2} \quad (5.47)$$

Die Kosten bestimmen sich aus der Differenz der tatsächlichen und der geschätzten Position in Zeitebene $n+1$ nach Gleichung 5.45.

$$C_{ij}^n = ||x_j^{n+1} - \tilde{x}_i^{n+1}|| \quad (5.48)$$

Die Methode setzt voraus, dass eine Bahnlinie für drei Zeitebenen ($n-2$ bis n) besteht. Diese kann zu Beginn des Verfahrens z.B. mit dem minimalen Abstand nach Gleichung 5.44 bestimmt werden. Das beschriebene Verfahren ist im Rahmen der Arbeit implementiert worden.

6 Beurteilung der Qualität der numerischen Ergebnisse

Die Beurteilung der Qualität von numerischen Simulationen ist von entscheidender Bedeutung für die kritische Bewertung der Simulationsergebnisse. Im Designprozess werden häufig Entscheidungen auf der Basis von Simulationen getroffen. Dies ist nur dann sinnvoll, wenn man den Ergebnissen vertrauen kann. Viele Veröffentlichungen insbesondere industrieller numerischer Simulationen dokumentieren die auftretenden Fehler und Unsicherheiten nur mangelhaft. Dies gilt insbesondere für Turbulenz auflösende Modelle. Bedingt durch die hohen Rechenzeiten sind z.B. Konvergenzstudien sehr teuer. Ein Bestandteil dieser Arbeit ist die Quantifizierung von Fehlern für die Simulation von komplexen Strömungen in Turbomaschinen. Insbesondere wenn ein Vergleich mit Messdaten im Sinne einer Validierung erfolgen soll, ist sowohl eine Kenntnis der Messunsicherheit, als auch der Unsicherheit der Simulation erforderlich.

Wichtig bei dieser Betrachtung ist immer die Abwägung von Kosten (Rechenzeit, Bedarf an Rechnerkapazitäten) und Nutzen. Durch die Wahl von hochwertigen physikalischen Modellen wie LES für die Turbulenzmodellierung lässt sich in den meisten Fällen eine bessere Übereinstimmung der Simulationsergebnisse mit der Realität erreichen. Dies wird allerdings mit einer hohen räumlichen und zeitlichen Auflösung erkauft. Zudem ist für viele Fälle die Information über zeitlich und örtlich aufgelöste Turbulenz nicht von Interesse. Insbesondere bei der mittlerweile weit verbreiteten automatischen Optimierung sind kurze Rechenzeiten gefordert, um die hohe Anzahl von Einzelsimulationen (typischerweise in der Größenordnung von 100 Varianten) in einem vertretbaren Zeitrahmen abzuarbeiten.

¹„Für die Beurteilung der Qualität von Simulationen existieren mittlerweile eine Reihe von Richtlinien, die Hilfestellung für den Prozess der Qualitätssicherung geben. Dies sind z.B. die ERCOFTAC Best Practice Guidelines [35] oder der AIAA Guide [4]. Für eine erfolgreiche Qualitätssicherung ist es notwendig, die verschiedenen möglichen Fehlerquellen zu kennen und zu beurteilen. Es wird bei mangelnder Qualität der Simulation zwischen Fehler und Unsicherheit unterschieden. Die folgenden Definitionen lehnen sich an die Darstellung von Versteeg und Malalasekera [133] an.“

Fehler erkennbarer Mangel in einer Simulation, der nicht durch fehlende Informationen verursacht wird. Hierzu zählen u.a. numerische Fehler, Programmfehler oder Be-

¹Dieser Abschnitt ist ebenfalls im Abschlussbericht des AiF Projekts 16406 BG „Dynamische Lasten“ von Lucius et al. [87], S. 27-31 veröffentlicht.

dienerfehler.

Unsicherheit potentieller Mangel in einer Simulation, der durch fehlende Informationen bedingt ist. Man unterscheidet im Wesentlichen Unsicherheit in Bezug auf Eingabedaten (Randbedingungen, Geometrie usw.) und Modellunsicherheit.

Die bei der numerischen Lösung auftretenden Fehler lassen sich weitgehend minimieren. Allerdings bestehen eine Reihe von Unsicherheiten, die das Simulationsergebnis beeinflussen können. Unsicherheiten sind z.B. durch Randbedingungen, Materialeigenschaften oder bei der Wahl von physikalischen Modellen gegeben. Insbesondere bei komplexen technischen Geometrien besteht auch eine Unsicherheit im Bezug auf die genaue Abbildung der realen Geometrie. Dies betrifft im speziellen Fall von Turbomaschinen insbesondere enge Spaltmaße zwischen rotierenden und stehenden Komponenten. Die Spalte als auch alle anderen Maße unterliegen Fertigungstoleranzen, die wesentlich vom Fertigungsverfahren abhängen. Zusätzlich können sich Abmessungen im Betrieb (Fliehkraft, Fluidkräfte, Wärmedehnung) wesentlich ändern. Der Einfluss kann z.B. durch Parameterstudien untersucht werden. Es ist auch möglich diese Unsicherheit zu reduzieren, indem die verformte Geometrie unter Last als Referenz für die Strömungssimulation benutzt wird.

6.1 Verifikation und Validierung

Man unterscheidet bei der Beurteilung der Qualität einer Simulation zwischen Verifikation und Validierung. Die folgenden Definitionen sind [133] entnommen.

Verifikation Prozess der Überprüfung, ob die Implementierung eines Simulationsmodells das konzeptionelle Modell akkurat lösen kann. Hier werden Fehler quantifiziert. Nach Roache [110] bedeutet Verifikation „solving the equations right“.

Validierung Prozess der Überprüfung, bis zu welchem Grad das Modell eine genaue Abbildung der Realität im Hinblick auf das Ziel der Simulation ist. Roache [110] formuliert „solving the right equations“. Hier wird die Unsicherheit bei der Modellbildung quantifiziert.

Es ist zu beachten, dass immer zuerst eine Verifikation und dann die Validierung erfolgen muss. Erst wenn die Fehler minimiert oder zumindest bekannt sind, lässt sich der Einfluss von Unsicherheiten sinnvoll quantifizieren. Anderenfalls werden Fehler und Unsicherheiten vermischt. Wie wichtig dieser Punkt ist, zeigt der Vergleich von Turbulenzmodellen bei der Stanford Turbulenz Konferenz. Die Unterschiede zwischen den Ergebnissen einzelner Autoren mit mehreren Modellen waren teilweise kleiner als die Unterschiede von unterschiedlichen Autoren mit dem gleichen Modell [110]. Eine detailliertere Abgrenzung von Verifikation und Validierung wird im folgenden Abschnitt dargestellt.

Fehlertyp	Quantifizierung durch
Rundungsfehler	Maschinengenauigkeit (double vs. single precision)
Iterative Fehler	Abbruchkriterien für Residuen bei der iterativen Lösung von Gleichungssystemen
Diskretisierungsfehler	Gitterweite in Raum und Zeit; Ordnung des numerischen Verfahrens
Bedienerfehler	sorgfältige Überprüfung der Einstellungen
Programmfehler	-

Tabelle 6.1: Fehlerquellen bei der numerischen Simulation

Verifikation

Bei der Verifikation wird überprüft, ob das Simulationsprogramm für ein gegebenes Problem die Gleichungen im Rahmen der geforderten Genauigkeit numerisch lösen kann. Wie bereits in der Definition ausgeführt, werden die Fehler bei der Lösung der Differentialgleichungen quantifiziert. Die verschiedenen Fehler, die bei der numerischen Lösung eines Problems auftreten, sind in Tabelle 6.1 zusammengefasst.

Man unterscheidet generell zwischen einer Verifikation des Simulationsprogramms und einer Verifikation der individuellen Lösung eines Problems. Für die Verifikation des Programms wird ein Problem mit einer bekannten analytischen Referenzlösung herangezogen. Roache [110] spricht daher nicht von einer Fehlerschätzung, sondern einer Fehlerbewertung. Als Anwender kommerzieller Software geht man in der Regel von einem verifizierten Programm aus. Programmierfehler sind natürlich auch bei kommerzieller Software nicht ausgeschlossen, aber für den Bediener nicht korrigierbar. Für den Anwender von größerer Bedeutung ist die Verifikation des zu lösenden Problems.

Für die Quantifizierung des Diskretisierungsfehlers der numerischen Lösung von Differentialgleichungen, für die keine analytische Lösung vorliegt, ist die Richardson Extrapolation eine Standard Methode. Die exakte Lösung der Differentialgleichung kann nach Gleichung 6.1 abgeschätzt werden.

$$f_{\text{exakt}} \approx f_1 + \frac{f_1 - f_2}{r^p - 1} \quad r = \frac{h_2}{h_1} \quad (6.1)$$

Der Wert f kann dabei eine lokale Größe z.B. die Geschwindigkeit in einem Punkt oder eine integrale Größe wie die Druckerhöhung oder der Wirkungsgrad sein. In der verwendeten Notation der Gleichungen in diesem Abschnitt bezeichnen höhere Ziffern im Index gröbere Gitter. In Gl. 6.1 steht f_1 für die Lösung auf dem feinen und f_2 für die Lösung auf dem groben Gitter. Die Ordnung der Diskretisierung p kann aus einer systematischen Verfeinerung über drei Gitter bestimmt werden.

$$p \approx \log \left(\frac{f_2 - f_3}{f_1 - f_2} \right) / \log(r) \quad (6.2)$$

Obwohl die Richardson Extrapolation oft für ganzzahlige Werte für den Verfeinerungsfaktor r durchgeführt wird (Verdopplung der Anzahl der Gitterpunkte), ist Gleichung

6.1 auch für beliebige Werte von r gültig. Insbesondere für 3D Simulationen technischer Probleme ist eine Verdopplung der Auflösung des Rechengitters in alle Raumrichtungen über mehrere Verfeinerungen nicht realisierbar. Für jede Gitterverfeinerung wäre dann eine Verachtfachung der Anzahl der Gitterpunkte notwendig. Für strukturierte Gitter kann auch ein Verfeinerungsfaktor nach Gleichung 6.3 benutzt werden, wobei D die Dimension des Problems und N die Anzahl der Gitterpunkte bezeichnet.

$$r = \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^{1/D} \quad (6.3)$$

Für unstrukturierte Gitter ist dieses Verfahren nur bedingt zu empfehlen. Insbesondere wenn eine starke lokale Verdichtung der Punkte mit einer Vergrößerung in anderen Regionen kombiniert wird, kann der Fehler signifikant unterschätzt werden. Gleichung 6.2 ist streng genommen nur gültig für einen konstanten Verfeinerungsfaktor r . Für nicht konstante Verfeinerung kann nach Roache [110] Gleichung 6.4 benutzt werden. Die Gleichung muss mit einem Iterationsverfahren nach der Unbekannten p gelöst werden.

$$\frac{\varepsilon_{23}}{r_{23}^p - 1} = r_{12}^p \left[\frac{\varepsilon_{23}}{r_{23}^p - 1} \right] \quad (6.4)$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{f_j - f_i}{f_i} \quad (6.5)$$

In Gl. 6.4 bezeichnet ε die relative Differenz der Lösung auf zwei Gittern. Schließlich kann der relative Fehler E aus dem Vergleich der Lösung für zwei Gitter abgeschätzt werden. Ein Fehlerschätzer hat eine wesentlich größere Aussagekraft als die in Publikationen oft angegebene Differenz der Lösung auf unterschiedlichen Gittern.

$$E = \frac{\varepsilon}{r^p - 1} \quad (6.6)$$

Anstelle der Angabe der Fehlerschätzung nach Gleichung 6.6 wird von Roache [109] der *GCI* (Grid Convergence Index) als Maß für die Gitterkonvergenz vorgeschlagen.

$$GCI = F_s \frac{|\varepsilon|}{r^p - 1} \quad (6.7)$$

Der Faktor F_s kann als eine Art Sicherheitsfaktor angesehen werden, der zwischen 1 und 3 liegen sollte. Für $F_s = 1$ ist das Ergebnis identisch mit der Fehlerschätzung aus der Richardson Extrapolation nach Gleichung 6.6. Die Einführung des *GCI* beruht auf einer weiteren Extrapolation der bereits vorliegenden Richardson Extrapolation. Die Gleichung 6.6 gibt den Zusammenhang zwischen dem relativen Unterschied zwischen zwei Lösungen ε und dem Fehlerschätzer E an. Unter der Annahme von $r = 2$ (Halbierung der Gitterweite in alle Richtungen) und $p = 2$ (Verfahren 2. Ordnung sind Mindeststandard) ergibt sich ein Faktor von 3 zwischen E und ε , dies entspricht genau dem maximalen Sicherheitsfaktor F_s . Man verwendet also die Richardson Extrapolation, um ε für eine weitere Extrapolation zu bestimmen. Roache [110] empfiehlt einen minimalen Sicherheitsfaktor von 1,25 für sorgfältig durchgeführte Konvergenzstudien mit mindestens drei Gittern und

den konservativen Wert von 3 für eine Konvergenzstudie mit zwei Gittern.

Bei der Methode gilt es generell zu beachten, dass man sich bereits im asymptotischen Bereich befinden muss. Das bedeutet, dass bei einer weiteren Verfeinerung der Fehler der numerischen Lösung asymptotisch (ohne Vorzeichenwechsel) gegen null strebt. Bei einer Extrapolation der Ergebnisse von zu groben Gittern können vollkommen falsche Fehlerschätzungen resultieren. Celik et al. [18] haben gezeigt, dass oszillatorische Konvergenz bei einer Reihe von numerischen Lösungen partieller Differentialgleichungen mit der Finite Volumen Methode auftreten kann. Als Grund geben sie z.B. gemischte Diskretisierungsverfahren unterschiedlicher Ordnung an. In dem Artikel werden verschiedene Methoden verglichen, die es erlauben, den Diskretisierungsfehler auch bei nicht monotoner Konvergenz abschätzen zu können. Auf diese Ansätze wird an dieser Stelle nicht weiter eingegangen.

Sowohl die Richardson Extrapolation, als auch der oben genannte *GCI* erfordern Simulationen auf unterschiedlichen Gittern. Daneben gibt es auch die Möglichkeit, den Fehler mit nur einem Gitter zu schätzen. Dazu zählen u.a. der Vergleich von Lösungen unterschiedlicher Ordnung der Diskretisierung oder die Fehlerschätzung mit Hilfe von zusätzlichen Gleichungen. Für Details und weiterführende Literatur wird auf Roache [110] verwiesen.

Validierung

Die Validierung umfasst nach Versteeg und Malalasekera [133] die Quantifizierung der Unsicherheiten. In Tabelle 6.2 sind die verschiedenen Quellen der Unsicherheit aufgelistet. Eine Quantifizierung der Unsicherheit kann z.B. durch eine Variation der Einflussgröße ermittelt werden. Da auch Messergebnisse immer mit einem Messfehler behaftet sind, ist für einen Vergleich auch die Quantifizierung der Messunsicherheit notwendig. Für eine erfolgreiche Validierung ist demnach keine 100 prozentige Übereinstimmung von Messung und Simulation gefordert. Nach Coleman und Stern [21] ist eine Simulation validiert, wenn die Differenz zwischen Simulation und Experiment kleiner als die Unsicherheit der Validierung ist. Die Unsicherheit der Validierung wird dabei aus einer Kombination aus numerischen Fehlern, Unsicherheit der Eingabedaten und Unsicherheit der Experimente geschätzt.“

Unsicherheit	Beispiele
Randbedingungen	Geschwindigkeitsprofile, Turbulenzgrößen
Geometrie	Spalte, Fertigungstoleranzen
Stoffdaten	Dichte (Kompressibilität), Viskosität
physikalische Modellierung	Turbulenz

Tabelle 6.2: Unsicherheiten bei einer numerischen Strömungssimulation

6.2 Verifizierung der Simulationsergebnisse für die beiden Testfälle

²„Der folgende Abschnitt ist der Verifizierung der Simulationsergebnisse gewidmet. Die wesentliche Quelle numerischer Fehler ist in der Regel die Diskretisierung in Raum und Zeit. Es werden Kriterien zur Wahl der Gitterweite vorgestellt und eingesetzt, um die Abhängigkeit der Lösung von der Diskretisierung zu untersuchen. Dieser Abschnitt befasst sich nicht mit der Bewertung der Unsicherheit. Die Unsicherheit in Bezug auf die Randbedingungen und Mittelwertbildung wird in Abschnitt 6.3 bewertet. Die Validierung durch den Vergleich mit Messergebnissen folgt in Kapitel 6.4.“

6.2.1 Bewertungskriterien für die Beurteilung der Simulationsergebnisse

In diesem Abschnitt wird für beide Testfälle das Ergebnis der Simulationen mit verschiedenen Kriterien zur Beurteilung des Fehlers bewertet. Dafür werden im Wesentlichen stationäre Simulationen herangezogen. Die Durchlaufzeiten für transiente Simulation mit hoch aufgelösten Gittern betragen in der Größenordnung von einem bis zwei Monaten. Aus diesem Grund sind umfangreiche Variationen der Randbedingungen nicht möglich. Als Kriterium für die Bewertung werden die wichtigsten Kenngrößen einer Strömungsmaschine herangezogen: der Wirkungsgrad und die Druckerhöhung. Die Kennlinien werden im Rahmen dieser Arbeit dimensionslos aufgetragen. Kennlinien in dieser Form sind weitgehend unabhängig von der Drehzahl. Der Einfluss der Reynoldszahl und für kompressible Strömungen der Einfluss der Machzahl wird dabei vernachlässigt. Dies ist zulässig, wenn zum einen die Machzahl und zum anderen die Änderung der Drehzahl gering ist. Die Definition der Druckziffer Ψ_{tot} ist in Gleichung 6.8 angegeben. In dieser Gleichung bezeichnet der Index S die Saugseite und D die Druckseite.

$$\Psi_{tot} = \frac{2\Delta p_{tot}}{\rho/u_2^2} \quad (6.8)$$

$$\Delta p_{tot} = p_D - p_S + \frac{\rho}{2} (c_D^2 - c_S^2) + \rho g(z_D - z_S) \quad (6.9)$$

Die Totaldruckerhöhung setzt sich aus drei Anteilen zusammen, der statischen Druckdifferenz, der Änderung des dynamischen Druckes (Geschwindigkeitsenergie) und der Druckunterschied durch eine geodätische Höhendifferenz. Das Höhenglied in Gleichung 6.8 wird im Fall der Pumpe vernachlässigt, da keine Höhendifferenz zwischen Eintritts- und Austrittsquerschnitt vorliegt. Für Gasströmungen ist das Höhenglied durch die geringe Dichte klein gegenüber der Geschwindigkeitsenergie und der Arbeitsfähigkeit durch den Druck und kann ebenfalls vernachlässigt werden. Für die Kreiselpumpe liegen die Messsebenen auf unterschiedlichen Querschnitten, die Änderung der kinetischen Energie muss berücksichtigt werden. Die Geschwindigkeit im Saugstutzen wurde im Experiment mit

²Diese Textpassage ist ebenfalls im Abschlussbericht des AiF Projekts 16406 BG „Dynamische Lasten“ von Lucius et al. [87], S. 57 veröffentlicht.

Hilfe einer Fünflochsonde bestimmt. Auf der Druckseite wurden die Geschwindigkeit mit LDA (Laser Doppler Anemometrie) gemessen. Die Geschwindigkeit c_D wird bestimmt als Absolutbetrag aus gemessener Geschwindigkeit in Umfangsrichtung und radialer Richtung. Der Versuchsstand für die Messungen am Ventilator hat auf Saug- und Druckseite den gleichen Querschnitt, so dass nur statische Druckdifferenzen berücksichtigt werden müssen.

Die Flussziffer oder auch Lieferzahl φ ist ein dimensionsloser Volumenstrom. Die Referenzfläche für die Bildung der Flussziffer ist in der Literatur nicht immer einheitlich festgelegt. Hier wird nach Pfeleiderer [104] die Austrittsfläche des Laufrades benutzt.

$$\varphi = \frac{\dot{V}}{A_2 u_2} = \frac{\dot{V}}{\pi D_2 b_2 u_2} \quad (6.10)$$

In beiden Testfällen wird die Strömung als inkompressibel betrachtet. Es werden daher nur die angegebenen hydraulischen Definitionen der integralen Größen benutzt. Der hydraulische Wirkungsgrad wird über das Drehmoment an der Welle definiert.

$$\eta = \frac{\Delta p_{tot} \dot{V}}{M \omega} \quad (6.11)$$

Für die Bewertung der instationären Effekte werden die Spektren der Geschwindigkeit, ermittelt mit Hilfe einer FFT (Fast Fourier-Transformation), herangezogen. Ein Vergleich mit den experimentell ermittelten Spektren erfolgt in Abschnitt 6.4. Die Messung der Geschwindigkeitsfelder mit Hilfe von PIV kann nur im Absolutsystem erfolgen, da die Kamera nicht mit dem Laufrad rotiert. Aus diesem Grund werden die Spektren der Simulation ebenfalls im Absolutsystem ermittelt. Die dargestellten Spektren sind in der Regel über eine Vielzahl von Punkten in der Auswerteebene gemittelt. Als Eingangsgrößen für die FFT sind verschiedene Größen zum Einsatz gekommen, z.B. der Absolutbetrag der Geschwindigkeit oder der Strömungswinkel. Es hat sich als besonders günstig erwiesen, das Eingangssignal als komplexe Geschwindigkeit nach Gleichung 6.12 zu definieren. Dazu werden die Geschwindigkeitskomponenten der Relativgeschwindigkeit in Zylinderkoordinaten benutzt. Krause [78] konnte zeigen, dass dieses Eingangssignal ein deutlich besseres Signal-zu-Rausch-Verhältnis liefert.

$$W_k = w_u + j w_{rad} \quad (6.12)$$

Der Vorteil dieser Formulierung besteht darin, dass Betrag und Richtung der Geschwindigkeit berücksichtigt werden.

Auswerteebenen

Für die Validierung der Messungen werden Geschwindigkeitsfelder und Spektren aus Messung und Simulation miteinander verglichen. Die Auswertungen der berechneten Geschwindigkeitsfelder konzentrieren sich aus diesem Grund für beide Testfälle auf einen Schnitt durch die Mitte des Laufrades. In dieser Ebene liegen Messdaten für den Vergleich mit den Messungen vor. Damit eine gute räumliche Auflösung des Geschwindigkeitsfeldes

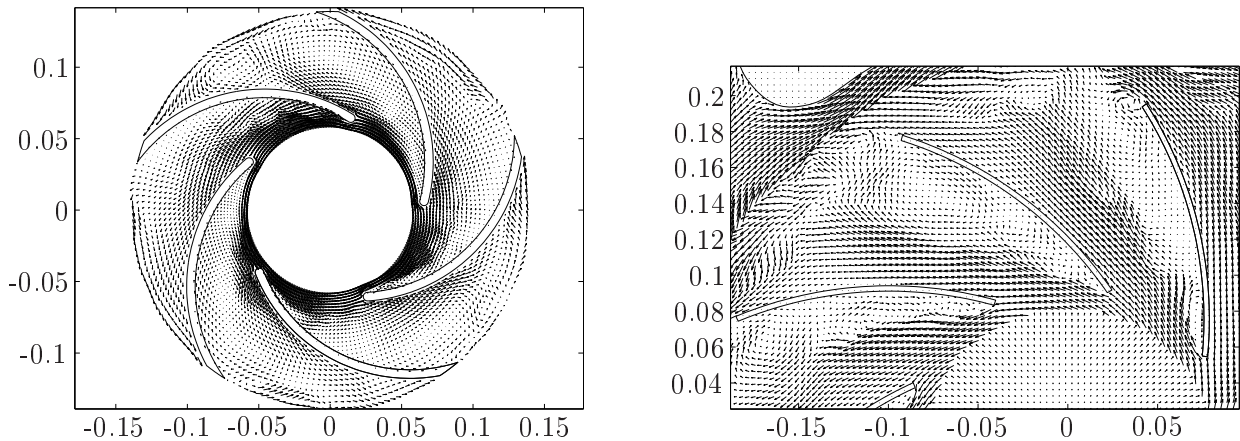


Abbildung 6.1: Interpolation der Relativgeschwindigkeit auf Auswertungsgitter, links Kreiselpumpe, rechts Ventilator

im Laufrad erreicht werden kann, wurde in beiden Fällen im Experiment die Messebene auf einen Schaufelkanal begrenzt. Eine Verfolgung von Strukturen in Lagrange'scher Betrachtungsweise ist aus diesem Grund nur begrenzt möglich.

Für die Pumpe ist durch die Rotationssymmetrie des Diffusors die Position relativ zum Gehäuse nicht von Bedeutung. Die Lösung der Simulation wird vom wesentlich feineren CFD Gitter auf ein Auswertegitter interpoliert. Das strukturierte Gitter eignet sich gut für eine weitere Verarbeitung, es umfasst alle fünf Kanäle. Es wurden 200 Punkte in Umfangsrichtung und 29 Punkte in radialer Richtung benutzt. Um ein näherungsweise quadratisches Gitter zu erreichen, wurden die Punkte in radialer Richtung zum Eintritt verdichtet. Abbildung 6.1 zeigt links ein instantanes Vektorfeld der Relativgeschwindigkeit. Mit dem gewählten Auswertegitter wird eine gute Auflösung der großen Strukturen erreicht. Man erkennt in dem Bild, dass großskalige Wirbel das Strömungsfeld dominieren (vgl. Abb. 2.5).

Das Strömungsfeld im Ventilator wird durch die Interaktion mit der Zunge des Spiralgehäuses stark beeinflusst, dies gilt insbesondere für den Betrieb abseits des Optimalpunktes. Die Messungen sind auf den Ausschnitt des Laufrades unterhalb der Zunge begrenzt. Auch hier wird vom feinen CFD Gitter auf ein gröberes Gitter interpoliert. Für diesen Fall wurde das kartesische Gitter der Messpunkte benutzt. Für die Validierung wird der Vergleich auf identischen³ Raumpunkten durchgeführt. Abbildung 6.1 zeigt das interpolierte Geschwindigkeitsfeld in der Messebene und die Lage der Spiralzunge als Referenz.

6.2.2 Einfluss des Rechengitters

⁴„Im Folgenden wird die Abhängigkeit der Lösung vom Rechengitter dargestellt. Für die Schätzung des Diskretisierungsfehlers wird der GCI nach Kapitel 6.1 herangezogen. Der

³Eine Identität der Punkte gilt nur unter der Voraussetzung identischer Geometrie in Simulationsmodell und Messung.

⁴Dieser Abschnitt ist ebenfalls im Abschlussbericht des AiF Projekts 16406 BG „Dynamische Lasten“ von Lucius et al. [87], S. 57-58 veröffentlicht.

Testfall	Knotenzahl	Ψ_{tot}	η [%]
Pumpe	0,92 mio*	0,980	81,8
	1,61 mio*	0,967	80,4
	2,51 mio*	0,968	80,6
Ventilator	4,7 mio	0,805	74,1
	12,7 mio	0,817	74,7

Tabelle 6.3: Gitterkonvergenz für beide Testfälle, stationäre Simulationen im Bestpunkt, *rotationsperiodisches Gitter mit nur einer Teilung

Testfall	Knotenzahl	Ψ_{tot}	η [%]	E_{Ψ} [%]	E_{η} [%]
Pumpe	6,7 mio	1,098	52,0		
	15,7 mio	1,103	51,7	0,7	2,8
Ventilator	4,7 mio	1,147	72,8		
	12,4 mio	1,140	72,0	2,0	3,6

Tabelle 6.4: Gitterkonvergenz für beide Testfälle, transiente Simulationen bei Teillast

Diskretisierungsfehler wird für den zeitlichen Mittelwert der Druckerhöhung quantifiziert. Für beide Testfälle wurden stationäre Simulationen im Optimalpunkt auf verschiedenen Gittern durchgeführt. Für die Kreiselpumpe liegt das Ergebnis auf drei Gittern vor, für den Ventilator wurden zwei Gitter verwendet. Tabelle 6.3 fasst die Ergebnisse der Konvergenzstudie für die stationären Simulationen zusammen. Die Knotenzahlen für die Kreiselpumpe beziehen sich auf ein Modell eines Kanals mit periodischen Randbedingungen in Umfangsrichtung. Für die stationäre Simulation der Pumpe fällt auf, dass die Konvergenz nicht monoton ist. Wirkungsgrad und Druckerhöhung nehmen zunächst ab und steigen mit dem feinen Gitter wieder leicht an. Die Konvergenzordnung nach Gleichung 6.2 kann damit nicht aus den Lösungen bestimmt werden. Den GCI als Fehlerschätzer für η und Ψ_{tot} kann man aber trotzdem über die Gitter 2 und 3, bzw. 1 und 3 bestimmen.⁵ Als Sicherheitsfaktor wird der konservative Wert von $F_s = 3$ benutzt, die Ordnung p ist 2. Es ergeben sich die folgenden Schätzwerte für den Diskretisierungsfehler: $E_{\Psi,1-3} = 4,2$ %, $E_{\Psi,2-3} = 0,6$ %, $E_{\eta,1-3} = 4,5$ %, $E_{\eta,2-3} = 2,8$ %.

Für die stationäre Simulation des Ventilators lässt sich ebenfalls eine Fehlerschätzung durchführen. Mit einem Sicherheitsfaktor von 3 ergibt sich $E_{\Psi,1-2} = 4,7$ %, $E_{\eta,1-2} = 2,6$ %.

Eine Schätzung des Fehlers für die instationäre Lösung soll für die Simulationen bei Teillast erfolgen. In Tabelle 6.4 sind die Ergebnisse der transienten Simulationen für beide Testfälle zusammengefasst. Die Lösung liegt in beiden Fällen nur auf zwei Gittern vor,

⁵In Abschnitt 6.1 wurde bereits auf eine Arbeit von Celik et al. [18] verwiesen, in der Verfahren zur Schätzung des Diskretisierungsfehlers bei oszillatorischer Konvergenz angegeben sind. Auf die Anwendung dieser Verfahren wird verzichtet, da die Ergebnisse nur für einen Fall (stationäre Simulationen in der Kreiselpumpe) auf 3 Gittern vorliegen. Im Rahmen dieser Arbeit sind die Ergebnisse der transienten Simulation von vorrangigem Interesse.

der Unterschied zwischen den Lösungen ist allerdings geringer im Vergleich zur stationären Lösung im Optimalpunkt. In beiden Fällen ist der Diskretisierungsfehler für den Wirkungsgrad größer als für die Druckerhöhung.“

6.2.3 Bewertung der Wandfunktionen in CFX

Für die Bewertung des Diskretisierungsfehlers ist es notwendig, auf die Wandmodellierung einzugehen. In Abschnitt 3.2.4.3 wurde gezeigt, dass in CFX für ω basierte Turbulenzmodelle eine automatische Wandbehandlung benutzt wird. Eine vom Wandabstand unabhängige Wandbehandlung ist insbesondere für abgelöste Strömungen von Interesse. In den Bereichen, in denen die Strömung ablöst bzw. sich wieder anlegt, kehrt sich die Strömungsrichtung an der Wand um und die Schubspannung geht gegen null. Die Folge sind kleine y^+ Werte. Standard Wandfunktionen sind für diese Bereiche nicht geeignet. Die untersuchten Fälle sind durch eine starke Dynamik von großskaligen Ablösegebieten gekennzeichnet.

Im Folgenden wird für eine voll entwickelte turbulente Kanalströmung untersucht, ob das verwendete Wandmodell über einen Bereich von y^+ Werten von 0,1 ... 100 korrekte Ergebnisse liefert. Für den Vergleich wird die Korrelation von Dean [26] herangezogen. Diese Korrelation gibt die Abhängigkeit der Wandschubspannung von der Reynoldszahl gültig im Bereich $6 \times 10^3 < Re < 6 \times 10^5$ an.

$$c_f = 0,703 Re_h^{-0.25} \quad (6.13)$$

$$Re_h = \frac{\bar{u} h}{\nu} \quad c_f = \frac{\tau_w}{1/2 \rho \bar{u}^2} \quad (6.14)$$

Die Reynoldszahl Re_h wird aus flächengemittelten Geschwindigkeit \bar{u} und der Kanalhöhe h gebildet. Für den Test wurde die voll entwickelte Kanalströmung mit periodischen Randbedingungen bei Reynoldszahlen im Bereich 2×10^4 bis 10^5 simuliert. Die Variation von y^+ erfolgte durch unterschiedliche Gitterweiten nah der Wand. Der resultierende Wert für y^+ hängt allerdings wesentlich von der Reynoldszahl ab. Die Grenzschichtdicke und damit die Dicke der Unterschicht nehmen mit der Reynoldszahl (basiert auf der Kanalhöhe) ab. Die Abbildung 6.2 zeigt die Abweichung der berechneten c_f Werte zur Korrelation abhängig von y^+ . Für y^+ Werte im Low-Reynolds Bereich ergeben sich die besten Übereinstimmungen. Die Simulationen zeigen tendenziell höhere c_f Werte im Vergleich zur Korrelation. Für höhere Werte von y^+ ist die Übereinstimmung ebenfalls sehr gut, wobei auch hier die Wandschubspannungen etwas höher im Vergleich zu den Referenzdaten sind. Die größten Abweichungen ergeben sich bei y^+ Werten von ca. 10, also genau im Übergangsbereich zwischen logarithmischer Schicht und viskoser Unterschicht. In diesem Bereich werden niedrigere c_f Werte ermittelt. Insgesamt sind die Abweichungen zu den Referenzdaten kleiner als 10 %, d.h. die Abhängigkeit vom Wandabstand ist gering. Für hohe Anforderungen an die Genauigkeit empfiehlt es sich, den Übergangsbereich durch eine entsprechende Wahl der Gitterauflösung zu vermeiden.

Bei der Gittergenerierung wurde darauf geachtet, zumindest im Schaufelkanal des Rotors möglichst y^+ Werten kleiner als 2 zu erreichen. Im Rotor treten großskalige dynamische Ablösegebiete auf. Bei Verwendung einer Gitterauflösung mit Wandfunktionen kommt

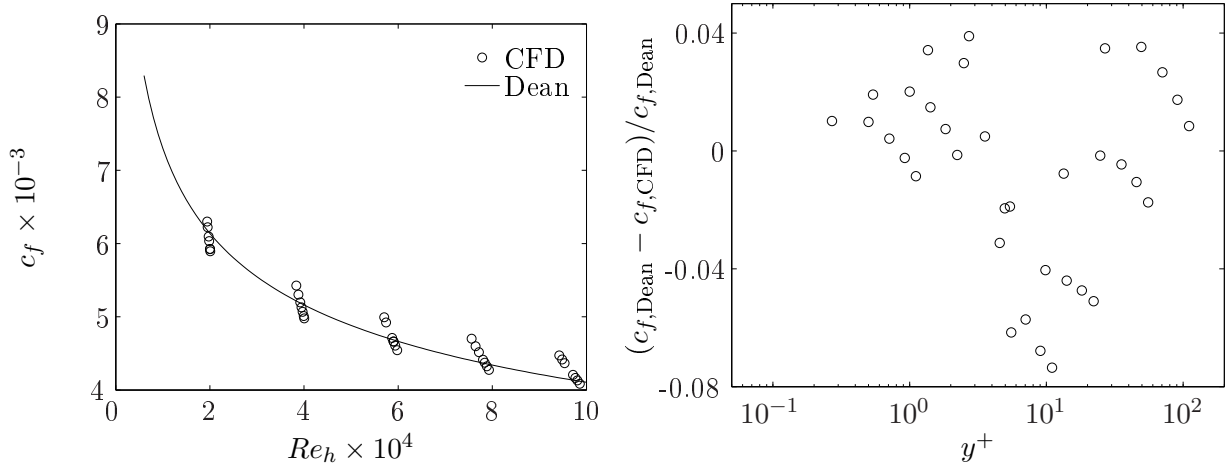


Abbildung 6.2: Wandschubspannung bei voll entwickelter Kanalströmung in Abhängigkeit von Re_h und y^+ , Vergleich von Simulationsergebnissen mit Korrelation von Dean [26]

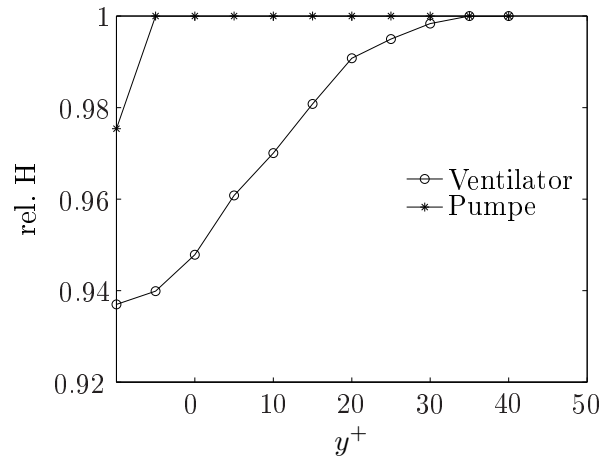


Abbildung 6.3: Histogramm für y^+ auf der Oberfläche des Laufrades

man zwangsläufig lokal in den Übergangsbereich. Die Platzierung von Punkten im Übergangsbereich wurde möglichst vermieden. Um Gitterpunkte zu sparen wurde auf den anderen Wänden y^+ Werte > 20 realisiert. Von dieser Möglichkeit wurde vor allem beim Ventilator Gebrauch gemacht. Abbildung 6.3 zeigt die relative Häufigkeit der y^+ Werte auf der Oberfläche des Laufrades. Für die Pumpe liegen praktisch alle Gitterpunkte im Low-Reynolds Bereich mit $y^+ < 5$. Für den Ventilator ist dieses Kriterium für über 93 % der Punkte erfüllt. Im Übergangsbereich sind nur etwa 3 % der Punkte platziert.

Wie oben gezeigt wurde, gibt es nur eine geringe Abweichung von den Referenzdaten, wenn man Gitterpunkte im Übergangsbereich der turbulenten Wandgrenzschicht platziert. Da ebenfalls nur ein sehr geringer Anteil der Punkte in diesem Bereich liegt, wird der Fehler durch die Wandmodellierung als vernachlässigbar angesehen.

6.2.4 Kriterien für die Gitterweite mit Turbulenz auflösenden Modellen

⁶„Für Simulationen nach dem RANS Ansatz hängt die notwendige Gitterauflösung lediglich von der numerischen Genauigkeit ab. Wenn turbulente Fluktuationen der Strömung in einer Simulation mit LES oder einem hybriden Turbulenzmodell aufgelöst sollen, ist die Frage nach der notwendigen Gitterweite nicht mehr so einfach zu beantworten. Auf dem Gebiet der LES gibt es allerdings einige Studien, auf die an dieser Stelle etwas näher eingegangen werden soll. Ein Überblick über die verschiedenen Kriterien zur Bewertung der numerischen Genauigkeit von LES wird in der Arbeit von Celik, Klein und Janicka [17] gegeben. Die Anwendung verschiedener Kriterien für hybride Turbulenzmodelle am Beispiel einer technischen Strömung wird von Gant [44] gezeigt. Dort wird die Ausbreitung eines Methan Strahles in einem Raum untersucht. Die Abhängigkeit der Lösung vom Rechengitter wird für drei verschiedene räumliche Auflösungen und vier verschiedene Turbulenzmodelle gezeigt. Als Vertreter der Turbulenz auflösenden Modelle wurde das DES-SST und das SAS Modell verwendet.

Die Ansätze zur Ermittlung der verschiedenen Kenngrößen können in Klassen eingeteilt werden. Diese Klassen lauten: vorherige RANS Simulationen auf dem gleichen Gitter, Schätzer auf einem Gitter und Schätzer über mehrere Gitter. Als Vertreter der ersten Klasse wird das Verhältnis von einem turbulenten Längenmaß zum Längenmaß des Gitters genannt.

$$\frac{L_t}{L_{\text{grid}}} = \frac{k^{3/2}}{\epsilon L_{\text{grid}}} \quad (6.15)$$

$$L_{\text{grid}} = \Delta V^{1/3} \quad (6.16)$$

Die charakteristische Gitterweite wird üblicherweise aus dem Volumen der Gitterzelle abgeleitet. Für Hexaeder Gitter ist auch eine quadratische Mittelung der Kantenlängen der Zelle möglich. Nach Addad et al. [1] werden Werte von mindestens 12 für eine gute Auflösung mit LES benötigt. Als weitere Kennwerte werden das Verhältnis von Gitterweite zum Kolmogorov Längenmaß oder das Verhältnis von Wirbelviskosität zur Fluidviskosität vorgeschlagen.

Eine oft verwendete Kenngröße ist das Verhältnis von aufgelöster kinetischer Energie der Fluktuationen zur gesamten kinetischen Energie. Die gesamte kinetische Energie setzt sich aus den aufgelösten Fluktuationen und der modellierten turbulenten kinetischen Energie zusammen. Für LES sollte das Ziel sein, mindestens 80 % der kinetischen Energie mit dem Gitter aufzulösen [43]. Einige Autoren fügen noch eine numerische Komponente hinzu. Ein Beispiel dafür ist der „LES Index of Quality“ ($LES - IQ$) von Celik [16]. Es werden in dieser Arbeit verschiedene Indizes auf der Basis der Kolmogorov Länge $LES - IG_\eta$, der Wirbelviskosität $LES - IQ_\nu$ und der kinetischen Energie $LES - IQ_k$ vorgeschlagen. Der zuletzt genannte Index wird im Detail diskutiert und im Folgenden als $LES - IQ$ bezeichnet. Dieser Qualitätsparameter wird nach Gleichung 6.17 definiert als das Verhältnis

⁶Dieser Abschnitt ist ebenfalls im Abschlussbericht des AiF Projekts 16406 BG „Dynamische Lasten“ von Lucius et al. [87], S. 58-87 veröffentlicht.

von aufgelöster zur gesamten kinetischen Energie.

$$LES - IQ = \frac{k_{\text{resolved}}}{k_{\text{tot}}} \quad (6.17)$$

$$k_{\text{tot}} = k_{\text{resolved}} + k_{SGS} + k_{\text{num}} \quad (6.18)$$

Die gesamte kinetische Energie setzt sich aus den drei Anteilen aufgelöste Energie, Energie des Turbulenzmodells und dem Beitrag durch numerische Dissipation zusammen. Es wird in der Arbeit von Celik [16] ausdrücklich darauf hingewiesen, dass der Beitrag durch die numerische Dissipation nicht vernachlässigt werden darf. Das Verfahren fasst die beiden letzten Anteile zu einem effektiven Beitrag zusammen. Auf Grund der Annahme dass $k_{\text{eff},SGS}$ mit der Gitterweite skaliert, kann die Richardson Extrapolation zur Bestimmung herangezogen werden.

$$k_{\text{eff},SGS} = \alpha_k h^p \quad (6.19)$$

In Gleichung 6.19 bezeichnet h die effektive Gitterweite und p die Konvergenzordnung des Diskretisierungsverfahrens. Der Koeffizient α_k wird aus den Simulationsergebnissen für zwei verschiedene Gitterweiten bestimmt. Nach Umformung und Vereinfachung lassen sich zwei Ausdrücke für das grobe und das feine Gitter angeben [16]:

$$LES - IQ_{\text{fine}} = \frac{1}{1 + \left(1 - \frac{k_{\text{resolved},1}}{k_{\text{resolved},2}}\right) \frac{1}{\alpha^p - 1}} \quad (6.20)$$

$$LES - IQ_{\text{coarse}} = \frac{1}{1 + \left(\frac{k_{\text{resolved},2}}{k_{\text{resolved},1}} - 1\right) \frac{\alpha^p}{\alpha^p - 1}} \quad (6.21)$$

$$\alpha = \frac{h_1}{h_2} > 1 \quad (6.22)$$

$$h = (\Delta V)^{1/3} \quad (6.23)$$

Dabei bezeichnet der Index 1 das grobe und 2 das feine Gitter. Die effektive Gitterweite h wird lokal für jede Zelle aus dem Volumen bestimmt.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde zunächst das in Gleichung 6.16 beschriebene Verhältnis vom Längenmaß des Gitters zum turbulenten Längenmaß als Qualitätskriterium verwendet. Die Tabelle 6.5 fasst die Bewertung dieses Kriteriums für beide Testfälle auf den verschiedenen Gittern zusammen. Eine Abschätzung dieses Parameters erfolgt am einfachsten mit Hilfe von stationären Simulationen. Die stationäre Simulation liefert eine Schätzung der Turbulenzgrößen k und ϵ , auf deren Grundlage das turbulente Längenmaß bestimmt werden kann. Das Kriterium wurde für die beiden Maschinen im Optimalpunkt auf der Basis einer stationären Simulation ausgewertet. Die Ergebnisse sind in Tabelle 6.5 zusammengefasst. Der Zielwert von 12 wird auch für die feinen Gitter im Großteil des Volumens nicht erreicht. Die feinen Gitter erreichen Werte von ca. 5-6 im Bereich der großskaligen Wirbel. Werte von 10 bis 12 können nur mit einer wesentlichen Gitterverfeinerung erreicht werden. Auf Grund der hohen Rechenzeiten von ca. einem Monat pro Simulation konnten feinere Gitter im Rahmen dieser Arbeit nicht bearbeitet werden.

Als weiteres Kriterium soll die der Anteil der aufgelösten turbulenten Fluktuationen an der gesamten kinetischen Energie untersucht werden. Für eine gut aufgelöste Simulation

Testfall	Knotenzahl	volAve(L_t/L_{grid})
Pumpe	6,7 mio	3
	15,7 mio	4,3
Ventilator	4,7 mio	3,7
	12,4 mio	5,3

Tabelle 6.5: Über das Rotorvolumen gemittelte Verhältnis von turbulentem Längenmaß zur Gitterweite

Testfall	Knotenzahl	k_{resolved}	$k_{\text{resolved}}W_{\text{Phase}}(t)$
Pumpe	6,7 mio	91,7 %	88,4 %
	15,7 mio	93,9 %	91,8 %
Ventilator	4,7 mio	90,2 %	80,8 %
	12,7 mio	92 %	85,2 %

Tabelle 6.6: Aufgelöste turbulente kinetische Energie als Qualitätskriterium

soll mindestens 80 % der turbulenten kinetischen Energie aufgelöst werden. Die aufgelöste turbulente kinetische Energie k_{resolved} kann als quadratischer Mittelwert aus der Zeitreihe der Relativgeschwindigkeit für jeden Punkt im Relativsystem bestimmt werden.

$$k_{\text{resolved}} = \overline{w_i'^2} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (w_{1,i} - W_1)^2 + (w_{2,i} - W_2)^2 + (w_{3,i} - W_3)^2 \quad (6.24)$$

In Gleichung 6.24 läuft der Index i über N Schritte der Zeitreihe. Der modellierte Anteil der gesamten turbulenten kinetischen Energie wurde durch zeitliche Mittelung für jeden Punkt bestimmt. Für die beiden Testfälle wurde sowohl die aufgelöste als auch die modellierte kinetische Energie auf verschiedenen Gittern ermittelt. Man erhält eine Feldgröße, als Referenzwert wurde in Tabelle 6.6 der Mittelwert über der Auswertungsebene herangezogen. Die mit dem Standardverfahren ermittelten Werte von über 90 % deuten zunächst auf eine ausreichende Auflösung des Rechengitters hin. Nicht berücksichtigt wurde der Anteil durch numerische Dissipation nach Gleichung 6.18. Des Weiteren wird durch rotating stall oder durch Rotor-Stator-Interaktion dem System eine Instationarität aufgeprägt, die nicht turbulenter Natur ist. Der zweite Wert in Tabelle 6.6 wurde unter Berücksichtigung eines zeitabhängigen Mittelwertes W_{Phase} der Geschwindigkeit ermittelt. Dieses Verfahren wird im Folgenden erläutert.

Die Fluktuationen auf langen Zeitskalen werden durch die Turbulenz beeinflusst, aber sie können von turbulenten Fluktuationen abgegrenzt werden. Für den Fall, dass eine Skalentrennung von turbulenten Fluktuationen und von außen aufgeprägter Fluktuation vorliegt, lässt sich ein zeitabhängiger Mittelwert der Geschwindigkeit bestimmen. Nach Wilcox [136] kann der zeitabhängige Mittelwert z.B. aus einen „ensemble averaging“ abgeleitet werden. Dazu wird ein Experiment am Versuchsstand mit minimaler Störung der Anfangs und Randbedingungen mehrfach wiederholt, und dann eine mittlere Zeitreihe bestimmt. Dies kann auch für Experimente am Rechner erfolgen. Dazu wird die Simulation

mit leicht geänderten Anfangs bzw. Randbedingungen mehrfach wiederholt. Auf Grund der langen Simulationszeiten ist dieses Verfahren für den vorliegenden Anwendungsfall nicht praktikabel. Trotz des enormen Aufwandes wird ensemble averaging auch für die hoch aufgelöste Simulation turbulenter Verbrennung mit DNS angewendet. Shalaby und Thévenin [116] haben gezeigt, dass eine Mittelung über zumindest einige Simulationen notwendig ist, um eine Unabhängigkeit von den zufälligen Anfangsbedingungen zu bekommen.

Für periodische Vorgänge kann nach Wilcox [136] eine Phasenmittelung herangezogen werden, um einen zeitabhängigen Mittelwert zu bestimmen. Die aufgelöste turbulente kinetische Energie wird dann als Fluktuation um diesen Mittelwert berechnet. Das Verfahren ermöglicht eine Trennung von turbulenten Skalen und von außen aufgeprägter Instationarität. Für eine Phasenmittelung sind lange Zeitreihen über eine Vielzahl von Perioden notwendig. Die Frequenz des rotating stall im Relativsystem ist allerdings so gering, dass es nicht möglich ist, eine Zeitreihe über viele Perioden zu simulieren. Eine alternative Methode besteht darin, eine orts aufgelöste Fourier-Transformation des Geschwindigkeitsfeldes zu verwenden. Dieses Verfahren wird in Kapitel 7.1.4 im Detail beschrieben. Das Ergebnis wird in Abbildung 6.4 für einen ausgewählten Punkt der Auswertungsebene gezeigt. Die Lage des Punktes ist in Abbildung 6.6 links durch ein Kreuz markiert. Man bestimmt aus der Fourier-Transformation des Zeitsignals an einem Punkt im Relativsystem die Frequenz und die Phasenlage des rotating stall. Anschließend wird das Zeitsignal für die gewählte Frequenz über der physikalischen Zeit der Simulation rekonstruiert. Falls höhere Harmonische der Frequenz im Spektrum ermittelt werden, sollten diese Anteile ebenfalls berücksichtigt werden. Die aufgelöste kinetische Energie kann anschließend nach Gleichung 6.25 bestimmt werden.

$$k_{\text{resolved}} = \overline{w_i'^2} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (w_{1,i} - W_{1,Phase,i})^2 + (w_{2,i} - W_{2,Phase,i})^2 + (w_{3,i} - W_{3,Phase,i})^2 \quad (6.25)$$

Die Berücksichtigung eines zeitabhängigen Mittelwertes der Geschwindigkeit führt zu einer Reduktion der aufgelösten turbulenten kinetischen Energie. Der Anteil reduziert sich für alle untersuchten Fälle um ein paar Prozentpunkte (siehe Tabelle 6.6). Der Wert bleibt im Mittel allerdings auch für das grobe Gitter in der Größenordnung 90 %. Ohne Berücksichtigung der numerischen Dissipation ist dieses Kriterium zu optimistisch. Diese Aussage wird auch durch die Untersuchungen von Gant [44] bestätigt.

Für den Ventilator wird als dominante Frequenz im Spektrum die Rotationsfrequenz ermittelt. Man kann für diesen Fall ebenfalls mit Hilfe der Phasenmittelung die turbulenten Fluktuationen von der aufgeprägten Instationarität trennen. Das phasengemittelte Strömungsfeld wird allerdings durch eine Cosinus Schwingung schlecht approximiert. Das Spektrum der Geschwindigkeit zeigt höhere Harmonische der Drehfrequenz. Diese Harmonischen müssen ebenfalls berücksichtigt werden, um eine gute Approximation des zeitabhängigen Mittelwertes zu erreichen. In Abbildung 6.4 sind die Geschwindigkeitsverläufe für einen ausgewählten Punkt in der Messebene dargestellt. Der Phasenmittelwert wird unter Berücksichtigung der ersten 5 Harmonischen der Drehfrequenz ermittelt. Die über der Auswertungsebene gemittelten Werte sind in Tabelle 6.6 zusammengefasst. Für diesen Fall ergibt sich eine deutlichere Reduzierung der aufgelösten kinetischen Energie,

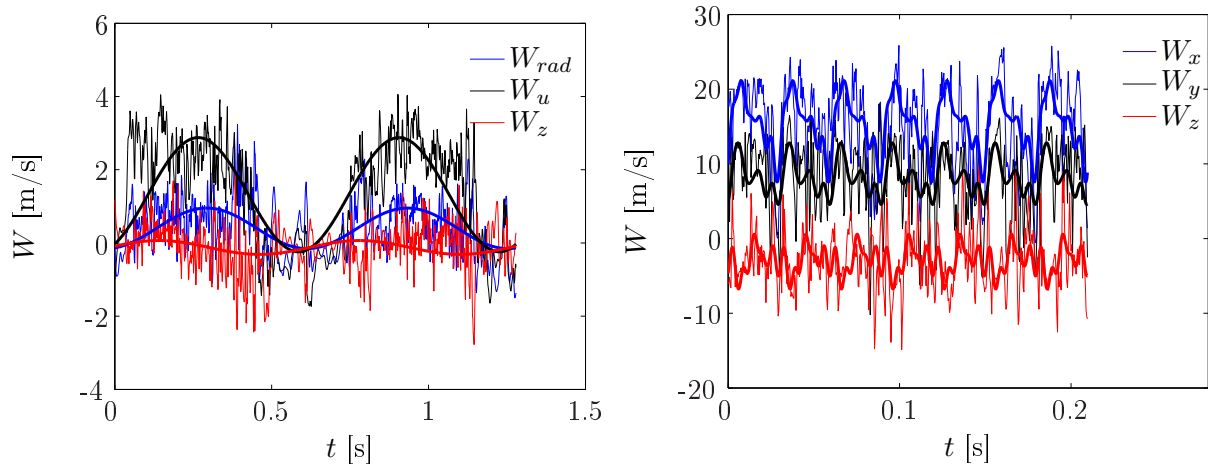


Abbildung 6.4: Fluktuation um den zeitabhängigen Mittelwert der Geschwindigkeit aus Phasenmittelung links Kreiselpumpe, rechts Ventilator

wenn man die von außen aufgeprägte Fluktuation durch die Rotor-Stator-Interaktion berücksichtigt. Die lokale Verteilung der aufgelösten turbulenten kinetischen Energie für das feine Gitter wird in Abbildung 6.5 dargestellt. Links wird der Anteil der aufgelösten kinetischen Energie mit konstantem Mittelwert gezeigt, das Bild rechts daneben zeigt den Anteil unter Berücksichtigung einer zeitabhängigen mittleren Geschwindigkeit. Insbesondere im Zuströmbereich wird die Fluktuation wesentlich durch die Rotor-Stator-Interaktion bestimmt. Dort sinkt der Anteil der kinetischen Energie auf ca. 50 % ab. Bereiche mit zu geringer Auflösung sind nach dieser Auswertung ein kleiner Bereich hinter der Eintrittskante auf der Saugseite der Schaufel. Im hinteren Bereich des Kanals auf der Saugseite sinkt der Anteil der aufgelösten Energie ebenfalls unter 80 %. Eine bessere Auflösung des Gitters in diesen Bereichen wäre angebracht, um die turbulenten Fluktuationen besser aufzulösen.

Der Nachteil dieser Methode ist, dass man erst als Ergebnis einer sehr teuren Rechnung eine Information über die Qualität der Auflösung bekommt. Eine Verwendung von Kriterien zur a priori Abschätzung der Gitterqualität sind daher sehr zu empfehlen.

Als weiteres Kriterium wird im Folgenden der oben beschriebene *LES – IQ* für die Daten ermittelt. Für eine Reihe von Punkten wurden nicht sinnvolle Werte größer als 1 bestimmt. Auf diese Möglichkeit wird bereits bei der Einführung dieses Qualitätskriteriums von Celik et al. [16] hingewiesen. Es werden eine Reihe von möglichen Gründen für dieses Verhalten angeführt [17]. Unphysikalische Werte können z.B. im laminaren Bereich einer Grenzschicht auftreten. Ein Korrekturfaktor zur Berücksichtigung dieses Effekts wird von Celik et al. angegeben [17]. Des Weiteren wird darauf hingewiesen, dass die Richardson Extrapolation nur im asymptotischen Bereich der Annäherung an eine gitterunabhängige Lösung gilt. Dies ist im vorliegenden Fall möglicherweise nicht erfüllt. Für die Anwendung der Richardson Extrapolation wird eine systematische Verfeinerung des Gitters vorausgesetzt. Diese Voraussetzung ist für komplexe Geometrien nur schwer zu erfüllen. Bedingt durch die Topologie des blockstrukturierten Gitters wirkt sich eine lokale Verfeinerung immer auch auf andere Gebiete aus. Eine gleichmäßige Verfeinerung ist bei Verwendung

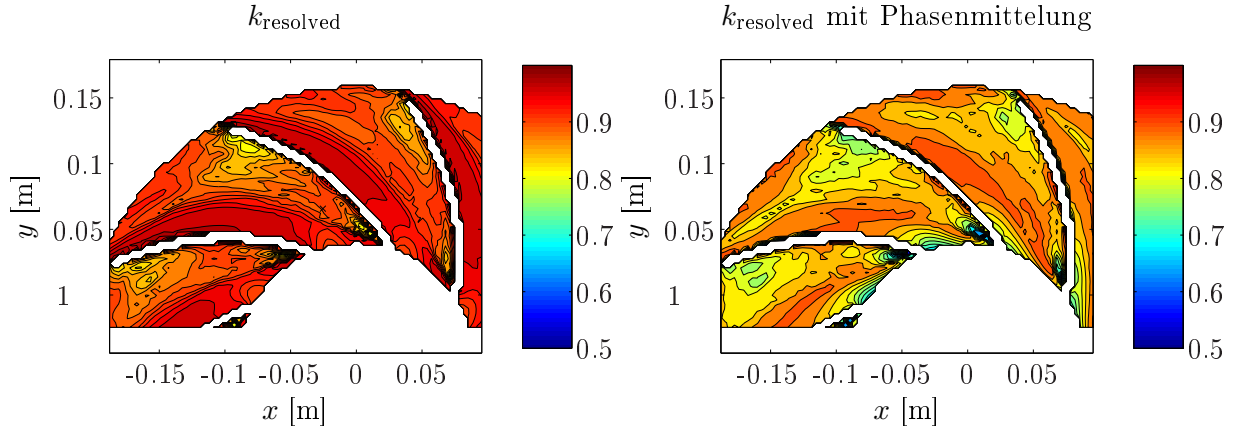


Abbildung 6.5: Aufgelöste turbulente kinetische Energie im Ventilator, Vergleich Standard Verfahren und zeitabhängiger Mittelwert der Geschwindigkeit

einer J-Gitter Topologie kaum möglich. Bei der Verfeinerung wurde generell darauf geachtet eher die großen Zellen fern der Wand zu verkleinern. Die Auflösung in der Grenzschicht wurde im Wesentlichen parallel zur Wand verfeinert.

Abbildung 6.6 zeigt den Vergleich von aufgelöster turbulenter kinetischer Energie und $LES - IQ$ für den Testfall Kreiselpumpe. Die Ergebnisse beziehen sich auf das feine Gitter mit 15,7 Millionen Knoten. Abgesehen von den Bereichen mit $LES - IQ > 1$ wird deutlich, dass eine Berücksichtigung der numerischen Dissipation zu einer deutlichen Reduktion der aufgelösten kinetischen Energie führt. In der Nähe der Schaufeln wird der Anteil auf Werte um 50 % reduziert. Ohne Berücksichtigung der numerischen Dissipation ist das Kriterium, mehr als 80 % der turbulenten kinetischen Energie aufzulösen, fast überall deutlich erfüllt.

Die Anwendung der verschiedenen Kriterien zeigt, dass auch die feinen Gitter nicht überall ausreichend aufgelöst sind. Dies betrifft insbesondere die Gebiete um die Eintrittskanten. Eine lokale Verfeinerung ist bedingt durch die blockstrukturierte Vernetzung mit einer starken Zunahme der Anzahl der Gitterpunkte verbunden. Die Ergebnisse zeigen in Bezug auf die gemittelten Werte nur geringen Einfluss des Rechengitters. Das zeitlich fluktuierende Strömungsfeld wird stärker beeinflusst, was sich z.B. in den Spektren äußert. Gitter mit mehr mindestens einer Million Punkten pro Schaufelkanal (tendenziell deutlich mehr) sind erforderlich, um die Kriterien für eine Auflösung turbulenter Strukturen mit einem hybriden Verfahren annähernd zu erfüllen.

6.2.5 Einfluss des Diskretisierungsverfahrens

Für Standard RANS Simulationen werden in der Regel Diskretisierungsverfahren benutzt, bei denen die numerische Stabilität im Vordergrund steht. Von besonderer Bedeutung für die Stabilität sind die konvektiven Terme. Das high resolution Diskretisierungsverfahren (siehe Kapitel 4.1.2) ist das Standard Verfahren zweiter Ordnung von CFX. Für Turbulenz auflösende Modelle wird empfohlen, Zentralkdifferenzen zu benutzen [126]. An dieser

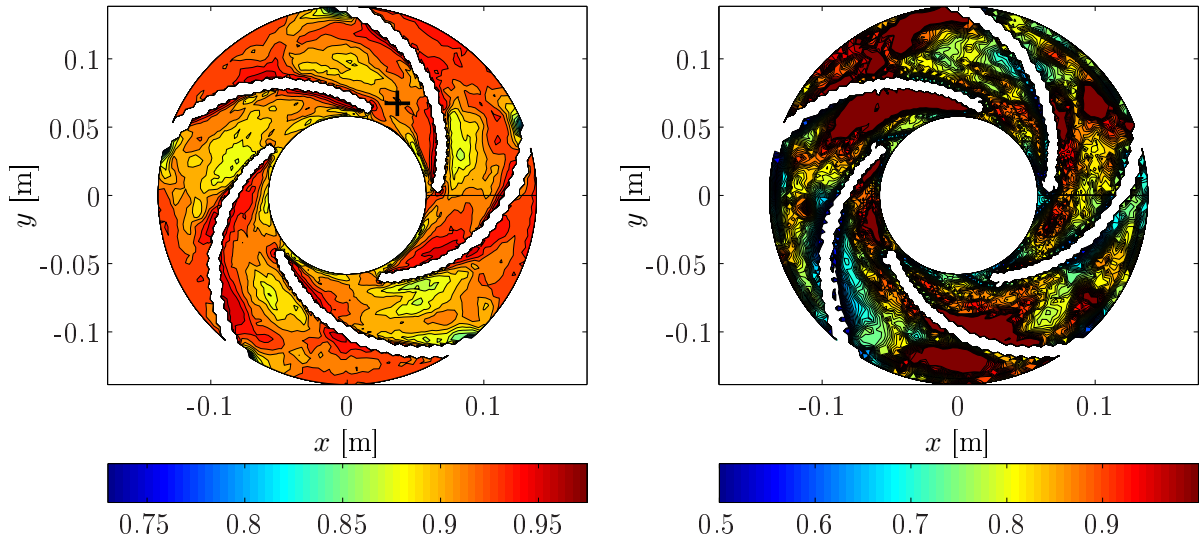


Abbildung 6.6: Vergleich % Anteil aufgelöste turbulente kinetische Energie (links) und $LES - IQ$ (rechts)

Verfahren	Ψ_{tot}	η [%]
high resolution	1,098	52,3
hybrid	1,098	52,0
Messung	1,13	40,9

Tabelle 6.7: Abhängigkeit der integralen Parameter vom Diskretisierungsverfahren für die konvektiven Terme, Testfall Pumpe SAS Modell

Stelle werden die Ergebnisse des high resolution Verfahrens mit einem hybriden Verfahren verglichen, welches auf lokal auf Zentralknoten umschaltet. Damit sollen die Bereiche, in denen turbulente Fluktuationen auftreten, mit Zentralknoten diskretisiert werden. Das restliche Fluidvolumen wird mit dem Standard Verfahren diskretisiert. Auf Grund der hohen Rechenzeiten wurde dieser Vergleich nur für Gitter 1 (Vgl. Tabelle 4.1) für die Kreiselpumpe durchgeführt. Als Betriebspunkt wird 30 % Teillast ausgewählt, in diesem Punkt wurde im Experiment rotating stall nachgewiesen. Die transienten Simulationen wurden mit dem 360 Grad Modell über 30,6 Umdrehungen durchgeführt. Die ersten 5 Umdrehungen dienen der Entwicklung des Strömungsfeldes, die Auswertung erfolgte über die letzten 25,6 Umdrehungen.

Die Tabelle 6.7 zeigt die zeitlich gemittelten Werte für Druckerhöhung und Wirkungsgrad im ausgewählten Betriebspunkt. Die Mittelwerte für Druckerhöhung und Wirkungsgrad werden nur geringfügig durch die Diskretisierung beeinflusst. Im Vergleich zur Messung ergibt sich eine Abweichung der Druckerhöhung von ca. 3 %. Der Wirkungsgrad in der Simulation ist deutlich größer. Dabei muss allerdings berücksichtigt werden, dass die Messung auf der Motorwelle durchgeführt wurde. Um eine minimale optische Versperrung zu

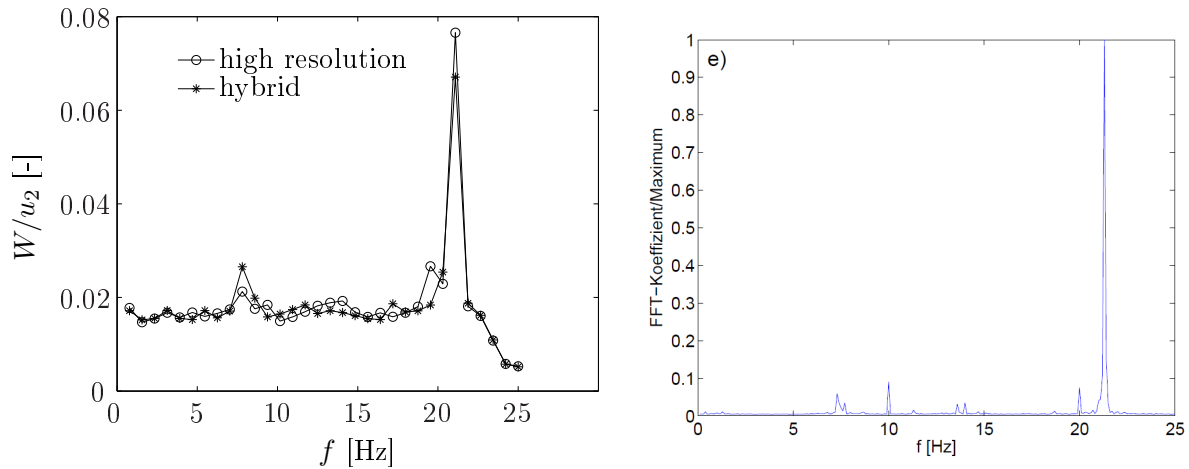


Abbildung 6.7: Gemittelte Spektren der komplexen Geschwindigkeit in Abhängigkeit vom Diskretisierungsverfahren, rechts Messergebnisse von Krause [78]

erreichen, wurde ein Riementrieb eingesetzt, der einen mechanischen Verlust verursacht. Zusätzliche Verluste ergeben sich durch Lagerreibung und die Verluste durch Fluidreibung auf der Rückseite der Bodenscheibe. Das Drehmoment zur Überwindung der Fluidreibung im Spalt wurde mit einer Hilfssimulation abgeschätzt. Das Moment beträgt ca. 4,3 % vom Moment aus der Simulation der Pumpe. Damit ergibt sich ein korrigierter Wirkungsgrad von 49,9 % für die Simulation mit der hybriden Diskretisierung und 50,3 % für die Standard Diskretisierung. Der Wirkungsgrad wird demnach mit dem hybriden Verfahren etwas besser vorhergesagt.

Die zeitabhängige Strömung im Laufrad wird im Gegensatz zu den integralen Größen stärker beeinflusst. Dies wird durch einen Vergleich der Spektren der Relativgeschwindigkeit gezeigt. Abbildung 6.7 zeigt das Ergebnis der Fourier-Transformation gemittelt über alle Auswertepunkte. Die Amplituden sind mit der Umfangsgeschwindigkeit u_2 normiert. Als Abtastrate wurde für diese Auswertung die Blattfolgefrequenz von 50 Hz gewählt. Bei dieser Frequenz wird immer der nachfolgende Kanal in der gleichen Position aufgenommen. Das hat den Vorteil, dass sich die Position der Schaufeln relativ zur Auswertungsebene nicht ändert. Bei höheren Frequenzen laufen die Schaufeln durch die Messebene, was zu unvollständigen Zeitreihen führt. Die Abtastfrequenz ist allerdings so niedrig, dass Aliasing nicht ausgeschlossen werden kann. Aus diesem Grund wurde das Signal vor der Spektralanalyse digital gefiltert. Als Filter wurden Butterworth Filter mit einer Sperrfrequenz von 24 Hz und einer Durchlassfrequenz von 23 Hz gewählt.

Für eine Analyse der Strömung ist eine Mittelung über alle Spektren wenig sinnvoll. In Kapitel 7.1.4 wird gezeigt, wie die lokalen Spektren benutzt werden können, um eine orts aufgelöste Information über Fluktuationen der Geschwindigkeit zu erlangen.

6.2.6 Zeitschrittweite

In CFX ist ein implizites Zeitintegrationsverfahren mit hoher numerischer Stabilität implementiert. Im Fall von Turbomaschinen ist es möglich, eine Umdrehung des Rotors ohne Stabilitätsproblem mit deutlich weniger als 100 Zeitschritten aufzulösen. In der Arbeit von Treutz [130] wurden beispielsweise Zeitschrittweiten von bis zu 9° realisiert (40 Schritte pro Umdrehung), als Standard wurden 3° verwendet. In dieser Arbeit wurden allerdings vergleichsweise grobe Gitter von max. 900.000 Knoten für die gesamte Maschine mit Spiralgehäuse verwendet. In der Regel wird die Zeitschrittweite in CFX nicht durch die numerische Stabilität, sondern durch die gewünschte Genauigkeit begrenzt.

Wenn Turbulenz auflösende Modelle benutzt werden sollen, wird generell empfohlen das Courant Kriterium einzuhalten [122]. Dies gilt vor allem für die Bereiche des Rechenggebietes, in denen die Strömung instabil ist. Das Courant Kriterium koppelt die Zeitschrittweite an die Gitterweite.

$$Co = \frac{\Delta t}{u/\Delta x} < 1 \quad (6.26)$$

Wenn feine Gitter zum Einsatz kommen, z.B. für die Turbulenz auflösenden Modelle, fordert dieses Kriterium, dass auch kleine Zeitschrittweiten benutzt werden müssen. Die Abhängigkeit des Ergebnisses einer SAS Simulation von der Zeitschrittweite wurde von Egorov und Menter [32] am Beispiel der Strömung über einen Hügel gezeigt. Auf dem gleichen Gitter wurden erst bei kleinen Zeitschritten kleine turbulente Strukturen in der Simulation aufgelöst. Dieses Verhalten wird damit begründet, dass bei großen Zeitschritten die Gradienten in der Zeit nicht aufgelöst werden, und die Lösung relativ glatt bleibt. Damit fehlt die Triggerung des Quellterms durch die von Kármán Länge. Die Wirbelviskosität wird nicht reduziert und das Modell bleibt im stabilen Modus (siehe auch [43]). Bei der Wahl der Zeitschrittweite wurden verschiedene Kriterien beachtet. Zum einen sollte zumindest im Schaufelkanal die Courant Bedingung, d.h. $Co < 1$ erfüllt sein. Zum anderen wurde die Zeitschrittweite so gewählt, dass eine Schaufelteilung immer mit 2^n Schritten aufgelöst wird. Für die Auswertung ist erforderlich, dass das Ergebnis immer mit der Schaufelfrequenz gespeichert wird. Die Verwendung von 2^n Punkten pro Teilung erhält diese Bedingung bei Halbierung oder Verdopplung der Zeitschrittweite. Gleichzeitig wird damit eine gewisse Flexibilität bei der Wahl des Speicherintervalles erreicht, da nicht alle Zeitschritte auf der Festplatte gespeichert werden können. Für gröbere Gitter in der Größenordnung 400.000 Punkte pro Kanal werden 64 Zeitschritte pro Teilung, bei feinen Gittern 128 Schritte pro Teilung verwendet. Auf Grund der Dateigröße von einigen Hundert MB pro Zeitschritt und der erforderlichen Simulationszeit von ca. 10 Umdrehungen kann nicht jeder Zeitschritt gespeichert werden. Für die Kreiselpumpe wurden 80 Schritte und für den Ventilator 72 Schritte pro Umdrehung gespeichert. In Tabelle 6.8 werden die Zeitschrittweiten für die Pumpe und den Ventilator in Abhängigkeit von der Gitterweite angegeben. Auf Grund der höheren Schaufelzahl ist die Anzahl Zeitschritte pro Umdrehung für den Ventilator deutlich kleiner. In der Tabelle wird weiterhin eine über das Rotorvolumen gemittelte Courant Zahl angegeben. Das Courant Kriterium wird mit dieser Zeitschrittweite im weitaus größten Teil des Schaufelkanals erfüllt. Lediglich in der Nähe der Eintrittskante und Austrittskanten treten deutlich größere Courant Zahlen auf. In diesen Bereichen sind die Gitter stark verdichtet. Die hohen Rechenzeiten lassen

Testfall	Knoten [10^6]	Drehzahl [U/min]	Δt [1/U]	Δt [s]	\overline{Co}
Pumpe	6,7	600	320	$3,13 \times 10^{-4}$	0,8
	15,7	600	640	$1,56 \times 10^{-4}$	0,6
Ventilator	4,7	2000	576	$5,2 \times 10^{-5}$	0,6
	12,4	2000	1152	$2,6 \times 10^{-5}$	0,4

Tabelle 6.8: Gewählte Zeitschrittweiten für die verschiedenen Testfälle

eine weitere Verkleinerung der Zeitschrittweite nicht zu.

6.2.7 Iterative Konvergenz

Für alle Simulationen wurden für die Bewertung der Konvergenz die Residuen der Erhaltungsgleichungen herangezogen. Als Konvergenzkriterium wurde sowohl für die stationären als auch für die instationären Simulationen ein Abbruchkriterium von 10^{-5} für den quadratischen Mittelwert der Residuen herangezogen. Gleichzeitig wird der Konvergenzverlauf der integralen Zielgrößen im Verlauf der Simulation beobachtet. Insbesondere für die feinen Gitter konnte nicht für alle Fälle das Abbruchkriterium erreicht werden. Dies wird auf eine Instationarität der Lösung zurückgeführt. In diesen Fällen wird auch eine leichte Fluktuation der Zielgrößen beobachtet. Mit transienten Simulationen wird das Abbruchkriterium innerhalb weniger innerer Iterationen pro Zeitschritt erreicht. Es zeigt sich allerdings, dass das Rechengitter einen entscheidenden Einfluss auf das Konvergenzverhalten auch für die transienten Simulationen hat. In einigen Fällen wurde beobachtet, dass Zellen in der Nähe der Eintrittskante eine hohe Qualität erfordern. Zellen mit großen Längen-Seiten-Verhältnissen quer zur Strömungsrichtung und verzerrte Zellen verschlechtern die Konvergenz wesentlich⁷. Große Sprünge der Zellgröße über die Interpolationsebenen zwischen Rotor und Stator wirken sich ebenfalls negativ auf das Konvergenzverhalten aus.

6.3 Quantifizierung der Unsicherheit der numerischen Berechnungen

Dieser Abschnitt ist der Quantifizierung der Unsicherheit für die beiden Testfälle gewidmet. Die Unsicherheit in Bezug auf die Turbulenzmodellierung wird getrennt in Abschnitt 6.4 durch einen Vergleich von Messergebnissen mit Simulationen bewertet.

⁷Auf Grund der Auflösung der Grenzschicht bis in die laminare Unterschicht werden teilweise Längen-Seiten-Verhältnisse in der Größenordnung von 1000 erreicht. Diese Bereiche stellen in der Regel kein Problem dar. Die angesprochenen Zellen befinden sich außerhalb der Grenzschicht.

6.3.1 Einfluss der Randbedingungen

Insbesondere am Eintrittsrand bestehen Unsicherheiten bezüglich der Randbedingungen. Im Idealfall liegen gemessene Randbedingungen für die Strömungsgrößen vor. Randbedingungen werden sowohl für die Geschwindigkeit, als auch die Turbulenzgrößen k und z.B. ϵ benötigt. Für die Bestimmung der Turbulenzgrößen sind dabei zeitlich hoch aufgelöste Messungen notwendig. Die turbulente kinetische Energie kann leicht aus der Fluktuation der Geschwindigkeit um den Mittelwert bestimmt werden. Die Dissipationsrate ϵ kann z.B. aus dem gemessenen turbulenten Spektrum ermittelt werden [45]. CFD wird überwiegend als Werkzeug zur Vorhersage eingesetzt und soll im Idealfall Designstudien ohne bzw. mit nur wenigen Referenzexperimenten ermöglichen. Für die Mehrzahl der mit CFD untersuchten Strömungen liegen demnach keine experimentell bestimmten Randbedingungen vor. Wenn der Eintrittsrand allerdings weit genug stromauf platziert wird, haben die Randbedingungen vergleichsweise geringen Einfluss. Dieser Umstand wird für beide Testfälle demonstriert. Insbesondere für die Vorhersage von Strömungen ohne Experiment ist eine geringe Abhängigkeit von den Randbedingungen wünschenswert.

Zunächst soll der Einfluss des Geschwindigkeitsprofils bei konstanten Turbulenzgrößen untersucht werden. Der Einfluss der Turbulenzgrößen wird getrennt ermittelt. Es werden für jeden Fall drei verschiedene rotationsperiodische Geschwindigkeitsprofile für die Axialgeschwindigkeit im Rohr untersucht: ein analytisches Profil nach dem $1/7$ Potenzgesetz, konstante Geschwindigkeit (Blockprofil) und das Profil einer voll entwickelten Strömung. Dieses Profil wurde mit einer Hilfssimulation für eine Rohrströmung bei entsprechender Reynoldszahl ermittelt. Da im Experiment lange Rohrstrecken vor dem Eintritt in die Maschine vorhanden sind, wird die voll entwickelte Strömung als Referenzfall angenommen. Der Einfluss von Abweichungen in Form einer unsymmetrischen Anströmung wird ebenfalls diskutiert.

Für den Ventilator sind die verschiedenen untersuchten Profile der Axialgeschwindigkeit in Abb. 6.8 im Vergleich dargestellt. Der Volumenstrom entspricht dem Designpunkt. Man erkennt, dass das $1/7$ Profil eine recht gute Näherung für die voll entwickelte Rohrströmung als Referenzfall darstellt. Lediglich in der Rohrmitte ergeben sich nennenswerte Abweichungen. Die Reynoldszahl gebildet mit der mittleren Axialgeschwindigkeit und dem Durchmesser liegt bei $Re = 193000$. Für die Pumpe sind gemessene Geschwindigkeitsprofile in der Dissertation von Krause dokumentiert [78]. Die Geschwindigkeit in axialer und in Umfangsrichtung wurde mit einer Fünfflochsonde bestimmt, über Turbulenzgrößen liegen keine Informationen vor. Die Messungen zeigen eine leichte Asymmetrie des Geschwindigkeitsprofils mit einer Verschiebung des Maximums außerhalb der Rohrmitte. Da die Verteilung nur auf einer Linie vorliegt, kann die gemessene Geschwindigkeitsverteilung nicht als Randbedingung verwendet werden.

Für den Ventilator sind die Geschwindigkeitsprofile kurz vor dem Eintritt in den Ventilator mit LDA gemessen worden. Es zeigt sich ebenfalls eine leichte Abweichung von der Rotationssymmetrie. Der geschlossene Kreislauf erfordert den Einsatz von Krümmern. Die Umlenkung der Strömung in diesen Krümmern ist der Grund für die beschriebene Asymmetrie. Auf Grund der großen Distanz zum Krümmer (ca. 30 D) zeigt sich nur eine leichte Abweichung. Das Profil ist auf zwei Linien (horizontal und vertikal) gemessen worden (siehe Abb. 3.6). Eine Interpolation des Verlaufes in Umfangsrichtung wäre möglich,

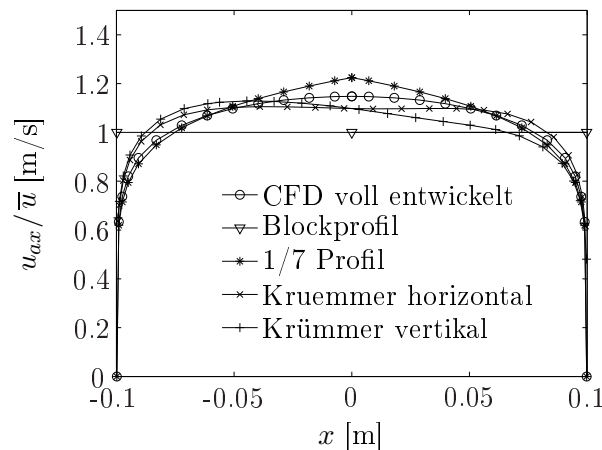


Abbildung 6.8: Randbedingungen am Eintritt, verwendete Geschwindigkeitsprofile für den Ventilator

Testfall	Geschwindigkeitsprofil	η [%]	Ψ_{tot}
Pumpe	Block	79,7	0,963
	1/7	80,5	0,966
	voll entwickelt	80,3	0,963
Ventilator	Block	72,2	0,777
	1/7	74,1	0,805
	voll entwickelt	74,1	0,803
	Profil Krümmer	73	0,789

Tabelle 6.9: Einfluss des Geschwindigkeitsprofils am Eintritt auf Wirkungsgrad und Druckerhöhung

ist aber auf Grund der geringen Anzahl Stützpunkte in Umfangsrichtung mit einiger Unsicherheit behaftet. Aus diesem Grund wurde eine Hilfssimulation für den letzten Krümmer vor dem Eintritt durchgeführt und das gestörte Profil als Randbedingung verwendet. Abbildung 6.8 zeigt das verwendete Profil aus der Hilfssimulation des Krümmers auf zwei Linien. In Tabelle 6.9 sind die Ergebnisse für die verschiedenen Geschwindigkeitsprofile zusammengefasst. Die Simulationsergebnisse für den Ventilator zeigen eine deutliche Abhängigkeit der Lösung vom Eintrittsprofil der Geschwindigkeit. Die Verwendung eines einfachen Blockprofils liefert den geringsten Wirkungsgrad bzw. Druckerhöhung. Der Wirkungsgrad mit einem Profil aus der Hilfssimulation ist ca. 2 Prozentpunkte höher im Vergleich zum Blockprofil mit konstanter Geschwindigkeit über dem Querschnitt. Die Annäherung der voll entwickelten Rohrströmung durch das 1/7 Profil bringt fast identische Ergebnisse. Für den Ventilator wurde außerdem eine Verbesserung des Konvergenzverhaltens bei Einsatz von Profilen aus der Hilfssimulation festgestellt. Die Verwendung eines unsymmetrischen Eintrittsprofils bewirkt einen Abfall des Wirkungsgrades um 1 Prozentpunkt, die Druckerhöhung sinkt leicht um 1,7 %. Die Asymmetrie des verwendeten Profils aus der Simulation des Krümmers ist stärker ausgeprägt als die Messungen zeigen (Abb.

3.6). Der tatsächliche Einfluss ist demnach geringer.

Für die Kreispumpe wird ein ähnliches Verhalten festgestellt, die Abhängigkeit von der Randbedingung ist aber wesentlich geringer. Die Druckerhöhung ist für alle drei Randbedingungen fast identisch. Der Wirkungsgrad nimmt wie beim Ventilator ab, wenn ein Blockprofil verwendet wird. Die Abnahme beträgt allerdings nur ca. 0,6 Prozentpunkte im Vergleich zur Lösung mit dem Profil für die voll entwickelte Rohrströmung. Die Wirkungsgrade mit dem 1/7 Profil und mit dem Profil aus der Hilfssimulation sind fast identisch. Die Ergebnisse zeigen, dass das analytische Profil eine gute Näherung liefert. Auf Grund der geringen Abweichung zum Referenzfall der voll entwickelten Strömung ist das 1/7 Profil gegenüber einem einfachen Blockprofil zu bevorzugen.

Im Folgenden wird der Einfluss der Turbulenzgrößen am Eintrittsrand ermittelt. Die Vorgehensweise und Referenzwerte für die Abschätzung der Turbulenzgrößen stammen aus den Best Practice Guidelines der ERCOFTAC (European Research Community on Flow Turbulence and Combustion) [35]. Typischerweise werden Werte für den Turbulenzgrad Tu und ein turbulentes Längenmaß vorgegeben. Der Turbulenzgrad liegt typischerweise zwischen 1 % für geringe Turbulenz und > 10 % für starke Turbulenz. Aus der Hilfssimulation für eine voll entwickelte Rohrströmung wird ein gemittelter Turbulenzgrad von 5,7 % ermittelt. Aus dem Turbulenzgrad kann nach Gleichung 6.27 unter der Annahme isotroper Turbulenz der Wert für die turbulente kinetische Energie k ermittelt werden. Die Referenzgeschwindigkeit für die Rohrströmung ist die flächengemittelte Geschwindigkeit.

$$Tu = \frac{\sqrt{u'^2}}{u_{ref}} = \frac{\sqrt{2/3 k}}{u_{ref}} \quad (6.27)$$

Während der Turbulenzgrad bzw. die turbulente kinetische Energie für den Ingenieur eine physikalisch einfach zu interpretierende Größe ist, fällt dies bei der zweiten Turbulenzgröße ϵ oder ω in der Regel deutlich schwerer. Eine verbreitete Variante ist die Bestimmung von ϵ mit Hilfe eines turbulenten Längenmaßes. Dieses integrale Längenmaß beträgt typischerweise einen Bruchteil der Abmessungen am Eintritt z.B. 10 % vom hydraulischen Durchmesser. Anschließend wird ϵ nach Gleichung 6.28 ermittelt.

$$\epsilon = \frac{C_\mu k^{3/2}}{L_t} \quad (6.28)$$

Alternativ kann auch eine turbulente Wirbelviskosität geschätzt werden. Die Wirbelviskosität ist typischerweise um einige Größenordnungen höher als die laminare Fluidviskosität. Als Standard Randbedingung wird z.B. in CFX für geringe Turbulenz ($Tu = 1\%$) ein Verhältnis von $\nu_t/\nu = 1$ angenommen, für mittlere Turbulenz bei $Tu = 5\%$ wird $\nu_t/\nu = 10$ gesetzt. Die Best Practice Guidelines empfehlen einen Wert von ν_t/ν 10 für Innenströmungen. Für beide Testfälle wurden mit einer Hilfssimulation die Profile der Axialgeschwindigkeit und der Turbulenzgrößen für eine voll entwickelte Rohrströmung ermittelt. In Tabelle 6.10 sind für die beiden Fälle die flächengemittelten Turbulenzgrößen eingetragen. Die Reynoldszahlen im Saugrohr sind für beide Testfälle annähernd gleich. Mit der Ausnahme des Turbulenzgrades weichen die ermittelten Turbulenzgrößen recht stark von den üblichen Empfehlungen der ERCOFTAC Best Practice Guidelines [35] ab.

Testfall	Re	Tu [%]	D/L_t	ν_t/ν
Pumpe	$1,83 \times 10^5$	5,7	161	311
Ventilator	$1,93 \times 10^5$	5,7	160	328

Tabelle 6.10: Simulationsergebnisse für die gemittelten Turbulenzgrößen in einer voll entwickelte Rohrströmung

Das turbulente Längenmaß ist wesentlich kleiner, als die oben beschriebene gängige Abschätzung. Die Wirbelviskosität ist wesentlich größer als die gängigen Empfehlungen. Um die Abhängigkeit der Lösung von den Turbulenzgrößen zu ermitteln, wurden für beide Turbomaschinen Kombinationen von verschiedenen Turbulenzgraden (1 bis 10 %) und turbulenten Längen (1/10 - 1/100 D) simuliert. Der Einfluss auf Wirkungsgrad und Totaldruckerhöhung ist in Abb. 6.9 dargestellt. Die stationären Simulationen wurden mit dem SST Modell im Auslegungspunkt durchgeführt. Für die Kreiselpumpe ist der Einfluss der Randbedingungen für die Turbulenzgrößen sehr gering. Mit steigendem Turbulenzgrad am Eintritt wird eine geringfügige Erhöhung des Wirkungsgrades um ca. 0,2 Prozentpunkte vorhergesagt. Die Druckerhöhung steigt ebenfalls minimal an. Die Abhängigkeit vom turbulenten Längenmaß ist noch geringer. Mit steigendem Längenmaß nehmen sowohl Wirkungsgrad als auch Druckerhöhung minimal zu. Die Variation ist allerdings in der Größenordnung des Diskretisierungsfehlers auf einem feinen Gitter. Für die Praxis bedeutet dies, dass die Lösung unabhängig von den Randbedingungen für die Turbulenzgrößen ist.

Für den Testfall Ventilator ist die Abhängigkeit von den Turbulenzgrößen am Eintritt ebenfalls gering, aber im Vergleich zur Pumpe etwas stärker ausgeprägt. Der Trend stellt sich für den Ventilator allerdings anders dar. Sowohl Druckerhöhung als auch der Wirkungsgrad nehmen mit steigendem Turbulenzgrad leicht ab. Für kleine turbulente Längen ist die Variation minimal. Für turbulente Längen von 1/10 des Rohrdurchmessers am Eintritt variiert der Wirkungsgrad um ca. 1 Prozentpunkt. Mit zunehmendem Längenmaß nehmen sowohl der Wirkungsgrad als auch die Druckerhöhung leicht ab. Die Abhängigkeit ist minimal bei kleinen Turbulenzgraden und nimmt mit dem Turbulenzgrad zu.

Insgesamt haben die Randbedingungen für die untersuchten Testfälle nur einen geringen Einfluss auf die stationären Simulationsergebnisse. Es wird empfohlen das turbulente Längenmaß etwas größer als die geltenden Empfehlungen zu wählen. Zunächst ist das Längenmaß für die voll entwickelte turbulente Rohrströmung als Referenzfall wesentlich kleiner als die Empfehlung. Außerdem ist die Abhängigkeit von der Randbedingung für große turbulente Längenmaße am größten.

6.3.2 Statistische Fehler bei der Angabe von Mittelwerten

Der folgende Abschnitt ist der Bestimmung der Unsicherheit bei der Bildung von Mittelwerten gewidmet. Die Rohdaten von Messung und Simulation liegen in Form von Zeitreihen physikalischer Größen vor. Aus diesen Zeitreihen werden Mittelwerte gebildet, die

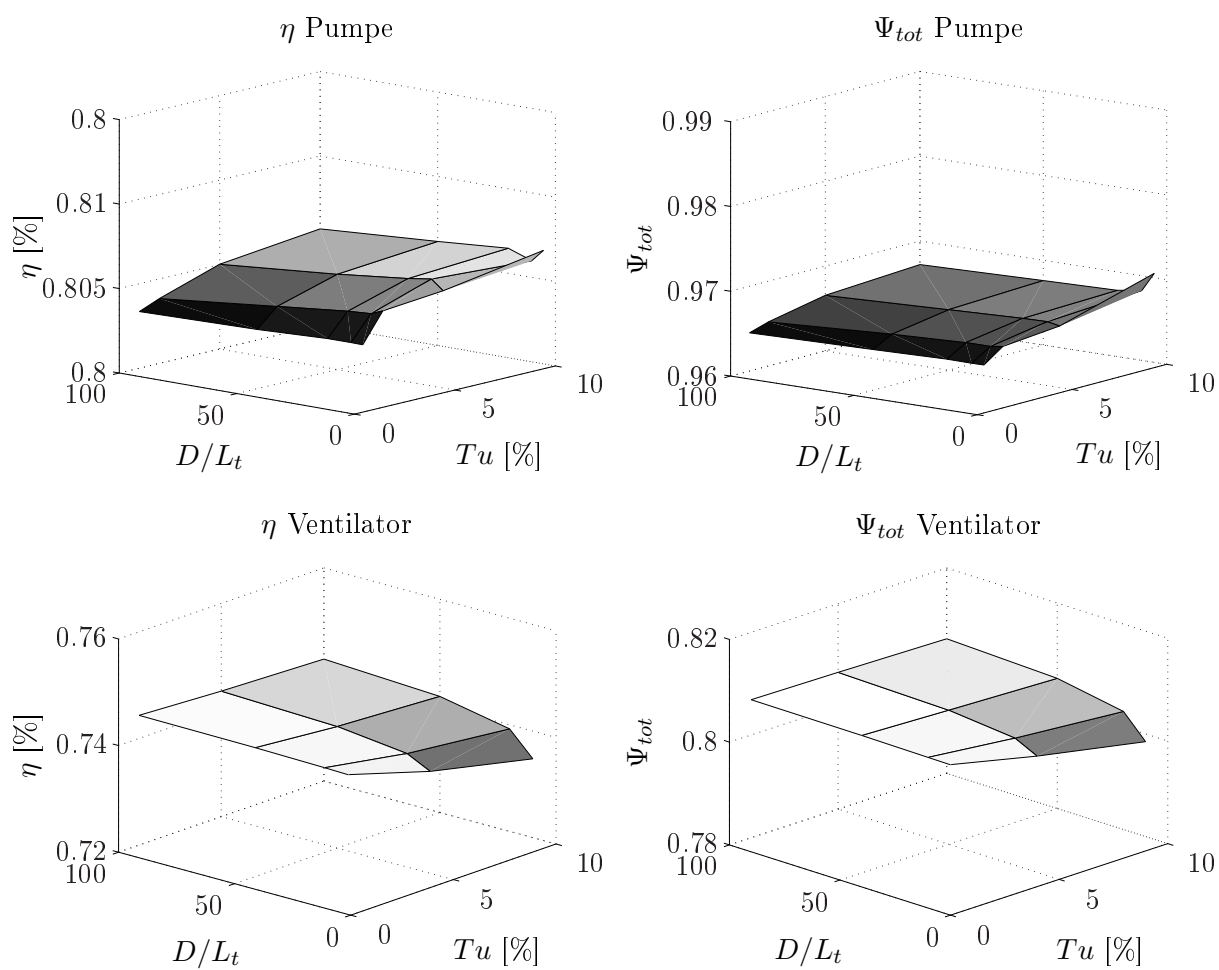


Abbildung 6.9: Einfluss der Turbulenzgrößen auf Druckerhöhung (rechts) und Wirkungsgrad (links) für beide Testfälle

miteinander verglichen werden. Die Mittelwertbildung unterliegt einer statistischen Unsicherheit, welche im Folgenden bestimmt wird. Die statistische Unsicherheit charakterisiert allerdings nur einen Teil der gesamten Unsicherheit. Nach Garcia et al. [45] leisten bei experimentellen Arbeiten - in diesem Fall die Bestimmung von Turbulenzgrößen - die folgenden Fehlerkomponenten einen Beitrag: „Fehler beim Messaufbau (Ausrichtung der Messgeräte bzw. Messstrecke), Fehler durch physikalische Beschränkungen der Messtechnik (Größe des Messvolumens), statistische Fehler durch Abtastung eines zufälligen Zeitsignals und Fehler bei der Bestimmung von interessierenden Größen aus den Messdaten“. Der Fokus in diesem Abschnitt liegt auf der Quantifizierung des statistischen Fehlers. Da alle anderen Fehlerquellen noch hinzukommen, bestimmt man gewissermaßen lediglich eine untere Schranke der Unsicherheit der Messungen. Dieses Verfahren kann natürlich genauso auch auf die numerisch erzeugten Zeitreihen angewendet werden.

Sowohl die PIV Messung als auch die Abtastung der Simulation erfolgt mit einer hohen zeitlichen Auflösung. Die Folge ist, dass aufeinander folgende Messwerte miteinander korreliert sein können [129]. Ein Verfahren, dass die Angabe eines Konfidenzintervalls sowohl für korrelierte, als auch für nicht korrelierte Daten ermöglicht, ist das sog. „dependent circular block bootstrapping“. Bootstrapping ist als statistisches Verfahren in der Ökonometrie⁸ seit längerem bekannt. Die Idee beim bootstrapping besteht darin, aus einer Zeitreihe eine große Zahl von Pseudo-Zeitreihen zu generieren. Dies geschieht, indem man das Signal in Blöcke zerteilt und die Teile zufällig wieder zusammensetzt. Für jede dieser Stichproben kann man die interessierende Größe den Mittelwert und die Schwankungsbreite bestimmen. Wie später gezeigt wird, nähert sich die Verteilung in der Regel einer Normalverteilung an. Letztlich kann eine Schwankungsbreite angegeben werden, in der sich der Mittelwert mit einer vorgegebenen Wahrscheinlichkeit befindet. Oft wird das 95 % Konfidenzintervall verwendet.

Politis und White haben ein Verfahren entwickelt, mit dem die Blocklänge automatisch bestimmt werden kann [105]. Dieses Verfahren wurde von einigen Autoren sowohl in experimentellen [129, 45] als auch in numerischen Arbeiten [44] mit Erfolg zur Bestimmung von Vertrauensbereichen eingesetzt. Der in der Literatur angegebene Algorithmus wurde als MATLAB script implementiert und für die Analyse der Zeitreihen von experimentellen Daten und Simulationen eingesetzt. Es wurde die Geschwindigkeit im Schaufelkanal des Ventilators untersucht. Diese Daten wurden im Rahmen des AiF Forschungsprojektes erzeugt und stehen in vollem Umfang zur Verfügung.

Das automatisierte block bootstrapping Verfahren nach Politis und White

An dieser Stelle soll auf Details bei der Umsetzung des eingesetzten bootstrapping Verfahrens eingegangen werden. Eine kompakte Darstellung des Algorithmus findet sich auch in den Arbeiten von Theunissen et al. [129] und Garcia et al. [45]. Die folgende Darstellung ist an diese beiden Arbeiten angelehnt.

Der zentrale Punkt des Verfahrens ist die Aufteilung des Zeitsignals der Länge N in Blöcke. Diese Blöcke bestehen aus b aufeinander folgenden Werten der Zeitreihe. Abbildung 6.10 zeigt die Aufteilung des Signals in Blöcke. Diese Blöcke werden später zu

⁸Die Ökonometrie befasst sich mit der statistischen Analyse von Wirtschaftsdaten.

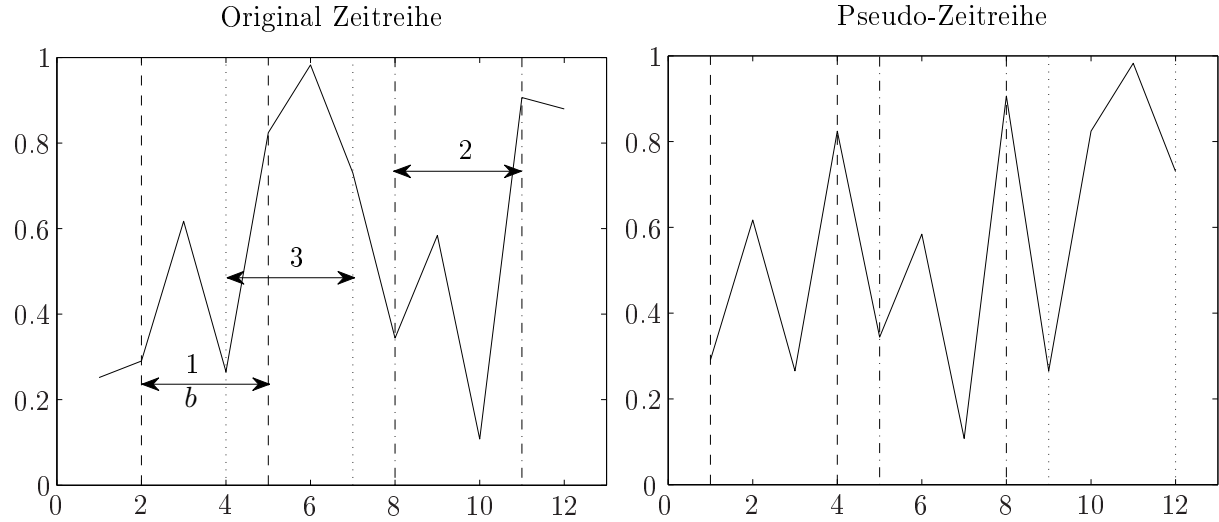


Abbildung 6.10: Aufteilung des Zeitsignals in Blöcke und Rekonstruktion einer Pseudo-Zeitreihe

Pseudo-Zeitreihen zusammengesetzt, wobei die Länge von Original und Pseudo-Zeitreihen annähernd gleich sein sollen [45]. Entscheidend für das Verfahren ist die Bestimmung der Blocklänge b . Dazu ist zunächst erforderlich die Autokorrelation R des Zeitsignals zu bestimmen.

$$R(k\Delta t) = \frac{1}{N-k} \sum_{i=1}^{N-k} (S_i - \bar{S})(S_{i+k} - \bar{S}) \quad (6.29)$$

$$\rho(k\Delta t) = \frac{R(k\Delta t)}{R(0)} \quad (6.30)$$

$$k = (0 \dots T)/\Delta t$$

Aus der Autokorrelationsfunktion wird dann die kleinste natürliche Zahl m gesucht, nach der die Autokorrelation vernachlässigbar klein wird. Die Bedingung wird in Gl. 6.3.2 angegeben.

$$|\rho(m+k)| \leq c \left(\frac{\log N}{N} \right)^{1/2} \quad (6.31)$$

$$k = 0, 1 \dots K \quad K = \max(5, \sqrt{\log(N)})$$

Aus der Zahl m kann die optimale Blocklänge wie folgt bestimmt werden.

$$b_{opt} = \left[\left(\frac{2G^2}{4/3 g(0)^2} \right)^{1/3} N^{1/3} \right] \quad (6.32)$$

$$g(0) = \sum_{k=-2m}^{2m} \lambda \left(\frac{k}{2m} \right) \hat{R}(k\Delta t) \quad (6.33)$$

$$G = \sum_{k=-2m}^{2m} \lambda\left(\frac{k}{2m}\right) |k| \hat{R}(k\Delta t) \quad (6.34)$$

$$\lambda\left(\frac{k}{2m}\right) = \begin{cases} 1 & \text{falls } 0 \leq \left|\frac{k}{2m}\right| \leq 1/2 \\ 2(1 - \left|\frac{k}{2m}\right|) & \text{falls } 1/2 \leq \left|\frac{k}{2m}\right| \leq 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (6.35)$$

Für die modifizierte Autokorrelation \hat{R} in Gl. 6.33 und 6.34 gilt ebenfalls Gleichung 6.29, es ist lediglich $|k|$ einzusetzen.

Anschließend wird die Signallänge auf $N + b - 1$ verlängert, indem die ersten $b - 1$ Werte an das Signal angehängt werden. Damit können nun N Blöcke aus aufeinanderfolgenden Werten aus der verlängerten Zeitreihe entnommen werden. Aus diesen Blöcken werden nun Pseudo-Zeitreihen erzeugt, indem N/b zufällig gewählte Blöcke hintereinander gereiht werden. Für aussagekräftige Statistiken wird eine große Zahl B von Zeitreihen benötigt, Garcia et al. [45] sprechen von mindestens 1000. Aus diesen Zeitreihen wird dann die interessierende Größe ermittelt, dies ist im einfachsten Fall der Mittelwert. Aus den B Mittelwerten kann dann der Schätzwert für den Mittelwert μ_B und die Varianz σ_B^2 ermittelt werden. Die Schätzung der Schwankungsbreite wird letztendlich festgelegt zu $S = \mu_B \pm t\sigma_B$. In der Arbeit von Theunissen et al. [129] wird für t der Wert der Student-t Verteilung für eine gewählte Vertrauenswahrscheinlichkeit eingesetzt. Für große Stichproben geht die t-Verteilung in die Normalverteilung über. In dieser Arbeit wird daher die Normalverteilung herangezogen. Für den häufig verwendeten 95 % Konfidenzintervall ist $t = 1,96$, für 99 % ist $t = 2,567$.

Die Methode wird im Folgenden an einer Zeitreihe der Geschwindigkeit für den Ventilator im 50 % Lastfall demonstriert. Die Zeitreihe enthält Simulationsdaten für das SAS Turbulenzmodell. Der Messpunkt liegt etwa in der Mitte des Schaufelkanals auf einem Radius von 150 mm. Auf der Saugseite des Kanals ist eine großskalige Ablösung zu beobachten, der Punkt liegt innerhalb des Ablösegebietes. Die Abtastung erfolgt im Absolutsystem mit der Schaufelfrequenz 300 Hz. Abbildung 6.11 zeigt die Zeitreihe der radialen Komponente der Relativgeschwindigkeit. Man erkennt die sehr große Fluktuation der Geschwindigkeit im ausgewählten Punkt. Das rechte Bild zeigt das ermittelte Histogramm für die Mittelwerte aus 5000 Pseudo-Zeitreihen. Die Abhängigkeit des Erwartungswertes μ_B und der Varianz σ_B von von der Anzahl der Pseudo-Zeitreihen wird in Abb. 6.12 gezeigt. Für weniger als 1000 Pseudo-Zeitreihen ergibt sich eine große Schwankungsbreite des Mittelwertes. Bei höheren Werten schwankt der Mittelwert um ca. $\pm 0,5$ % um den Mittelwert der Original Zeitreihe. Die Rechenzeiten sind vergleichsweise gering, für die nachfolgenden Auswertungen werden 10.000 Pseudo-Zeitreihen als Standard erzeugt. Für den ausgewählten Punkt wird nach der Auswertung von 10.000 Pseudo-Zeitreihen der folgende Vertrauensbereich für $\alpha = 0,95$ angegeben: $2,68 \text{ [m/s]} \pm 0,81 \text{ [m/s]}$.

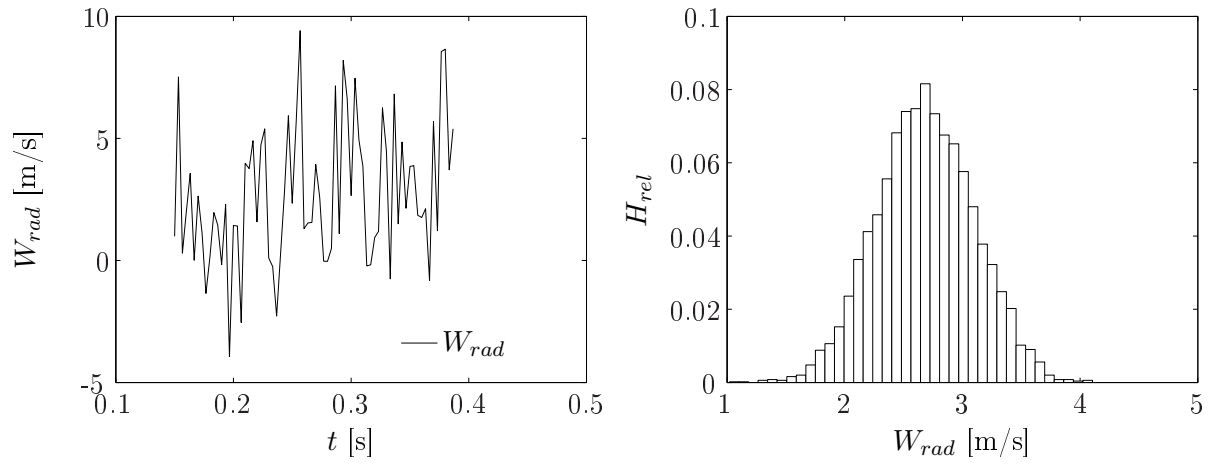


Abbildung 6.11: Zeitsignal der Radialgeschwindigkeit im ausgewählten Punkt und Histogramm aus 5000 Pseudo-Zeitreihen

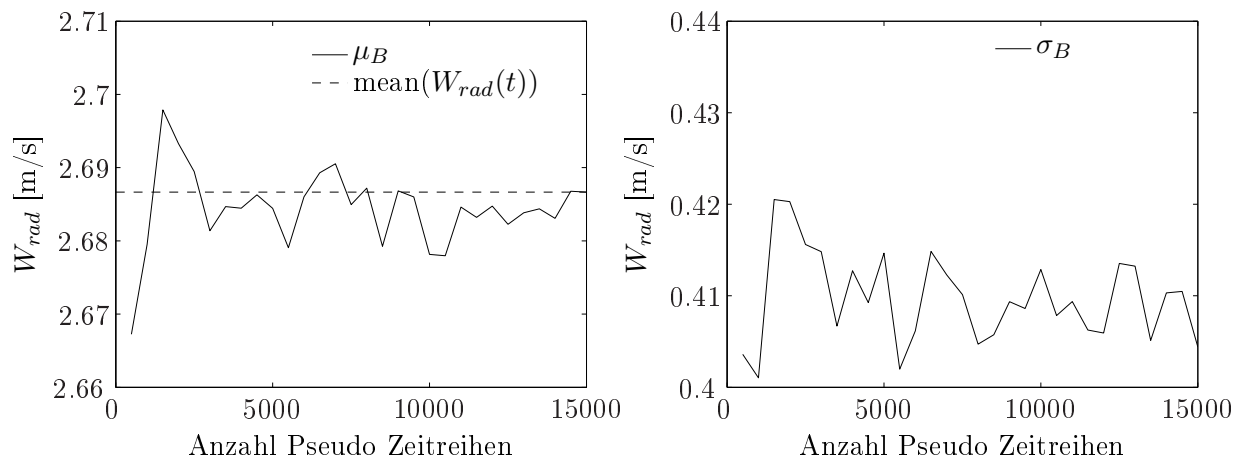


Abbildung 6.12: Abhängigkeit des Erwartungswertes μ_B und der Varianz σ_B von der Anzahl der Pseudo-Zeitreihen

6.4 Validierung - Vergleich von Simulation und Messung

Eine Beurteilung des Modellfehlers ist mit den oben genannten Kriterien nicht möglich, hierzu bedarf es eines Vergleichs mit gemessenen Daten. Der folgende Abschnitt zeigt diesen Vergleich für verschiedene Zielgrößen. Die wichtigsten Größen, die mit Hilfe einer Messung bzw. Simulation ermittelt werden, sind die Druckerhöhung und der Wirkungsgrad bzw. der Leistungsbedarf der Strömungsmaschine. Es wird also sowohl mit CFD als auch mit Experimenten am Versuchsstand die Kennlinie der Maschine ermittelt. In beiden Fällen müssen aus einem dreidimensionalen zeitabhängigen Feld von Strömungsgrößen Mittelwerte gebildet werden.

Für den Ventilator liegen nicht nur Kennlinien, sondern auch die gemessenen Geschwindigkeitsfelder für einen Vergleich vor. Von besonderem Interesse in dieser Arbeit sind die instationären Effekte. Ein direkter Vergleich der instantanen Geschwindigkeitsfelder ist auf Grund der fehlenden Informationen über die zeitabhängigen Randbedingungen nicht möglich. Für den Vergleich werden die Spektralanalysen des Geschwindigkeitsfeldes im Laufrad herangezogen.

6.4.1 Testfall Kreiselpumpe

Kennlinien

Als wichtigster integraler Parameter wird zunächst die Druckerhöhung zur Validierung herangezogen. Wie in Kapitel 6.1 geschildert wurde, müssen für eine Validierung sowohl die Unsicherheit der Experimente, als auch die Unsicherheit der Messungen charakterisiert werden. Die Unsicherheit der gemessenen Kennlinie setzt sich aus der Unsicherheit des Volumenstroms und der Unsicherheit des Drucks zusammen. Damit lässt sich nach DIN 24163-2 ein Streubereich der Kennlinie bestimmen. Das Rechteck in Abb. 6.13 deutet die Bestimmung des Streubereiches an. Die Unsicherheit der verschiedenen gemessenen Größen wurden aus der Dissertation von Krause [78] bzw. aus den Handbüchern der verwendeten Messgeräte entnommen. Für die Validierung muss der Fehler bzw. die Unsicherheit der numerischen Berechnungen ebenfalls quantifiziert werden. Die wichtigsten Fehlerquellen wurden für beide Maschinen im Abschnitt untersucht. Dies umfasst im Wesentlichen eine Schätzung des Diskretisierungsfehlers und der Unsicherheit durch die Randbedingungen am Eintritt. Zusätzlich können sich Unterschiede zwischen Simulation und Messung durch Abweichungen der Geometrie (Fertigungstoleranzen) ergeben. Diese Unsicherheit konnte nicht quantifiziert werden. Die verbleibende Differenz zwischen Simulation und Messung wird dem Modellfehler zugeschrieben. Abbildung 6.13 zeigt links die dimensionslose Kennlinie für Messung und Simulation. Die Fehlerbalken für die Simulationen enthalten eine Abschätzung des Diskretisierungsfehlers mit Hilfe des *GCI*. Wie in Abschnitt 6.3.1 gezeigt wurde, ist der Einfluss der Randbedingungen im untersuchten Parameterraum vernachlässigbar, sofern keine vereinfachten Randbedingungen in Form von Blockprofilen verwendet werden. Zunächst fällt auf, dass der Diskretisierungsfehler bei hohen Volumenströmen deutlich ansteigt und im Überlastpunkt ein Maximum erreicht.

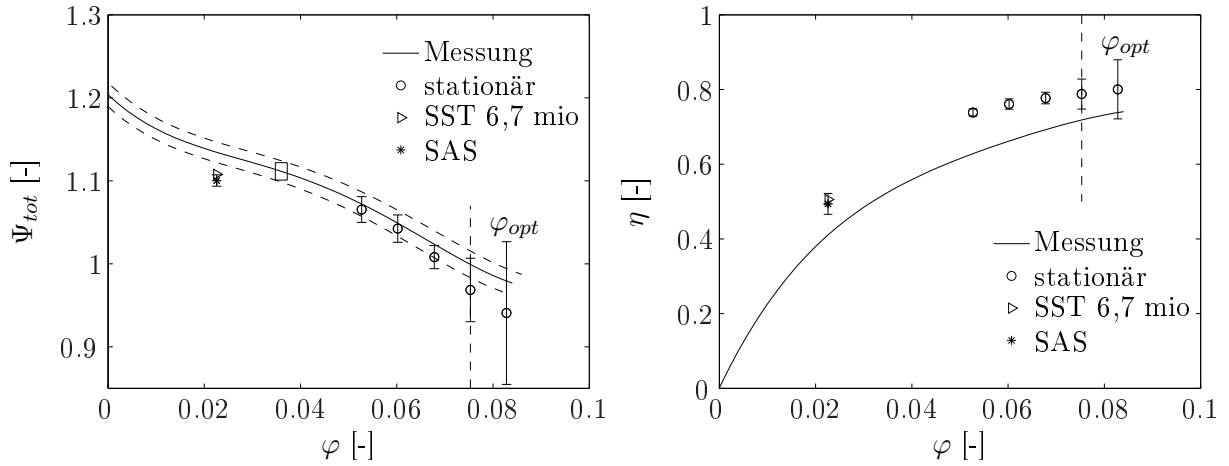


Abbildung 6.13: Kennlinie und Wirkungsgrad der Kreislumppe, Vergleich von Simulation und Messung

Dies wird der mangelnden iterativen Konvergenz zugeschrieben. Auf Grund instationärer Effekte gibt es keinen festen stationären Endwert. Der Wert für die Druckerhöhung oszilliert mit geringer Amplitude von ca. 0,5 % um einen stabilen Mittelwert. Dieser Wert wurde für die Berechnung herangezogen. Das Ergebnis für die anderen Betriebspunkte zeigt auch Fluktuationen, allerdings mit deutlich geringerer Amplitude. Die stationären Simulationsergebnisse unterhalb des Optimalpunktes liegen innerhalb des Schwankungsbereiches der Messungen. Für den Bestpunkt wird bezogen auf den Messwert eine 3,3 % zu niedrige Druckerhöhung ermittelt. Im Betriebspunkt bei 30 % Teillast wird durch alle Modelle ebenfalls eine etwas zu niedrige Druckerhöhung vorhergesagt. Für das SST Modell wurde nur die Simulation auf dem groben Gitter durchgeführt, eine Schätzung des Diskretisierungsfehlers ist damit nicht möglich. Das SST Modell liefert allerdings eine leicht um $\Psi_{tot} = 0,01$ höhere Druckerhöhung im Vergleich zur Simulation mit SAS. Für das SAS Modell beträgt der Abstand zwischen den Unsicherheitsbändern von Simulation und Messung 2,5 %.

Der Wirkungsgrad rechts in Abb. 6.13 ist nicht direkt vergleichbar, da die Messung einige Verluste enthält, die nicht im Simulationsmodell enthalten sind. Aus diesem Grund wurde keine Unsicherheit der Messung angegeben. Die zusätzlichen Verluste ergeben sich durch die Fluidreibung auf der Rückseite der Bodenscheibe und durch die Verluste im Riementrieb. Die Abweichung durch die Fluidreibung wurde mit einer Hilfssimulation des Spaltes beziffert. Die Wirkungsgrade für die CFD Simulationen wurden entsprechend korrigiert. Da keine Leerlaufmessungen durchgeführt wurden, können die Verluste im Antrieb nicht genau beziffert werden. Der mechanische Wirkungsgrad des von Riementrieben liegt typischerweise bei 96 bis 98 % [54]. Unter Berücksichtigung des Fehlerbandes liegen die Simulationswerte etwa 5 Prozentpunkte über dem Messwert. Lediglich für die stationären Simulationen links vom Bestpunkt ergeben sich größere Abweichungen. Von den einzelnen transienten Simulationen liefert die Vorhersage mit dem SAS Modell mit feinem Gitter die geringste Abweichung zu den Messdaten.

Spektralanalyse

Die Umlauffrequenz des rotating stall lässt sich mit Hilfe einer Fourier-Transformation der Geschwindigkeit ermitteln. Die zeitaufgelösten PIV Messungen von Krause liefern das zweidimensionale Geschwindigkeitsfeld im Mittelschnitt des Laufrades für eine Reihe von Messpunkten in der Messebene. Zu beachten ist dabei, dass die Messung nur im Absolutsystem möglich ist. Die gemessene Größe ist aus diesem Grund die Absolutgeschwindigkeit \vec{C} . Von Interesse ist aber die Strömung im drehenden Relativsystem, die Relativgeschwindigkeit \vec{W} kann durch Abziehen der Umfangsgeschwindigkeit abgeleitet werden.

Die Simulationen auf dem feinen Gitter zeigen deutlich, dass mehrere Ablösegebiete gleichzeitig vorhanden sind. Dies wurde schon von Krause [78] vermutet, konnte aber in den Messungen nicht gezeigt werden, da die Messebene nur einen Schaufelkanal umfasst. In den gemessenen Spektren dominiert die Frequenz 21,2 Hz. Weitere kleinere Maxima im Spektrum können bei den Frequenzen 7,3 und ca. 14 Hz identifiziert werden. Eine Umlauffrequenz von 70 Prozent der Drehfrequenz ist typisch für rotating stall. Auf Grund des Faktors von ca. 3 zwischen den beiden Frequenzen 7,3 und 21,2 Hz ergibt sich zunächst die Vermutung, dass 3 Wirbel gleichzeitig rotieren. Eine Untersuchung der numerischen Ergebnisse konnte diese Vermutung allerdings nicht bestätigen. In Kapitel 7.1.2 wird gezeigt, wie aus den Phasenwinkeln der Fourier-Transformation die Anzahl der gleichzeitig umlaufenden Wirbelgebiete ermittelt werden kann. Die Analyse zeigt eine harmonische Ordnung von zwei für die Frequenz 21 Hz. Die Analyse der Simulationsdaten liefert weitere interessante Einblicke, für Details wird auf den Abschnitt 7.1.2 verwiesen.

Abbildung 6.14 zeigt den Vergleich zwischen experimentell und numerisch ermittelten Spektren für SAS und SST Modell. Das dargestellte Spektrum ist jeweils über eine große Zahl von Punkten gemittelt, die Amplituden der Koeffizienten im linken Bild von Abb. 6.14 sind mit der Umfangsgeschwindigkeit u_2 normiert. Es wurden Simulationen auf zwei verschiedenen Gittern durchgeführt. Auf dem gröberen Gitter mit 6,7 Millionen Knoten wurde jeweils eine Simulation mit beiden Turbulenzmodellen durchgeführt. Auf dem feinen Gitter wurde auf Grund der hohen Rechenzeit nur das SAS Modell benutzt. Die Tests mit stationärer RANS auf verschiedenen Gittern haben gezeigt, dass nur geringfügige Änderungen mit dem SST Modell zu erwarten sind. Die physikalische Zeit der Simulation beträgt 12,8 Umdrehungen des Rotors. Die Simulationsergebnisse zeigen alle das Maximum im Spektrum bei ca. 21 Hz. Auffällig ist das scharfe Maximum bei 3 Hz im Spektrum für das SST Modell. Hier zeigen die Simulationen mit dem SAS Modell keinen Peak. Die Amplituden sind für die beiden Turbulenzmodelle sehr unterschiedlich. Die größten Amplituden werden mit dem SAS Modell auf dem feinen Gitter ermittelt. Auf dem groben Gitter sind die Amplituden etwas geringer. Die Simulation mit dem SST Modell liefern etwa 50 % geringere Amplituden im Vergleich mit dem SAS Modell.

Für einen Vergleich mit einem gemessenen Spektrum müssen die Daten mit dem Maximum der Amplitude normiert werden. Dieser Vergleich ist im rechten Bild von Abb. 6.14 dargestellt. Beide Turbulenzmodelle liefern das korrekte Peak bei ca. 21 Hz. Die kleineren Peaks werden vom SST Modell allerdings nicht korrekt wiedergegeben. Die beste Übereinstimmung wird für die Simulation mit dem SAS Modell auf dem feinen Gitter ermittelt. Hier werden auch die kleineren Peaks bei ca. 7 und 14 Hz in Übereinstimmung mit den Messergebnissen ermittelt. Die Simulationen zeigen allerdings ein deutlich geringeres Rau-

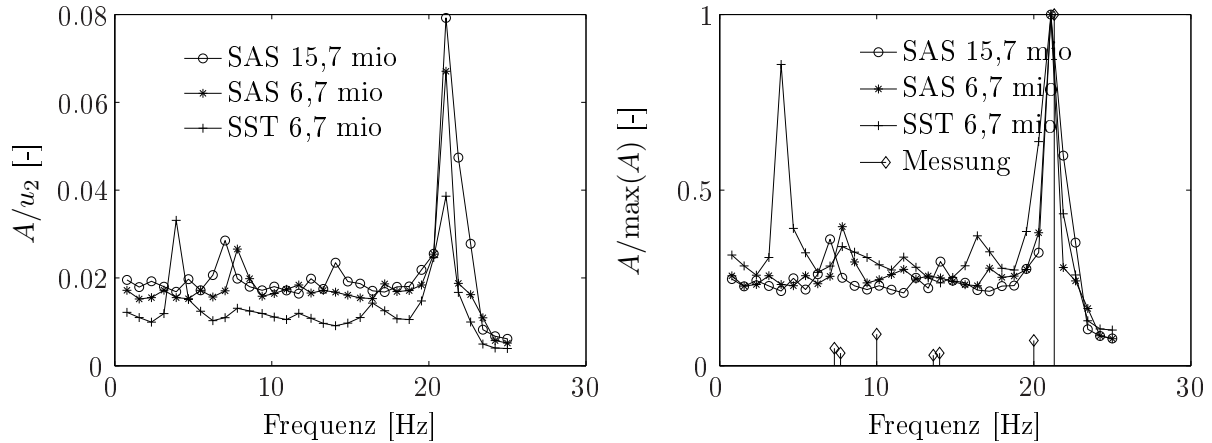


Abbildung 6.14: Spektren der Relativgeschwindigkeit für die Kreiselpumpe, Vergleich von Simulation und Messung

schen, die Maxima treten wesentlich schärfer hervor. Dies liegt an den wesentlich längeren Zeitreihen. Es wurden über 100 Umdrehungen in den Messungen aufgezeichnet, die Frequenzauflösung liegt damit unter 0,1 Hz. Auffällig sind in den Messdaten zwei kleinere Maxima bei der Drehfrequenz von 10 Hz und der zweiten Harmonischen. Das Auftreten dieser Frequenzen wird mit einer leichten Asymmetrie des Laufrades begründet. Krause gibt in seiner Dissertation an, dass ein Kanal des Laufrades einen etwas größeren Umfangswinkel aufweist als die anderen [78]. Die Messungen zeigen bei höheren Volumenströmen ein ausgeprägtes stehendes Ablösegebiet im betreffenden Kanal. Die Drehfrequenz taucht aus diesem Grund immer in den gemessenen Spektren auf.

6.4.2 Testfall Ventilator

Die Messergebnisse für den Ventilator liegen für eine Reihe von Drehzahlen vor, für den Vergleich wurde die Drehzahl 2000 U/min herangezogen. Es wurden mit beiden Turbulenzmodellen instationäre Simulationen in zwei Betriebspunkten durchgeführt. Dies sind der Optimalpunkt und der Betrieb bei 50 % Teillast. Alle in diesem Abschnitt präsentierten Ergebnisse wurden mit dem feinen Gitter mit ca. 12,4 Millionen Knoten erhalten.

Kennlinien

Die Bewertung soll zunächst anhand der Kennlinien erfolgen. Verwendet werden erneut die dimensionslosen Kennzahlen nach den Gleichungen 6.8 und 6.10. Abbildung 6.15 zeigt den Vergleich von Messergebnissen mit den Ergebnissen der CFD Simulation. Aus den Herstellerdaten der Messgeräte lässt sich eine Unsicherheit der Messung bestimmen. Die stationären Ergebnisse liefern eine deutlich zu niedrige Druckerhöhung mit Abweichungen von mehr als 10 % in einigen Betriebspunkten. Die Unsicherheit der stationären Simulationen abgeschätzt mit einem Sicherheitsfaktor $F_s = 3$ liefert ein relativ großes Streuband von ca. $\pm 5\%$. Ein Grund für die große Schwankungsbreite ist die mangelnde Konvergenz der stationären Simulationen. Das Konvergenzkriterium von 10^{-5} für die gemittelten Re-

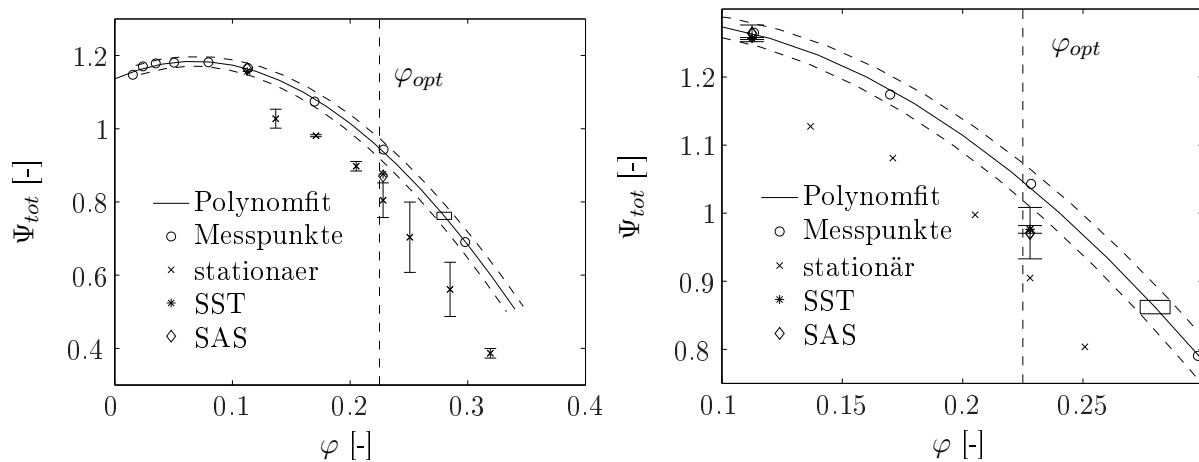


Abbildung 6.15: Dimensionslosen Kennlinie mit Messunsicherheit für den Ventilator, Vergleich von Simulation und Messung

siduen konnte nicht erreicht werden. Die stationäre Lösung der Druckerhöhung oszilliert mit kleiner Amplitude von ca. 1 % um einen stabilen Mittelwert. Dieser Mittelwert wurde zur Bewertung herangezogen. Der Grund für die mangelnde Konvergenz sind instationäre Effekte. Die transienten Simulationen konvergieren in wenigen (3-5) inneren Iterationen pro Zeitschritt.

Die instationären Simulationen liefern eine deutlich bessere Übereinstimmung mit der gemessenen Kennlinie. Im 50 % Lastpunkt ($\varphi = 0,11$) wird eine sehr gute Übereinstimmung mit den Messergebnissen erreicht. Beide Simulationen liefern eine Druckerhöhung innerhalb des Unsicherheitsbandes der Messungen. Im Bestpunkt ($\varphi_{opt} = 0,22$) liefern beide Modelle eine zu niedrige Druckerhöhung. In diesem Betriebspunkt ist das Standard Modell etwas dichter an den Messergebnissen. Das Fehlerband für die instationäre Simulation mit dem SST Modell ist sehr gering. Die Schätzung des Fehlers liefert für das SAS Modell in beiden Punkten ein größeres Fehlerband. Im Optimalpunkt kann das Ergebnis mit SAS als validiert gelten, da es einen Überschneidungsbereich der beiden Fehlerbänder von Simulation und Messung gibt. Im Vergleich zu den stationären Simulationen lässt sich das Ergebnis durch eine transiente Simulation deutlich verbessern. Der Unterschied zwischen den beiden Turbulenzmodellen ist mit Ausnahme des Fehlerbandes gering.

Die Wirkungsgrade konnten im Experiment nicht mit der erforderlichen Genauigkeit reproduziert werden. Bei einer Drehzahl von 2000 U/min liegen die gemessenen Leistungen je nach Betriebspunkt bei einigen hundert Watt und das Drehmoment im Bereich von ca. 1-2 Nm. Diese geringen Momente konnten mit dem vorhandenen Drehmomentsensor nicht mit der erforderlichen Genauigkeit bestimmt werden. Auf einen Vergleich der Wirkungsgrade wird aus diesem Grund verzichtet.

Geschwindigkeitsfelder

Für den Vergleich der Geschwindigkeitsfelder werden die zeitlichen Mittelwerte herangezogen. Als Abtastfrequenz wird die Schaufelfrequenz gewählt. Die Mittelung erfolgt für die CFD über 7 Umdrehungen, in den Messungen wurde das Strömungsfeld über ca. 12 Umdrehungen aufgezeichnet. Als Startlösung wurde in den transienten Simulationen eine stationäre Lösung benutzt. Die ersten 3 Umdrehungen im Optimalpunkt bzw. 5 Umdrehungen bei Teillast werden nicht ausgewertet. Dieser Zeitraum wird für das Einschwingen der Lösung benötigt. Das Strömungsfeld ist auf den Bereich in der Nähe der Zunge beschränkt. Über die Geschwindigkeitsverteilung in den anderen Kanälen liegen keine Messdaten vor. Abbildung 6.16 zeigt den Vergleich der Felder der Relativgeschwindigkeit für die beiden untersuchten Betriebspunkte. Im Optimalpunkt stimmen die zeitlich gemittelten Geschwindigkeitsfelder für Messung und Simulation gut überein. In Übereinstimmung mit den Messdaten zeigen beide Simulationen eine Ablösung der Strömung auf der Saugseite des Schaufelkanals. Die Messungen können das Rückströmgebiet nicht genau zeigen, da das Geschwindigkeitsfeld in der Nähe der Schaufeln nicht gemessen werden konnte. Die Aufdickung der Grenzschicht ist aber auch in der Messung deutlich zu erkennen. Der Unterschied der Ergebnisse zwischen SAS und SST ist in diesem Betriebspunkt gering. Die Größe des Ablösegebietes wird mit dem Standard Modell etwas größer vorhergesagt als mit dem Turbulenz auflösenden Modell.

Für den Teillastpunkt bei 50 % Volumenstrom sind deutliche Unterschiede zwischen Messung und Simulation sichtbar. Beide Simulationen zeigen einen starken Strahl im Eintrittsbereich des Kanals. Die Messungen zeigen im Eintrittsbereich nur ein kleines Gebiet mit höheren Geschwindigkeiten. Der turbulente Durchmischung des Strömungsfeldes wird nicht korrekt vorhergesagt. In Folge der Abweichungen im Eintrittsbereich wird auch die Größe des Ablösegebietes nicht korrekt vorhergesagt. Die PIV Messung zeigt ein deutlich größeres Ablösegebiet. Auffällig ist, dass die Simulation mit beiden Turbulenzmodellen sehr ähnliche Ergebnisse für den zeitlichen Mittelwert liefern. Wenn man sich die instantanen Geschwindigkeitsfelder im zeitlichen Verlauf ansieht, zeigen sich wesentliche Unterschiede. Das Standard Modell zeigt nur eine sehr geringe Fluktuation um das mittlere Strömungsfeld. Mit dem SAS Modell werden deutliche Fluktuationen der Geschwindigkeit insbesondere im hinteren Bereich des Schaufelkanals ermittelt. Außerdem ist eine Fluktuation auf kleinen Skalen zu erkennen. Das Modell ist für diesen Fall in der Lage, die großen Skalen der turbulenten Fluktuation aufzulösen. Um den Unterschied zu verdeutlichen, wird in Abb. 6.17 ein Vergleich von zwei instantanen Geschwindigkeitsfeldern im 50 % Lastpunkt gezeigt.

Der Vergleich der Felder gibt einen eher qualitativen Vergleich der Ergebnisse. Ein quantitativer Vergleich erfolgt über die Profile der Relativgeschwindigkeit auf verschiedenen Radien. Die statistische Unsicherheit der Messung als auch der Simulationsergebnisse wurde mit dem in Abschnitt 6.3.2 beschriebenen block bootstrap Verfahren bestimmt. Die Bestimmung der Unsicherheit soll nur für die tatsächlich gemessenen Daten erfolgen. Aus diesem Grund wurden die Daten nicht auf einen konstanten Radius interpoliert. Der Kreis wurde möglichst genau treppenartig durch die Messpunkte approximiert. Die führt zu dem zackigen Verlauf der Geschwindigkeitsprofile. Die dargestellte Unsicherheit charakterisiert lediglich eine untere Schranke für die Unsicherheit der Messdaten. Die Unsicherheit ist rein

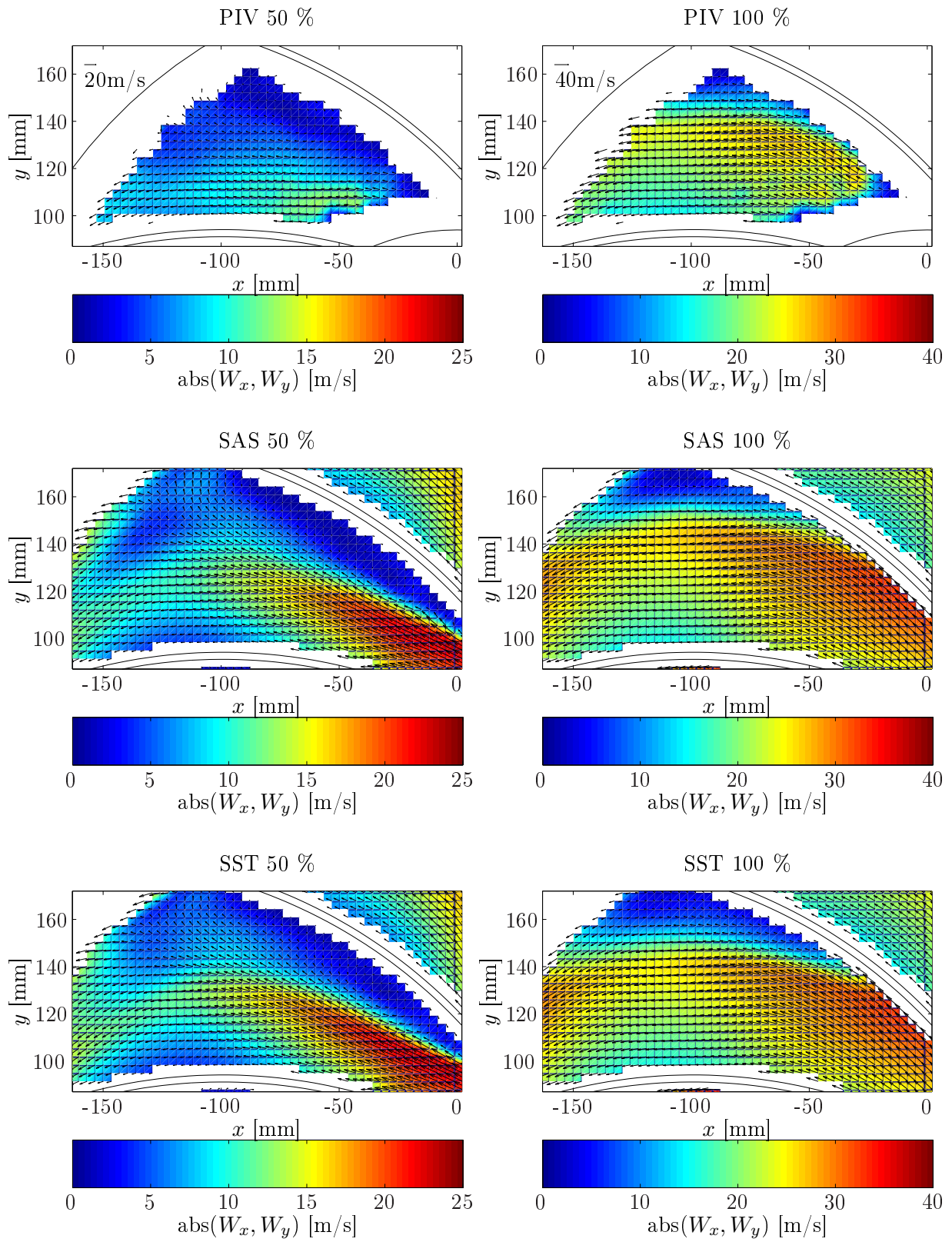


Abbildung 6.16: Relativgeschwindigkeit im Laufrad des Ventilators, Vergleich von PIV mit CFD

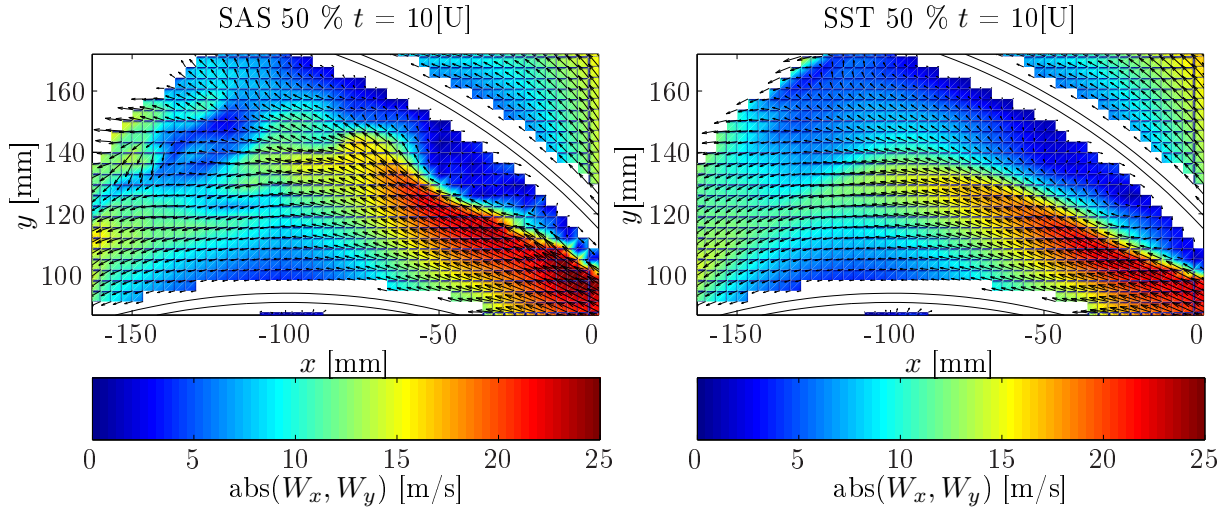


Abbildung 6.17: Vergleich des instantanen Geschwindigkeitsfeldes für SAS und SST nach 10 Umdrehungen

auf eine statistische Analyse der Zeitreihen bestimmt und enthält keine Messfehler. Abbildung 6.18 zeigt den Vergleich der Geschwindigkeitsprofile im Optimalpunkt. Die Profile zeigen die Komponenten der Relativgeschwindigkeit in Umfangsrichtung W_u und in radialer Richtung W_{rad} . Für den Bestpunkt wird eine geringe Abweichung der Profile von Messung und Simulation festgestellt. In der Nähe der Eintrittskante wird die Umfangskomponente von beiden Modellen zu hoch vorhergesagt. Die Radialkomponente stimmt besser überein. Generell ist die Übereinstimmung auf der Druckseite der Schaufel sehr gut, auf der Saugseite werden größere Abweichungen festgestellt. Auf der Saugseite ist die Strömung abgelöst; solche Strömungen werden von Turbulenzmodellen oft nicht korrekt vorhergesagt. Insgesamt liefern die beiden Turbulenzmodelle ein ähnliches Ergebnis, lediglich auf der Saugseite ist bei Radius 150 mm eine größere Abweichung festzustellen. Hier stimmen die Ergebnisse des Standard Modells sehr gut mit den Messungen überein. Auch im hinteren Bereich des Kanals ist ein leichter Vorteil für das SST Modell zu erkennen. Für diesen Punkt kann keine Überlegenheit des Turbulenz auflösenden Modells bei der Vorhersage des zeitlich gemittelten Strömungsfeldes gezeigt werden. Wenn man die Unsicherheit betrachtet, erkennt man allerdings, dass auch im Bestpunkt Fluktuationen mit dem SAS Modell aufgelöst werden. Die statistische Unsicherheit ist wesentlich größer im Vergleich zum SST Modell. Das SST Modell liefert demnach nur eine sehr geringe Fluktuation im Strömungsfeld.

Bei 50 % Last zeigen sich deutliche Abweichungen zwischen Simulation und Messungen. Auffällig ist die große Abweichung in der Kanalmitte. Insbesondere für die Radialkomponente zeigt die Simulation mit beiden Modellen eine ausgeprägtes Maximum. Diese Abweichung sieht man bereits in den Felddarstellungen deutlich als starken Strahl. Da die Topologie der Strömung bereits im Eintritt des Kanals nicht korrekt vorhergesagt wird, ist auch weiter stromab keine gute Übereinstimmung festzustellen. Auch für den Teillastpunkt wird die Geschwindigkeit auf der Druckseite deutlich besser vorhergesagt. Beide Modelle liefern ein ähnliches Ergebnis für das zeitlich gemittelte Strömungsfeld. Das SAS Modell zeigt im Teillastbereich leichte Vorteile gegenüber dem SST Modell.

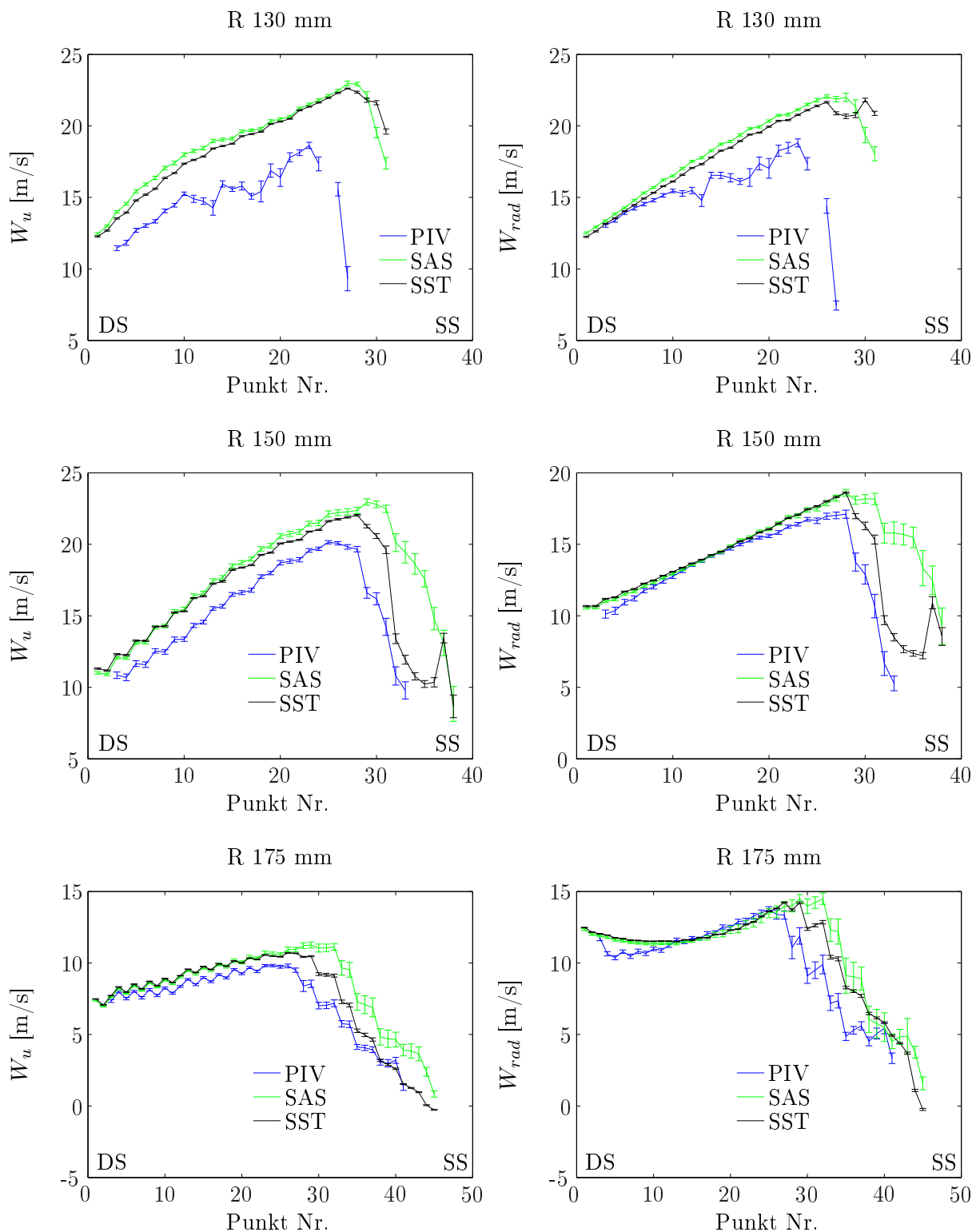


Abbildung 6.18: Vergleich der Geschwindigkeitsprofile im Bestpunkt auf verschiedenen Radien von der Druckseite (DS) zur Saugseite (SS); links Komponente der Relativgeschwindigkeit in Umfangsrichtung, rechts in radialer Richtung

Die Verwendung des SAS Modells bringt für die untersuchten Lastpunkte allerdings nur eine geringe Verbesserung der Vorhersage. Es bleiben qualitative Abweichungen des Strömungsfeldes in Form eines ausgeprägten Strahls in der Kanalmitte. Die Gitterauflösung mit ca. 1 Million Gitterpunkten pro Kanal ist möglicherweise nicht fein genug, um die turbulenten Fluktuationen ausreichend aufzulösen. Die Kriterien zur Abschätzung der erforderlichen räumlichen Auflösung unterstützen diese Vermutung (siehe Kapitel 6.2.4).

Spektren der Relativgeschwindigkeit

Von besonderer Bedeutung für die Vorhersage dynamischer Lasten ist die möglichst gute Abbildung der zeitlichen Änderung von Strömungsgrößen. Zu diesem Zweck werden die Spektren der Relativgeschwindigkeit von Simulation und Messung miteinander verglichen. Wie bereits ausgeführt sind die dargestellten Spektren gemittelt über alle Punkte in der Auswertungsebene. Im Gegensatz zur Kreiselpumpe zeigen die Messungen nur zwei signifikante Maxima im Spektrum bei der Drehfrequenz (33,3 Hz) und der 2. Harmonischen. Niederfrequente Fluktuationen z.B. durch rotating stall sind nicht zu erkennen. Das höherwertige SAS Modell zeigt seine Überlegenheit bei der Vorhersage des Spektrums. Bis auf ein Maximum bei 8 Hz ist das Spektrum in guter Übereinstimmung mit den Messungen. Das Niveau der Amplituden ist etwas zu hoch. Diese Abweichung kann mit der unterschiedlichen Länge der Zeitreihen von Simulation und Messung begründet werden. Bei längeren Zeitreihen, wie sie für die Messungen vorliegen, sind mehr diskrete Punkte im Frequenzbereich vorhanden. Die Auflösung im Spektrum nimmt zu. Damit wird das Rauschen verringert und die signifikanten Peaks werden schärfer herausgestellt. Das Spektrum für das SST Modell zeigt keine gute Übereinstimmung mit den Messdaten. Die Simulationsergebnisse zeigen im Spektrum niederfrequente Fluktuationen bei 4 Hz und ein Maximum in der Nähe der Drehfrequenz. Das Niveau der Amplituden ist generell deutlich zu niedrig. Das Modell liefert nur geringfügige Fluktuation des Geschwindigkeitsfeldes wie bereits im vorigen Abschnitt gezeigt wurde. Für eine gute Auflösung des Spektrums sind die Zeitreihen sowohl für die Messung als auch für die Simulation zu kurz. Die Messungen im Optimalpunkt zeigen im Spektrum nur die Drehfrequenz und nur sehr geringe Fluktuation im Strömungsfeld. Auf Grund der mangelnden Fluktuation im Strömungsfeld wird für diesen Punkt auf einen Vergleich der Spektren verzichtet.“

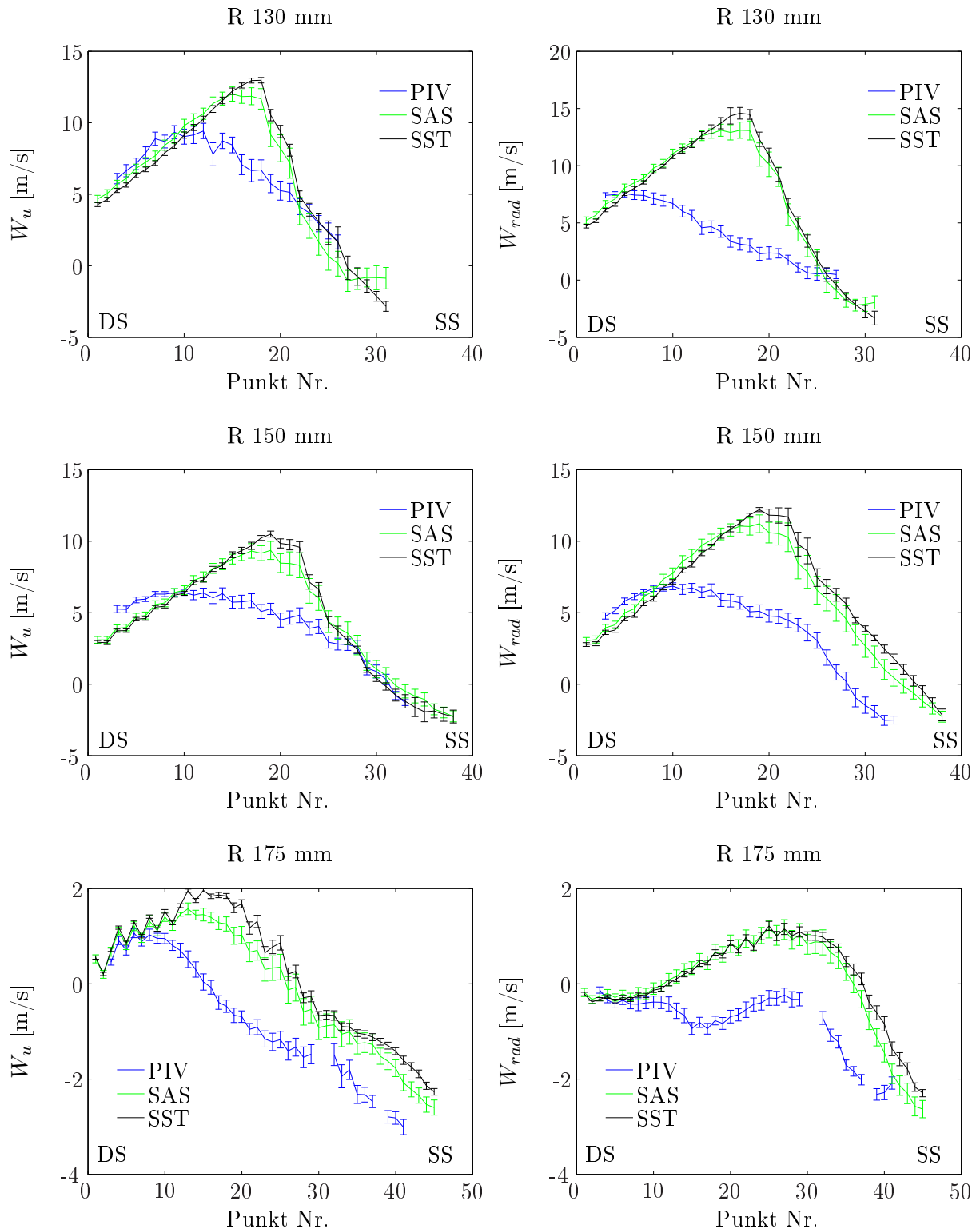


Abbildung 6.19: Vergleich der Geschwindigkeitsprofile bei 50 % Teillast auf verschiedenen Radien von der Druckseite (DS) zur Saugseite (SS); links Komponente der Relativgeschwindigkeit in Umfangsrichtung, rechts in radialer Richtung

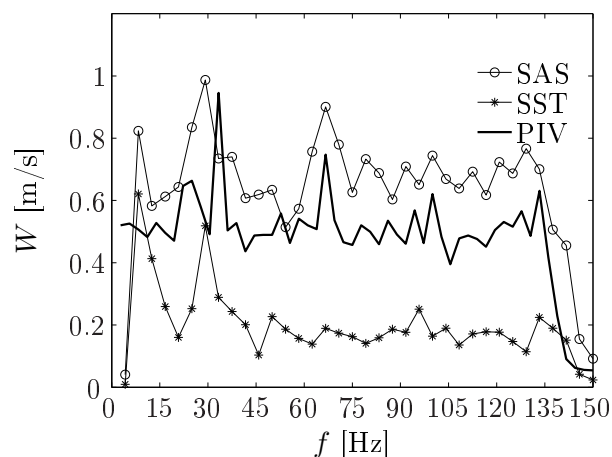


Abbildung 6.20: Vergleich der gemittelten Spektren der Relativgeschwindigkeit des Ventilators im 50 % Lastpunkt

6.4.3 Rechenzeiten

Die beiden verwendeten Modelle sollen nicht nur anhand der Berechnungsergebnisse, sondern auch anhand des Berechnungsaufwandes bewertet werden. Wie gezeigt wurde, erfordert ein Turbulenz auflösendes Modell feinere Gitter und damit einen größeren Berechnungsaufwand. Die Größe der Modelle erfordert den Einsatz von Hochleistungsrechnern. Für die Simulationen stand dem ITM Rechenzeit auf dem HLRN (Norddeutscher Verbund für Hoch- und Höchstleistungsrechnen) zur Verfügung. Typischerweise wurden 32 bis 96 Prozessoren für die Simulationen verwendet. Die Rechenzeiten in Tabelle 6.11 sind Netto-Zeiten. Die tatsächliche Durchlaufzeit zur Abarbeitung eines Falles ist wesentlich höher. Dies ist bedingt durch Wartezeiten im Warteschleifensystem und bei dem Neustart der Simulationen.

Die Rechenzeiten für das SAS Modell auf dem gleichen Gitter sind im Vergleich zum SST Modell wesentlich erhöht. Das SAS Modell benötigt in der Regel 5-6 innere Iterationen innerhalb eines Zeitschritts, das SST Modell nur 3-4. Dieser Effekt wird im Wesentlichen mit den stärkeren Änderung der Lösung in der Zeit begründet.

Testfall	Gitter	Modell	CPU	Rechenzeit [h/U]
Pumpe	6,7 mio	SAS	32	13
	6,7 mio	SST	32	10
	15,7 mio	SAS	96	25
Ventilator	4,7 mio	SAS	32	18
	4,7 mio	SST	32	14
	12,4 mio	SAS	96	45
	12,4 mio	SAS	64	55
	12,4 mio	SST	64	37

Tabelle 6.11: Ressourcen und Rechenzeiten

7 Analyse der instationären CFD Ergebnisse

Im folgenden Kapitel werden die in Kapitel 5 vorgestellten Methoden zur Analyse der instationären Strömung auf die Simulationsdaten angewendet. Die Analyse umfasst zwei wesentliche Punkte. Zunächst wird das rotating stall Phänomen in der Kreiselpumpe im Hinblick auf die Dynamik der großskaligen Wirbel untersucht. Der zweite Teil befasst sich mit einer Charakterisierung der Anregung durch die Druckfluktuationen.

7.1 Charakterisierung des Strömungsfeldes während des rotating stall

Die Simulationsergebnisse werden im Folgenden detailliert analysiert und interpretiert. Sofern nicht anders gekennzeichnet beziehen sich alle Darstellungen auf die Ergebnisse mit dem SAS Turbulenzmodell auf dem feinen Gitter mit 15,7 Millionen Knoten.

7.1.1 Identifikation und Verfolgung von Wirbeln

Rotating stall wird durch das Umlaufen von großskaligen Wirbelgebieten relativ zum Laufrad charakterisiert. In diesem Abschnitt werden die in Kap. 5.2 vorgestellten Kriterien zur Detektion von Wirbeln angewendet. Das λ_2 Kriterium wird häufig zur Visualisierung von dreidimensionalen Wirbelstrukturen angewendet. Abbildung 7.1 zeigt Isoflächen des λ_2 Feldes nach 10 Umdrehungen Simulationszeit. Das Kriterium ist zur Charakterisierung der großskaligen Wirbel nicht sehr gut geeignet. Kleinere dreidimensionale Strukturen z.B. in der Nähe der Eintrittskante werden dagegen anschaulich visualisiert. Man erkennt z.B. den typischen Hufeisenwirbel an Bodenscheibe und Deckscheibe. Außerdem sind Wirbelröhren zu erkennen, die von der Deckscheibe ausgehen. Die integralen Kriterien sind dagegen besser geeignet, die Wirbelzentren der großen Wirbel zu erkennen. Das Γ_1 Kriterium wurde in 2D und 3D auf die Simulationsdaten angewendet. Das 2D Kriterium liefert gute Ergebnisse, wenn die Rotationsachse des Wirbels normal zur Auswertungsebene gerichtet ist. Das Vektorfeld im Mittelschnitt deutet darauf hin, dass diese Bedingung annähernd erfüllt ist. Das 3D Kriterium ist in der Lage, auch zur Auswertungsebene geneigte Wirbel sicher zu detektieren. Allerdings ist die Rechenzeit wesentlich höher. Man benötigt das

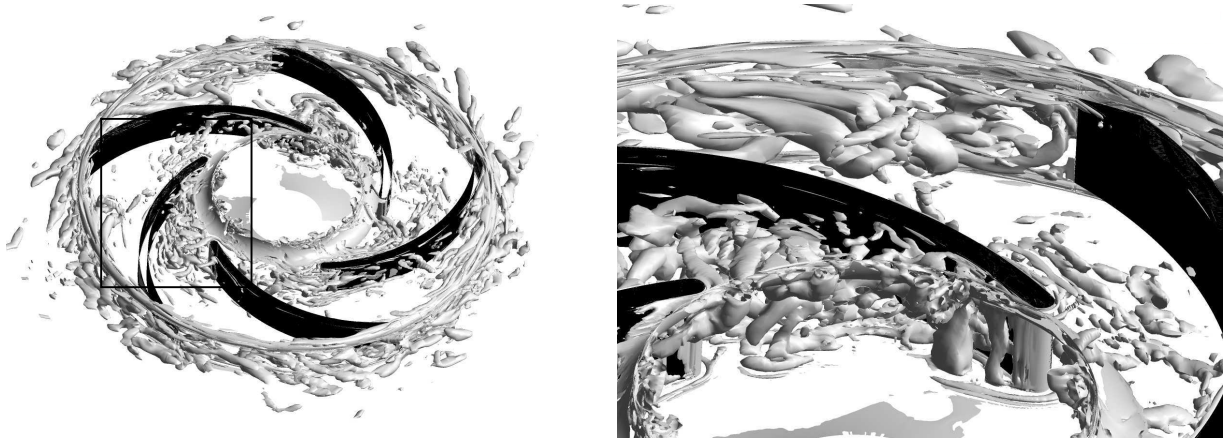
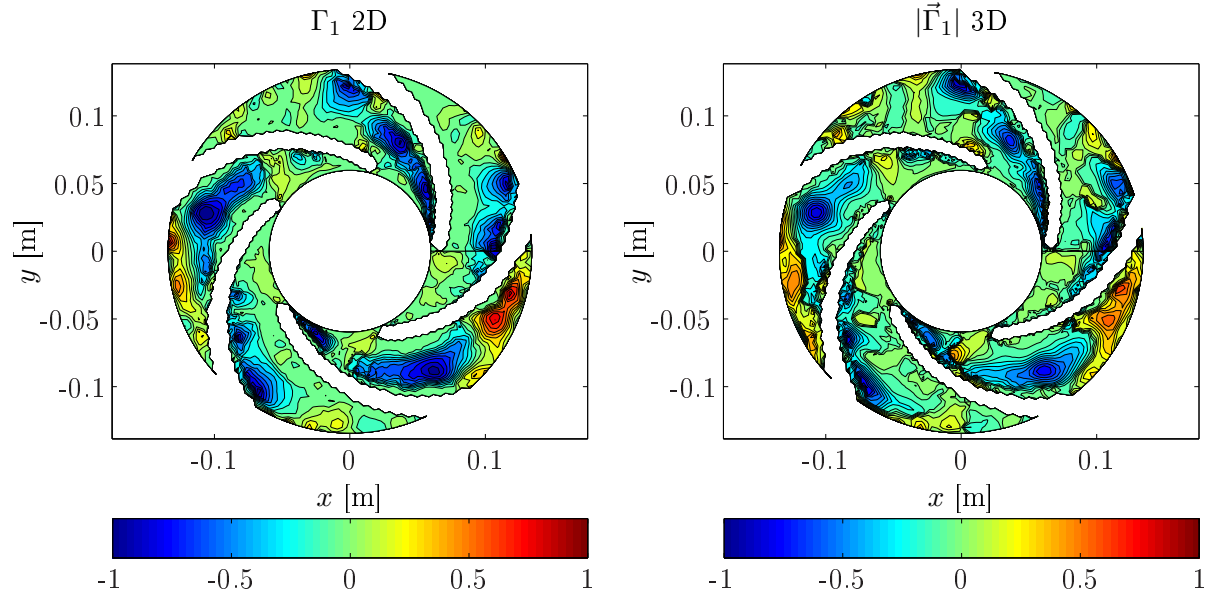
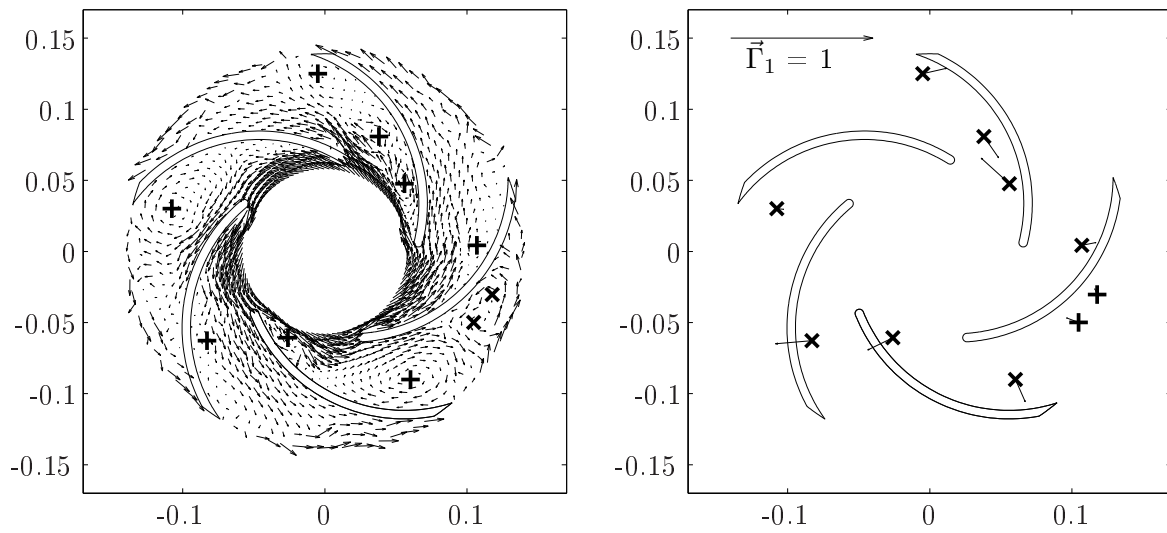


Abbildung 7.1: Wirbelstrukturen in der Kreiselpumpe, $\lambda_2 = -45000 \text{ [s}^{-2}\text{]}$

Vektorfeld nicht nur auf einem Schnitt, sondern auf mehreren Ebenen in z -Richtung. Der Vorteil des 3D Kriteriums ist, dass man eine vektorielle Größe bestimmt. Die Richtung des Vektors gibt die Orientierung der Drehachse an. Für das Vektorfeld aus Abb. 7.1 ist in Abb. 7.2 das Γ_1 Feld in 2D und 3D im Vergleich dargestellt. Das Vorzeichen der Feldgröße Γ_1 erlaubt eine Unterscheidung der Wirbel nach dem Drehsinn. Man erkennt nur sehr geringe Unterschiede zwischen den beiden Feldern.

Wie in Abbildung 7.3 dargestellt, können die großskaligen Wirbel mit dem Γ_1 Kriterium sehr gut erfasst werden. Die genaue Bestimmung der Zentren der Wirbel erfolgt mit der in Abschnitt 5.2.3.2 vorgestellten Optimierungsmethode. Das Vektorfeld in der Abbildung zeigt nur jeden zweiten Vektorpfeil in der Auswertungsebene. Im rechten Bild wird die Richtung der Rotationsachse mit Hilfe des Γ_1 Kriteriums in 3D visualisiert. Die Vektorpfeile zeigen die Komponenten von $\vec{\Gamma}_1$ in der Ebene. Für einen ideal rotationssymmetrischen Wirbel ist $\vec{\Gamma}_1$ ein Vektor der Länge 1. Für die einzelnen detektierten Zentren ergeben sich in der Regel etwas kleinere Werte. Für die Detektion von Zentren werden nur Γ Werte über 0,75 verwendet. Der Einheitsvektor ist zum Vergleich dargestellt. Man erkennt, dass die Komponente des Vektors normal zur Ebene für alle Wirbelzentren deutlich kleiner als der Referenzvektor ist. Die Wirbel im hinteren Bereich des Kanals auf der Saugseite zeigen eine Rotationsachse, die in Richtung Schaufel geneigt ist. Für die Wirbel in der Nähe der Eintrittskante ist keine Vorzugsrichtung festzustellen. Die Rotationsachse der entgegengesetzt rotierenden Wirbel auf der Druckseite weicht nur minimal von der Normalenrichtung der Auswertungsebene ab.

Für jeden Zeitschritt können die Koordinaten der Wirbelzentren bestimmt werden. Diese Daten wurden genutzt, um die Bahn der Wirbel im Laufe der Zeit zu verfolgen. Die über 5 Umdrehungen verfolgten Bahnlinien sind in Abb. 7.4 gezeigt. Gezeigt werden nur die 50 längsten ermittelten Bahnlinien. Die Grundlage für die Detektion bildet das Γ_1 Kriterium in 3D. Die Bahnlinien der in Drehrichtung rotierenden Wirbel auf der Saugseite der Schaufel sind in rot, die Bahnlinien der entgegengesetzt rotierenden Wirbel in blau dargestellt. Die Wirbel auf der Saugseite werden mit der Strömung stromab transportiert. Man kann die Bewegung der Wirbel in mehrere Bereiche unterteilen. Die an der Eintrittskante durch die Fehlanströmung entstehenden Wirbel werden nur ein kurzes Stück stromab transportiert. Dort vereinigen sie sich mit dem großen Wirbel im Kanal (vgl. Abschnitt

Abbildung 7.2: Γ_1 Feld in 2D und 3DAbbildung 7.3: Wirbelzentren detektiert mit Γ_1 Kriterium in 3D

7.1.4). Weiter stromab bilden sich durch Ablösung der Strömung neue Wirbel aus. Im hinteren Bereich des Kanals sind in allen Kanälen Bahnlinien auf der Saugseite zu finden. Die Wirbel bewegen sich demnach nicht über den ganzen Kanal, sondern bleiben in der Nähe der Saugseite der Schaufel.

In Kapitel 5.2.2 wurde herausgestellt, dass das Γ_1 Kriterium nicht Galilei invariant ist. Wenn dem Wirbel eine starke Konvektion überlagert ist, wird der Wirbel nicht korrekt detektiert. Als Galilei invariante Alternative wurde das Γ_2 Kriterium vorgestellt. Die Anwendung dieses Kriteriums auf die Simulationsdaten hat kein sinnvolles Ergebnis gebracht. Wenn die mittlere Konvektionsgeschwindigkeit über einen kleinen Teilbereich vom Geschwindigkeitsfeld abgezogen wird, bleibt nur ein sehr chaotisches Feld übrig. Wirbel können aus diesem Feld nicht detektiert werden.

7.1.2 Bestimmung der Anzahl der Ablösegebiete

Die Umlauffrequenz der Ablösegebiete im Absolutsystem konnte in den Messungen erfolgreich bestimmt werden. Aus einer reinen Frequenzanalyse ist allerdings nicht zu unterscheiden, ob ein oder mehrere Ablösegebiete gleichzeitig rotieren. Man erhält nur eine Wiederholfrequenz. Die Rotationsrichtung ist ebenfalls unbekannt. Über die Differenz des Phasenwinkels zwischen einzelnen Messpunkten lässt sich dennoch auf die Anzahl der stall Zellen und die Drehrichtung schließen. Dazu muss das Signal auf mindestens 2 Punkten auf dem Umfang aufgezeichnet werden. Die Situation ist in Abbildung 7.5 schematisch dargestellt. Das Signal wird an zwei Messpunkten mit einer (geometrischen) Winkeldifferenz von 90 Grad aufgezeichnet. Im Bild links ist eine Zelle vorhanden, rechts rotieren drei Zellen gleichzeitig. Die Lage der Ablösegebiete zum Zeitpunkt 0 ist durch die ausgefüllten Kreise markiert. Nach einer Zeitspanne von $1/4$ der Periodendauer ist die Lage durch Kreise gekennzeichnet. In beiden Fällen wird an den Messpunkten die gleiche Umlauffrequenz mit Hilfe einer Fourier-Transformation bestimmt. Die Winkelgeschwindigkeit der einzelnen Zellen ist allerdings unterschiedlich. Wenn nur eine Zelle vorhanden ist, ist die Differenz des Phasenwinkels gleich der Differenz des Umfangswinkels zwischen den beiden Messstellen. Wenn mehrere Zellen gleichzeitig rotieren, beträgt die Umlauffrequenz einer einzelnen Zelle das $1/N$ -fache der gemessenen Frequenz. Dem entsprechend beträgt auch der Umfangswinkel, den die Zelle zurücklegt, nur das $1/N$ -fache des Umlaufwinkels im Vergleich zum Fall einer Zelle.

Um die Anzahl der Ablösegebiete zu bestimmen, muss also zunächst eine Fourier-Transformation durchgeführt werden. Dazu wird das Zeitsignal der Geschwindigkeit an 6 verschiedenen über dem Umfang verteilten Punkten aufgezeichnet. Um eine hohe Abtastfrequenz zu ermöglichen, wurden die Auswertepunkte in den Saugmund vor die Eintrittskante bzw. in den Diffusor positioniert. Auf diese Weise werden unvollständige Zeitreihen durch das Durchlaufen der Schaufeln vermieden. Die Punkte unterscheiden sich durch die radiale bzw. axiale Koordinate. Damit soll die Abhängigkeit der Spektren von der radialen und der axialen Position analysiert werden. Das Ziel ist, die Position zu bestimmen, an der sich rotating stall am besten identifizieren lässt. Die Lage der Punkte wird in Abbildung 7.6 gezeigt. Drei der fünf Punkte sind im Saugmund, die restlichen zwei im Diffusor positioniert. Für jeden Punkt werden mit Hilfe der Fourier-Transformation Frequenz und

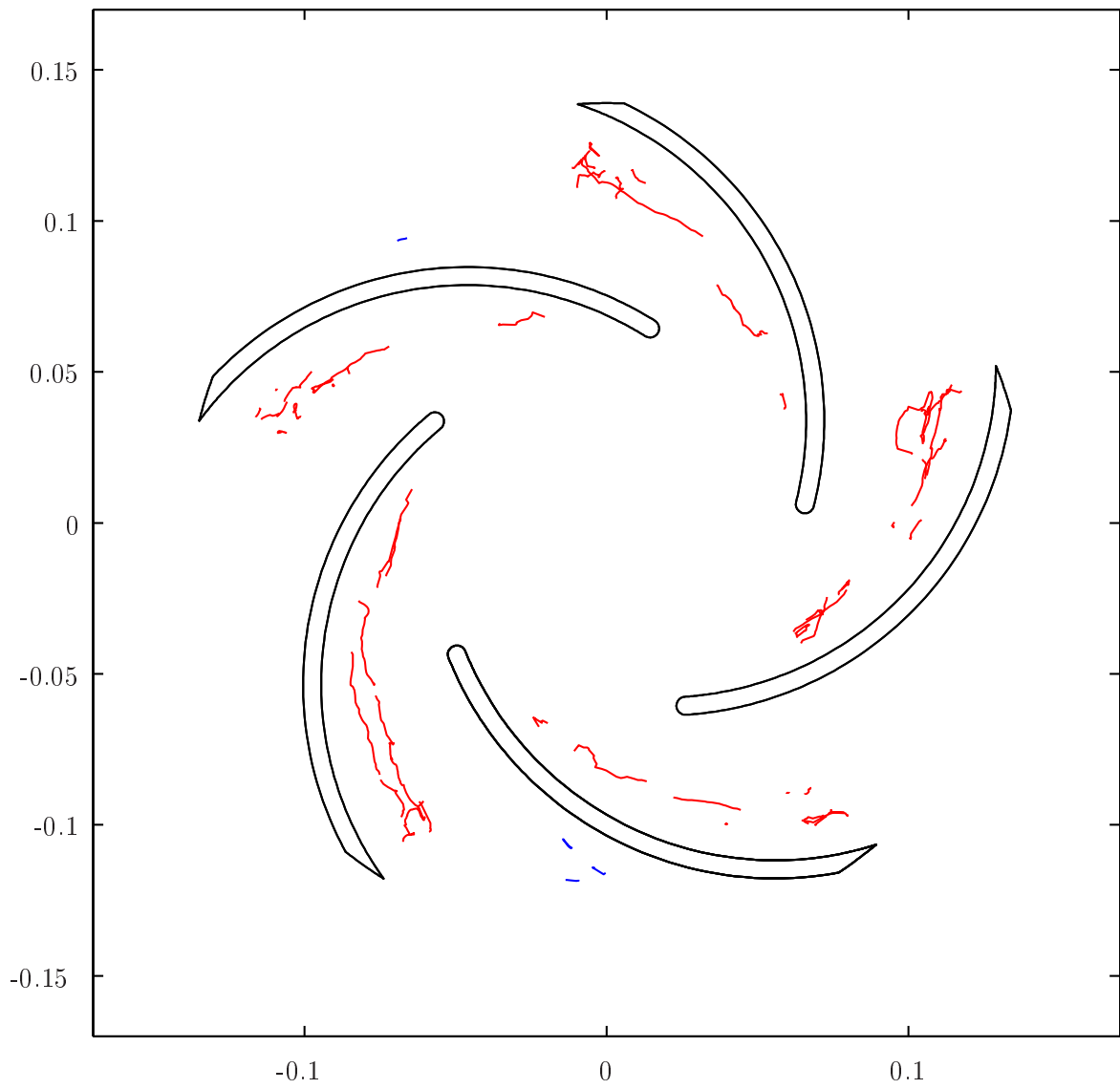


Abbildung 7.4: Bahnlinien der Wirbelzentren, rot: Rotation in Drehrichtung, blau: Rotation entgegen der Drehrichtung

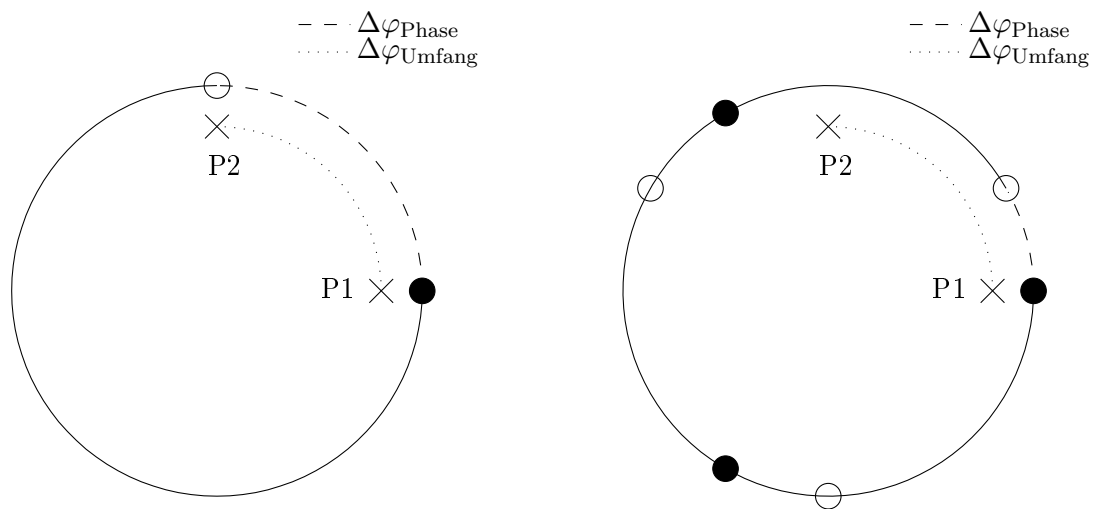


Abbildung 7.5: Zusammenhang zwischen Umfangswinkel und Phasenwinkel zur Bestimmung der Anzahl gleichzeitig rotierender Ablösegebiete

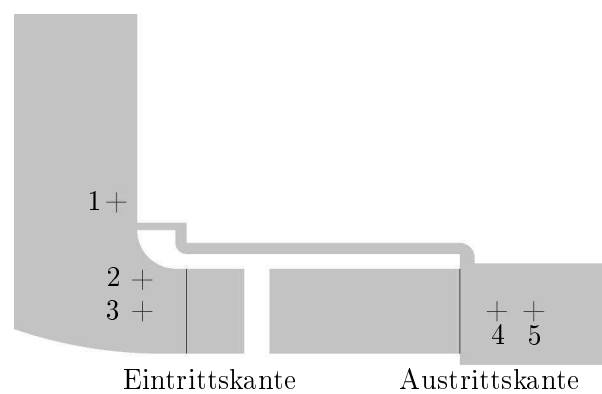


Abbildung 7.6: Positionierung der Auswertepunkte zur Bestimmung der Anzahl der Ablösegebiete

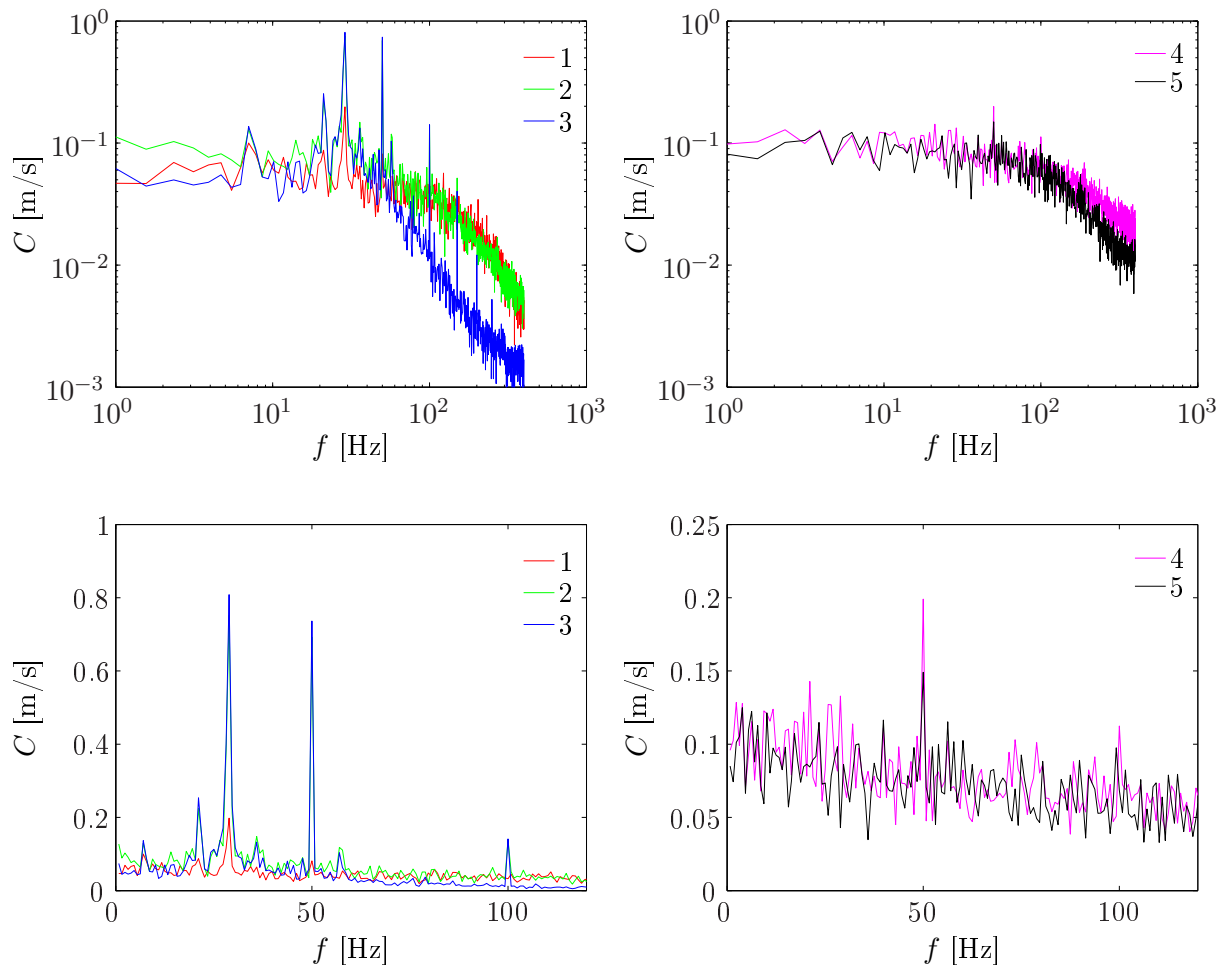


Abbildung 7.7: Über dem Umfang gemittelte Spektren der Absolutgeschwindigkeit C für 5 Auswertepunkte, links Saugseite, rechts Druckseite, die unteren Bilder sind auf den niederfrequenten Bereich bis 120 Hz fokussiert

Phasenwinkel ermittelt. Als Eingangssignal wird wie in Kapitel 6.4.1 die komplexe Geschwindigkeit benutzt. Da sich die Punkte außerhalb des Laufrades befinden, wird die Absolutgeschwindigkeit \vec{C} herangezogen. Um die Spektren zu glätten, wird der Mittelwert über alle 6 Punkte in Umfangsrichtung gebildet. Die gemittelten Spektren werden in Abbildung 7.7 gezeigt. Auf der y-Achse ist die Amplitude, d.h. der Betrag der Fourier-Koeffizienten dargestellt. Die Peaks im Spektrum sind auf der Saugseite wesentlich besser zu erkennen als auf der Druckseite. Punkt 3 (Mittelebene) zeigt die Peaks sehr deutlich bei folgenden Frequenzen 50 Hz, 100 Hz (Schaufelfrequenz und Harmonische) sowie 7, 21, 29, 36, und 57 Hz. Punkt 2 (nah der Deckscheibe) zeigt die gleichen deutlichen Peaks im Spektrum mit etwas geringeren Amplituden. Die Peaks bei 7 und 21 Hz stimmen mit der Analyse im Schaufelkanal und mit den Messungen überein, siehe Kapitel 6.4.1. Das Maximum der Amplitude liegt bei ca. 29 Hz dicht gefolgt von der Schaufelfrequenz. Auf Grund der Abtastfrequenz von 50 Hz ist dieser Peak in den Spektren aus Kapitel 6.4.1 nicht vorhanden. Es zeigt sich, dass die dort angewendete Filterung sinnvoll ist, um Ali-

asing Effekte zu vermeiden. Der Punkt 1 in der Saugleitung kurz oberhalb des Spaltes ist im Vergleich zu den anderen beiden Punkten weniger geeignet, um rotating stall zu detektieren. Das Spektrum zeigt Maxima bei 7, 21, 29 und 50 Hz, die Amplituden sind allerdings wesentlich geringer.

Auf der Druckseite ist das Rauschen wesentlich größer. Punkt 4 kurz hinter der Austrittskante zeigt lokale Maxima im Spektrum bei 50 Hz und 100 Hz. Weitere Peaks können nicht klar vom Rauschen abgegrenzt werden. Für Punkt 5 tritt nur die Schaufelfrequenz von 50 Hz deutlich hervor. Zusammenfassend lässt sich festhalten, dass die Punkte auf der Saugseite wesentlich besser geeignet sind, um rotating stall zu detektieren. Die Punkte vor den Schaufeln eignen sich besonders gut. Der Punkt in der Saugleitung ist weniger gut geeignet.

Für die Bestimmung der Anzahl der Ablösegebiete werden zu den aus den Spektren ermittelten Frequenzen die Phasenlagen herangezogen. Einer der 6 Punkte in Umfangsrichtung wird als Referenzpunkt ausgewählt. Für alle anderen Punkte wird die Differenz des Phasenwinkels zum Referenzpunkt ermittelt und über der Differenz des Umfangswinkels aufgetragen. Bei der Positionierung der Punkte auf dem Umfang ist es ratsam, die Punkte möglichst nicht gleichmäßig zu verteilen. Bei einer gleichmäßigen Verteilung können die Phasenlagen der einzelnen Punkte auf mehreren theoretischen Linien liegen, so dass eine eindeutige Zuordnung der harmonischen Ordnung nicht immer möglich ist. Im vorliegenden Fall wurde eine wachsende Differenz des Umfangswinkels zwischen den Punkten gewählt, um eine gewisse Unregelmäßigkeit in der Differenz des Umfangswinkels zu erhalten. Die gewählten Umfangswinkel sind 0, 35, 83, 144, 218 und 305°. Abbildung 7.8 zeigt ein solches Phasendiagramm. Für die Zuordnung der harmonischen Ordnung sind die theoretischen Linien für die ersten 5 Harmonischen einer Grundfrequenz eingetragen. Es sind sowohl vorwärts, als auch rückwärts rotierende Wellen möglich. Das Verfahren wurde zunächst mit der Blattfolgefrequenz von 50 Hz getestet. Dazu wurden die Punkte an Stelle 3 verwendet. Diese Punkte zeigen im Spektrum deutlich die Schaufelfrequenz und höhere Harmonische. Für 50 Hz liegen alle Punkte auf der theoretischen Geraden mit $N = 5$. Bei 5 Schaufeln ist die Schaufelfrequenz die 5. Harmonische der Drehfrequenz von 10 Hz. Man kann dem Phasendiagramm auch die Drehrichtung entnehmen. Die Welle läuft in Übereinstimmung mit der Rotationsrichtung der Maschine rückwärts, d.h. im Uhrzeigersinn.

Nachdem das Verfahren mit der Blattfolgefrequenz erfolgreich getestet wurde, sollen nun die anderen Frequenzen im Spektrum von Punkt 3 analysiert werden. Das Maximum der Amplitude wurde bei 28,9 Hz ermittelt. Das Phasendiagramm zu dieser Frequenz ist in Abbildung 7.9 zu sehen. Alle Punkte liegen auf einer Linie mit $N = 3$. Es rotieren also drei Ablösegebiete mit einer Frequenz von ca. 9,6 Hz. Die Drehrichtung ist wieder rückwärts, d.h. die Rotationsrichtung der Ablösegebiete stimmt mit der Rotationsrichtung der Pumpe überein. Die angegebene Frequenz ist im Absolutsystem ermittelt. Für eine Übertragung der Ergebnisse in das drehende Relativsystem muss die Drehfrequenz abgezogen werden. Es ergibt sich für eine Zelle eine Umlauffrequenz von 0,4 Hz entgegen der Drehrichtung. Für den Fall von 3 gleichzeitig umlaufenden Zellen ergibt sich eine Frequenz von 1,2 Hz. Dieses Ergebnis stimmt im Rahmen der Genauigkeit (Frequenzauflösung von 0,8 Hz) mit den Betrachtungen im Relativsystem (siehe Abschnitt 7.1.3) überein. Zwei weitere Maxima im Spektrum zeigen die Frequenzen 21 Hz und 7 Hz. Das Phasendiagramm

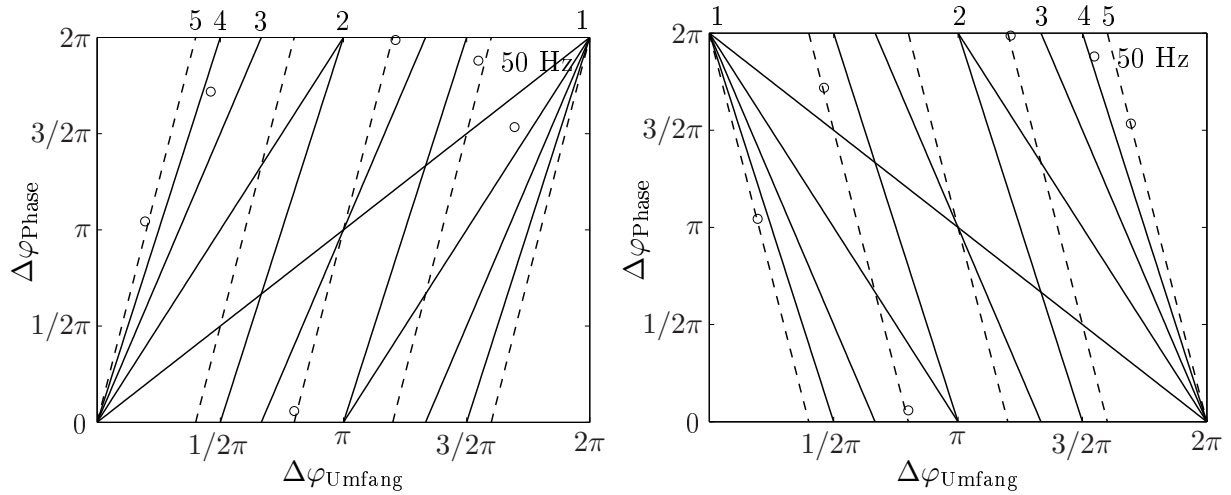


Abbildung 7.8: Phasendiagramm für Punkt 3, vorwärts und rückwärts laufende Wellen mit Schaufelfrequenz

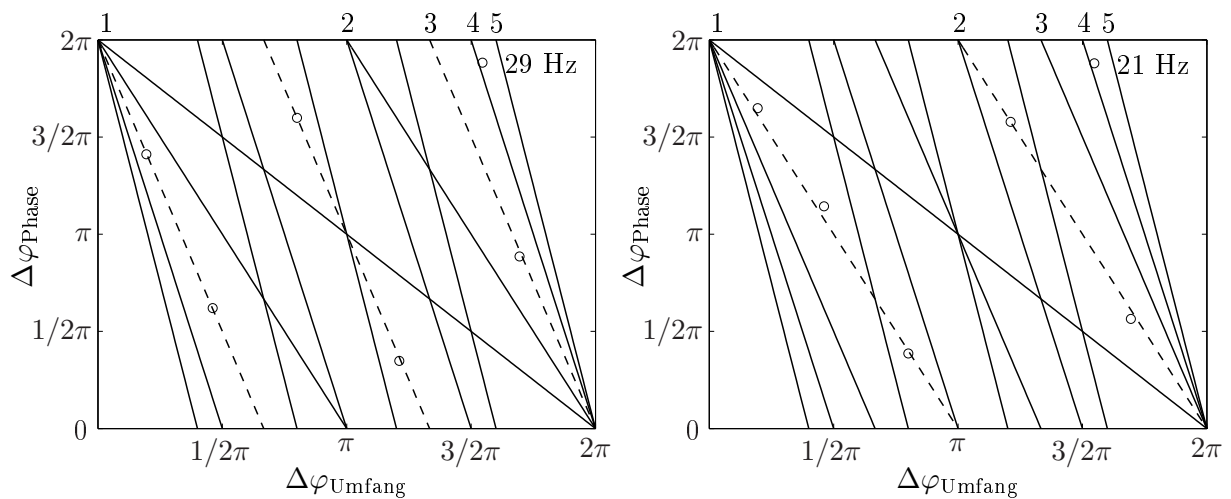


Abbildung 7.9: Phasendiagramme für Punkt 3, rückwärts laufende Wellen mit $f = 29$ Hz und $f = 21$ Hz

Punkt	f[Hz]	n	f [Hz]	n	f[Hz]	n	f[Hz]	n	f[Hz]	n
1	7	-	21,1	-	28,9	3				
2	7	-	21,1	2	28,9	3	35,9	-	57	-
3	7	1	21,1	2	28,9	3	35,9	-	57	-

Tabelle 7.1: Anzahl der Ablösegebiete bzw. harmonische Ordnung für die einzelnen Messpunkte

für 21,1 Hz ist in Abb. 7.9 rechts zu sehen. Für diese Frequenz wird eine harmonische Ordnung von 2 ermittelt. Die Grundfrequenz beträgt demnach 10,6 Hz. Auch diese Wellen laufen rückwärts. Analog zu den Betrachtungen bei 29 Hz ergibt sich ebenfalls eine Frequenz im Relativsystem von 1,2 Hz. Hier handelt es sich allerdings um 2 Zellen, die in Drehrichtung umlaufen.

Für die anderen Frequenzen und Punkte werden die Phasendiagramme nicht gezeigt. Die Ergebnisse sind in Tabelle 7.1 zusammenfassend dargestellt. Dort sind für die Punkte 1 bis 3 die wichtigen Frequenzen sowie die harmonische Ordnung aufgelistet. Die Drehfrequenz ist für diese Analyse nicht von Bedeutung und ist in der Tabelle nicht enthalten. Die Punkte 4 und 5 zeigen nur die Drehfrequenz. Es lässt sich also zusammenfassen, dass die Frequenz 29 Hz durch 3 gleichzeitig umlaufende Zellen charakterisiert wird. Alle drei Punkten auf der Saugseite zeigen dieses Ergebnis in der Analyse. Die beiden Punkte vor der Eintrittskante zeigen zusätzlich eine Frequenz von 21 Hz mit der harmonischen Ordnung von 2. Die Punkte 2 und 3 sind demnach am besten für die Analyse geeignet.

7.1.3 Verteilung des Massenstroms im Laufrad

Nach der Modellvorstellung von Emmons ist rotating stall durch eine Fluktuation des Massenstromes durch die einzelnen Kanäle gekennzeichnet. Die Simulationsdaten bieten die Möglichkeit, die Verteilung des Volumenstromes auf die einzelnen Kanäle im Relativsystem auszuwerten. Die Verteilung des Volumenstromes auf die Schaufelkanäle wird in Abb. 7.10 gezeigt. Man erkennt deutlich die periodische Fluktuation, welche von einem in den nächsten Kanal fortschreitet. Wenn die Ablösung den Kanal ausfüllt, fällt der Volumenstrom durch den Kanal auf ein Minimum ab. Die Frequenz der Fluktuation wird mit Hilfe einer FFT bestimmt. Das linke Bild in Abb. 7.10 zeigt das über alle Kanäle gemittelte Ergebnis. Die Frequenz beträgt in 1,6 Hz bei einer Frequenzauflösung von 0,8 Hz.

Die Summe der Volumenströme durch die Kanäle ist höher als der Volumenstrom am Eintritt der Maschine. Durch den Spalt zwischen Laufrad und Gehäuse fließt Fluid von der Druckseite zurück zur Saugseite und wird im Kreis gefördert. Die Druckdifferenz ist bei Teillast größer, der Spaltmassenstrom hängt demnach wesentlich vom Betriebspunkt ab. Im untersuchten Betriebspunkt fließen durch die Kanäle 136 % des Massenstroms am Eintritt. Der Spaltstrom trägt somit wesentlich zur Stabilisierung bei Teillast bei.

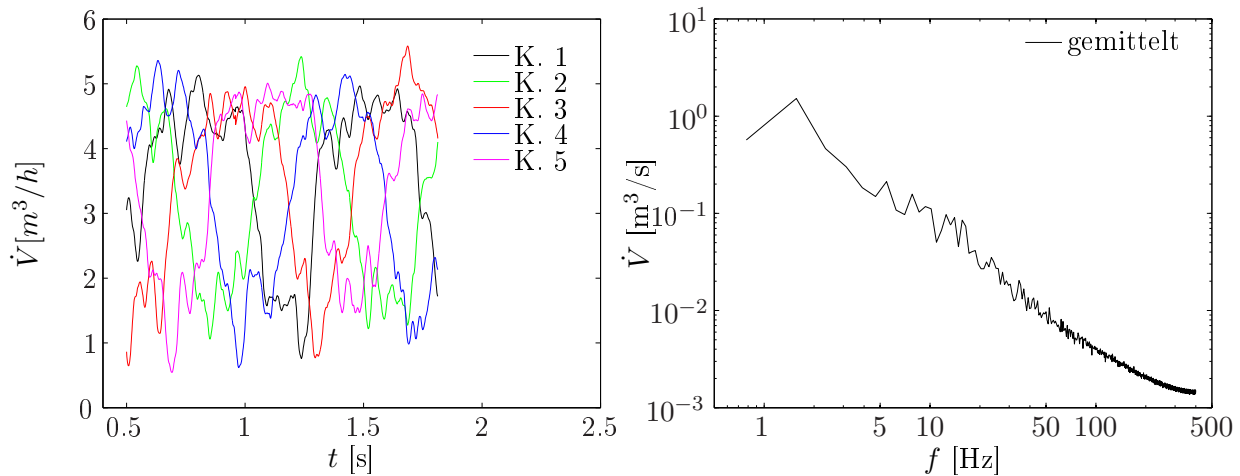


Abbildung 7.10: Verteilung des Volumenstromes auf die einzelnen Schaufelkanäle und gemittelteltes Spektrum

7.1.4 Phasenmittelung des Strömungsfeldes

Eine zentrales Anliegen dieser Arbeit ist die Reduktion der Information der CFD Ergebnisse. Aus einer Visualisierung des zeitabhängigen Geschwindigkeitsfeldes lässt sich auf Grund der starken Fluktuation nur wenig gewinnen. Eine Fokussierung auf das Phänomen rotating stall und damit auf die Dynamik der großskaligen Wirbel lässt sich durch verschiedene Methoden erreichen. Eine Reduktion auf die Bewegung der Wirbelkerne wurde bereits in Kapitel 7.1.1 gezeigt. In diesem Kapitel wird gezeigt, wie die Fourier-Transformation zur Reduktion der Strömung auf eine Periode des rotating stall genutzt werden kann.

Das periodische Strömungsfeld während des rotating stall lässt sich am besten mit einer Phasenmittelung charakterisieren. Dazu ist es notwendig, eine Simulation über mehrere Perioden durchzuführen. Auf Grund der niedrigen Frequenz von ca. 1Hz für das rotating stall im Relativsystem sind dafür extrem lange Zeitreihen erforderlich. Um 5 Perioden zu simulieren wären demnach etwa 50 Umdrehungen des Laufrades notwendig. Mit dem feinen Gitter ist dies nur mit extrem großen Rechenaufwand möglich. Hinzu kommt, dass für eine korrekte Phasenmittelung die Daten mit der gewünschten Frequenz gespeichert werden müssen. Wenn die Frequenz vorher bekannt ist, lässt sich die Zeitschrittweite so anpassen, dass die Daten mit der gewünschten Periodizität herausgeschrieben werden. Die Analysefrequenz ist aber in der Regel das Ergebnis der Simulation. Wenn nun der gleiche Datensatz für eine andere Analysefrequenz gemittelt werden soll, kann es leicht passieren, dass die Daten nicht mit der notwendigen Periodizität vorliegen. Man benötigt also ein Verfahren, dass unabhängig von der Frequenz ist, mit der die Zeitschritte gespeichert werden.

Eine weitere Möglichkeit eine Periode darzustellen bietet die orts aufgelöste Fourier-Transformation. Für eine gewählte Frequenz aus dem ermittelten Spektrum des Geschwindigkeitsfeldes werden Amplitude A und Phasenwinkel φ_0 in jedem Punkt des Auswertungsgitters ermittelt. Für die Darstellung einer Periode mit n Einzelbildern wird eine Rücktrans-

formation in den Zeitbereich mit einer entsprechenden Phasenverschiebung durchgeführt.

$$A_{i,j} = A_{0,i} + A_{i,k} \left(\cos \left(2\pi \frac{j}{n} \right) + \varphi_{0,i,k} \right) \quad (7.1)$$

In Gleichung 7.1 bezeichnet der Index i die einzelnen Punkte, der Index j steht für das einzelne Bild und k steht für die gewählte Frequenz. Damit das komplette Strömungsfeld und nicht nur die Fluktuation abgebildet wird, muss für jeden Punkt der Mittelwert A_0 addiert werden. Für die Darstellung als Vektorplot in der Ebene muss das Verfahren jeweils für die radiale und die Umfangskomponente der Relativgeschwindigkeit durchgeführt werden. Diese Methode wird später auch für die Darstellung von Anregungsformen durch die Fluktuationen des Druckes benutzt. Der Vorteil dieses Verfahrens ist, dass man für jede diskrete Frequenz des Spektrums eine Phasenmittelung durchführen kann. Die Phasenmittelung ist damit unabhängig von der Zeitschrittweite mit der die Daten geschrieben werden¹. Abbildung 7.11 zeigt die periodische Änderung des Strömungsfeldes im Relativsystem mit der Umlauffrequenz des rotating stall. Der Mittelpunkt eines Wirbels wurde mit dem Γ_1 Kriterium in der 2D Variante ermittelt und in der Abbildung markiert. Wirbel, die in Drehrichtung der Maschine rotieren, sind mit einem '+' gekennzeichnet. Entgegengesetzt rotierende Wirbel sind mit einem 'x' markiert. Leider werden kleinere Wirbel, die sich in der Nähe der Schaufel befinden nicht sicher vom gewählten Kriterium detektiert. Die Zentren der großen Wirbel werden zuverlässig ermittelt. Eine Periode wird in 6 Bildern mit einer entsprechenden Phasenverschiebung von $2\pi/6$ dargestellt. Die Schaufelkanäle sind im Bild nummeriert. Um die Abbildung übersichtlicher zu gestalten wurde nur jeder zweite Vektorpfeil gezeichnet. Es ist zu sehen, dass in jedem Bild zwei gegenüberliegende Kanäle von einem großen Wirbel blockiert werden. In Bild 1 sind dies z.B. die Kanäle 3 und 5. Dazu kommt in allen Phasenlagen ein Kanal mit einem etwas kleineren Wirbel auf der Saugseite. Lediglich in Bild 1 werden zwei kleinere Wirbel detektiert, wobei der Wirbel in Kanal 2 nur eine sehr geringe Ausdehnung hat. Jeweils zwei Kanäle werden ohne größere Wirbel durchströmt. Insgesamt sind also in in fast allen Phasenlagen drei gleichzeitig in Drehrichtung rotierende Wirbel mit unterschiedlicher Ausdehnung im Kanal zu erkennen. Auf Grund der Schaufelzahl von 5 ist es auch nicht möglich, dass sich ein gleichmäßiges Muster von weniger als 5 Wirbeln ausbilden kann. Jedes mal wenn der große Wirbel seine maximale Ausdehnung erreicht hat, ist auf der Druckseite der Schaufel ein entgegengesetzt rotierender Wirbel zu erkennen. Dieser Wirbel verschwindet allerdings in einer Periode vollständig, wogegen der Wirbel auf der Saugseite in jeder Phasenlage aus dem Vektorbild identifiziert werden kann. Die Ausdehnung geht aber auf ein Minimum zurück. In Bild 5 ist schön zu erkennen, wie durch die Fehlanströmung der Eintrittskante die Strömung auf der Saugseite ablöst (Kanal 5). Dieses kleinere Ablösegebiet entsteht zusätzlich zu der Ablösung stromab auf der Saugseite der Schaufel. In Bild 6 ist die Ablösung an der Eintrittskante nicht mehr vom großen Kanalwirbel zu unterscheiden.

Die Entwicklung des stalls wird im Folgenden für einen festen Kanal diskutiert, dazu ist die Abbildung 7.12 auf den Bereich um Kanal 4 fokussiert. Die Bilder zeigen nun die volle

¹Die Frequenz, mit der die Daten geschrieben werden, bestimmt das ermittelte Spektrum. Damit liegt natürlich eine Abhängigkeit vor. Die nachträgliche Phasenmittelung mit der Fourier-Transformation ist aber nicht mehr von der Frequenz der Datenspeicherung abhängig.

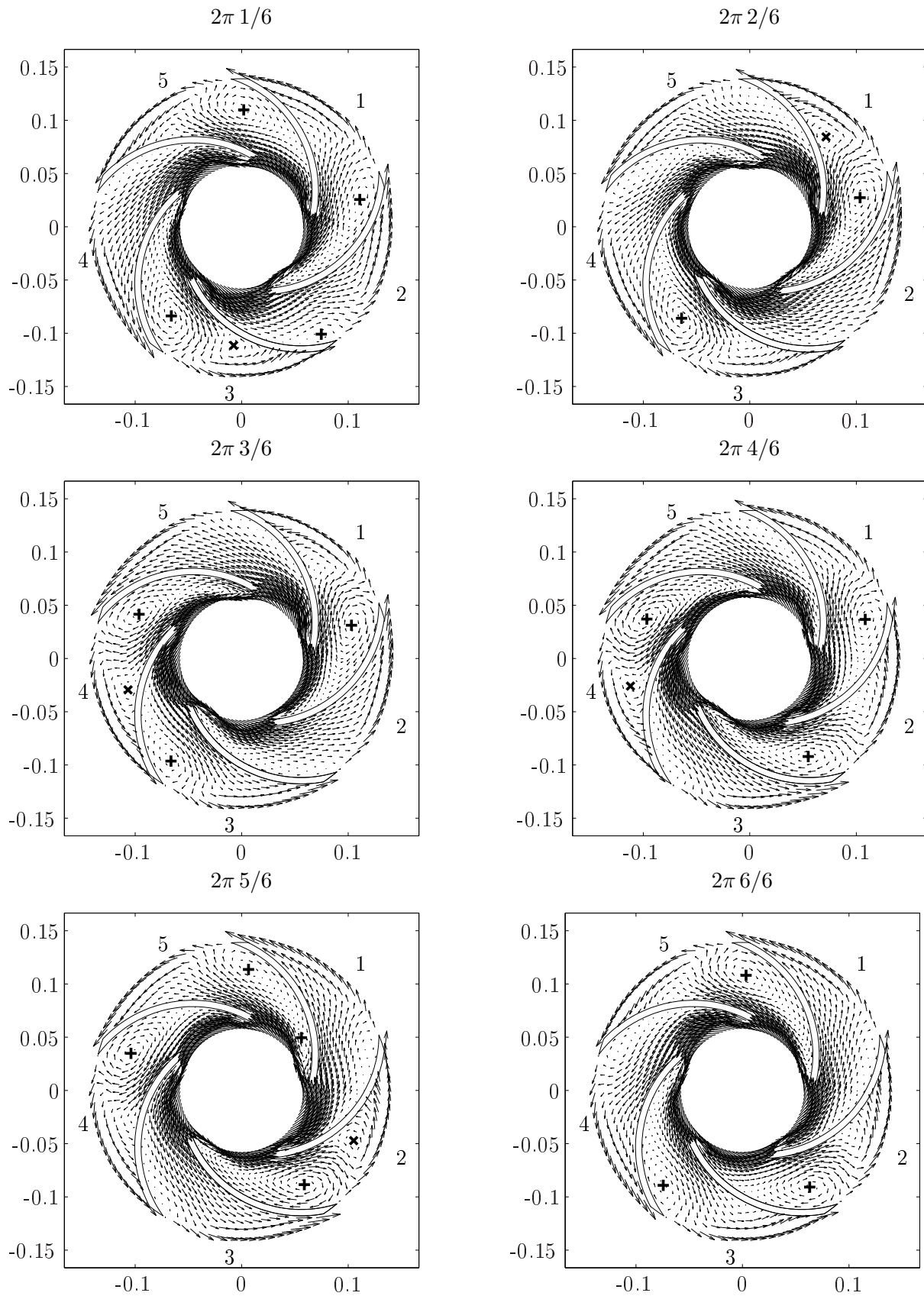


Abbildung 7.11: Periodische Fluktuation der Geschwindigkeit im Relativsystem, Darstellung einer Periode mit 1.6 Hz

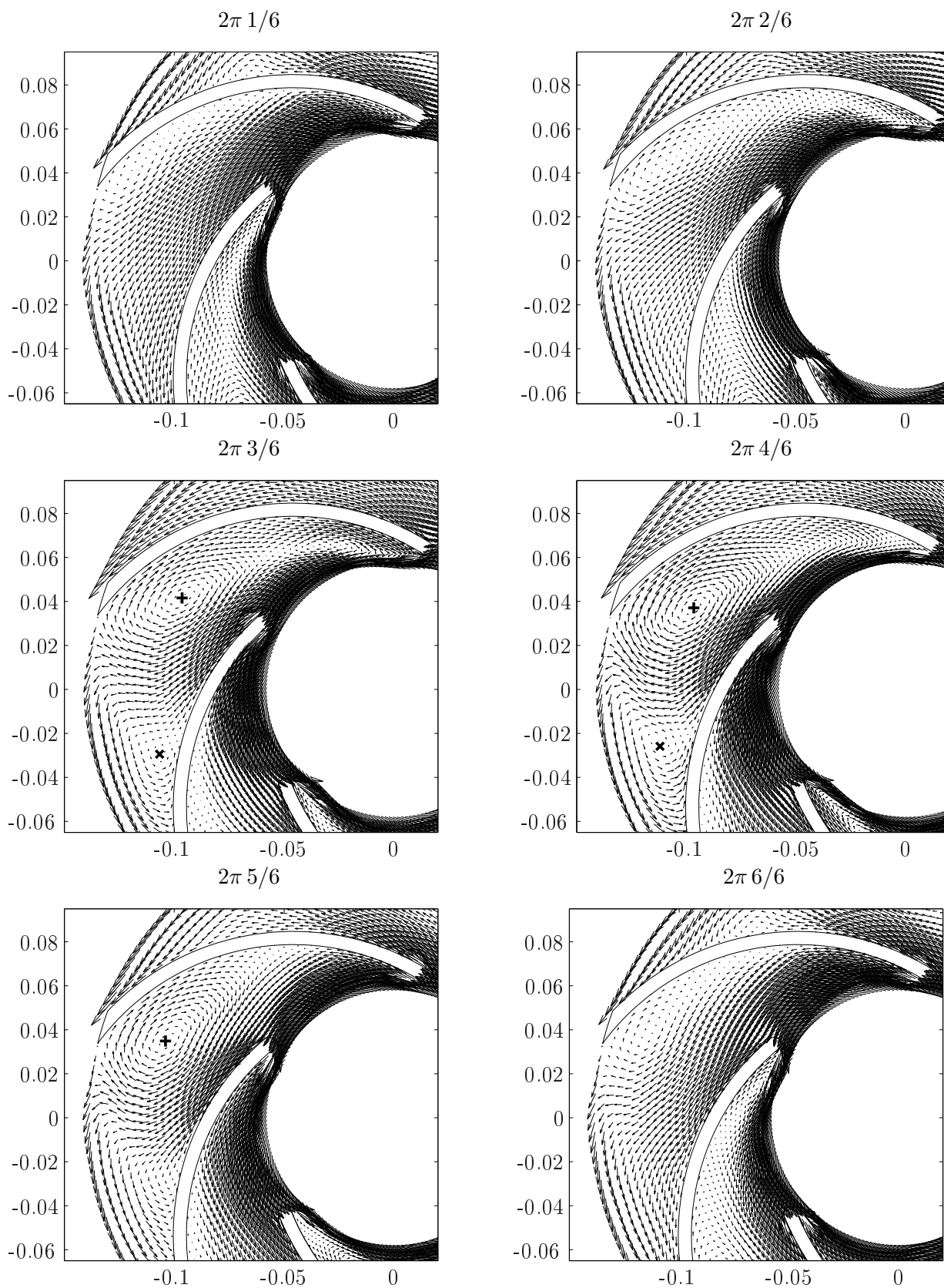


Abbildung 7.12: Periodische Fluktuation der Geschwindigkeit im Relativsystem, Darstellung einer Periode mit 1.6 Hz, Zoom auf Kanal 4

Auflösung mit der das Geschwindigkeitsfeld ausgewertet wurde. Der Kanal 4 zeigt in der ersten Phasenlage eine gesunde Kanalströmung, lediglich an der Saugseite in der Nähe der Hinterkante ist ein kleines in Drehrichtung rotierendes Wirbelgebiet zu erkennen, dass auf Grund der Nähe zur Schaufel nicht mit dem Γ_1 Kriterium detektiert wird. Auffällig ist außerdem eine Richtungsänderung der Strömung von der Saugseite zur Druckseite im hinteren Bereich des Kanals. Das nächste Bild zeigt die beginnende Ablösung an der Eintrittskante (bei näherer Betrachtung der Eintrittskante zu erkennen). Das Ablösegebiet an der Hinterkante ist im Vergleich zur Phasenlage $2\pi 1/6$ etwas vergrößert. Das Zentrum des Wirbels bewegt sich von der Schaufel weg und leicht in Richtung Eintrittskante. Der Wirbel an der Eintrittskante und der Wirbel im Kanal sind klar voneinander zu unterscheiden. Bei einem Phasenwinkel von $3\pi/6$ ist der gesamte Kanal durch einen großen Wirbel blockiert. Zusätzlich bildet sich ein entgegengesetzt rotierender Wirbel auf der Druckseite von Kanal 4. Der kleine Wirbel an der Eintrittskante schwimmt von der Eintrittskante ab, aber ist noch als eigenständiger Wirbel zu erkennen. Eine Phasenlage weiter ist der Wirbel an der Eintrittskante mit dem großen Kanalwirbel verschmolzen. Der große in Drehrichtung rotierende Wirbel hat seine größte Ausdehnung erreicht. An der Eintrittskante ist bereits eine leichte Stabilisierung der Strömung erkennbar. Im hinteren Bereich des Kanals ist keine wesentliche Änderung festzustellen. Im vorletzten Bild liegt die Strömung an der Eintrittskante wieder an. Der große Wirbel dominiert weiter das Strömungsfeld, die Ausdehnung nimmt allerdings etwas ab. Auch der Wirbel auf der Druckseite der Schaufel wird wieder kleiner. In der letzten Phasenlage ist der Wirbel auf der Saugseite wesentlich verkleinert. Man erkennt deutlich das Aufstauen der Strömung vor dem Wirbel und die Richtungsänderung der Strömung zur Druckseite. Der Wirbel auf der Druckseite ist wieder vollständig verschwunden. Die Tatsache, dass der Wirbel an der Eintrittskante sich getrennt vom großen Kanalwirbel ausbildet, und nicht weiter in den Kanal abschwimmt, wird auch durch die Verfolgung der Bahnlinien in Abschnitt 7.1.1 belegt. Die Bahnlinien zeigen, dass der Wirbel an der Eintrittskante nur ein kurzes Stück stromab verfolgt werden kann.

Die Vektordarstellungen zeigen, dass auf der Saugseite des Kanals immer ein Wirbel vorhanden ist, der aber in der Ausdehnung sehr stark schwankt. Der kleinere Wirbel der durch die Fehlanströmung der Eintrittskante gebildet wird, schwimmt stromab und vereinigt sich mit dem großen Kanalwirbel. Der entgegengesetzt rotierende Wirbel auf der Druckseite ist nur etwa für die Hälfte einer Periode vorhanden.

7.1.5 Einsetzen von rotating stall

Von besonderer Bedeutung ist die Frage, bis zu welchem Betriebspunkt die Maschine stabil arbeitet. Es wird also der kritische Volumenstrom gesucht, bei dem rotating stall einsetzt. Zu diesem Zweck wird der Massenstrom durch die Maschine zeitabhängig gedrosselt. Eine zeitabhängige Drosselung ist schon von anderen Autoren eingesetzt worden um das Strömungsfeld über die gesamte Kennlinie in einer Simulation zu bestimmen. In der Dissertation von Treutz [130] wird die gesamte Kennlinie einer Kreiselpumpe mit einer transienten Simulation ermittelt. Die Simulation wurden sowohl mit abnehmenden als auch mit zunehmenden Volumenstrom durchgeführt, Details über Drosselgesetz und

Drosselrate werden nicht angegeben. Die zeitliche Änderung des Volumenstromes äußert sich in einer Überschätzung der Druckerhöhung für die Simulation mit abnehmenden Volumenstrom. Im Fall eines zunehmenden Volumenstroms wird eine zu niedrige Druckerhöhung festgestellt. Unterschiede zeigen sich vor allem im Teillastbereich. Der Effekt konnte durch eine Verkleinerung der Drosselrate reduziert werden. He und Ismael [61] zeigen Simulationsergebnisse zum Einsetzen von rotating stall in einem transsonischen Axialverdichter. Die Drosselung erfolgt dabei durch ein einfaches Drosselmodell, bei dem der Druck am Austritt von der mittleren Geschwindigkeit abhängig gemacht wird.

Da eine vergleichsweise große relative Änderung des Massenstromes erfolgt, wird ein exponentiell abfallender Zeitverlauf vorgegeben. Die relative Änderung des Massenstromes ist mit einem exponentiellen Verlauf zu jedem Zeitpunkt konstant.

$$\dot{m}(t) = \dot{m}_0 e^{-t/\tau_m} \quad (7.2)$$

Der zeitliche Verlauf des Massenstromes hängt vom Startwert \dot{m}_0 und von der Zeitkonstanten τ_m ab. Die Messungen für das Laufrad mit Kreisbogenschaukeln zeigen rotating stall ab ca. 35 % Teillast. Die Messungen wurden in verschiedenen Betriebspunkten mit jeweils konstantem Volumenstrom durchgeführt. Die Schrittweite zwischen den einzelnen Experimenten beträgt 5 % des Nominalvolumenstromes. Der Startwert für die Simulation wurde auf das Doppelte des experimentell ermittelten kritischen Massenstromes gesetzt, d.h. $\dot{m}_0 = 0,7 \dot{m}_{\text{Design}}$. Die Drosselung muss so langsam erfolgen, dass die Strömung im Kanal nur wenig durch die zeitliche Änderung der Anströmgeschwindigkeit beeinflusst wird. Auf der anderen Seite wird die Simulationszeit durch kleine Zeitkonstanten stark erhöht. Die Zeitkonstante wurde so gewählt, dass in einer Umdrehung der Massenstrom durch die Maschine um 2 % verringert wird, d.h. $\tau_m = 5$ s. Für eine Reduzierung des Massenstromes auf die Hälfte werden damit 35 Umdrehungen benötigt. Die Simulationen werden auf dem Gitter mit 6,7 Millionen Gitterpunkte mit dem SAS Modell durchgeführt. Für das feine Gitter lässt sich eine so große Anzahl von Umdrehungen nicht in vertretbarer Zeit simulieren. Die Zeitschrittweite wurde wie für die Simulation bei konstantem Volumenstrom auf 320 Schritte pro Umdrehung festgelegt. Die Randbedingungen für Geschwindigkeitsprofil, Turbulenzgrößen und Druck sind identisch mit denen der Simulationen bei konstantem Volumenstrom.

Laufrad mit Kreisbogenschaukeln

Zunächst werden die Berechnungsergebnisse für das Laufrad mit einfachen Kreisbogenschaukeln diskutiert. In Abbildung 7.13 ist die simulierte Kennlinie im Vergleich mit den experimentellen Daten gezeigt. Die Fluktuationen der Druckerhöhung wurden durch gleitende Mittelwertbildung geglättet. Die ersten 5 Umdrehungen sind wesentlich von der Startlösung beeinflusst, die Mittelung startet erst nach dieser Einschwingzeit. Die Mittelung erfolgt zentral über 2 Umdrehungen. Die Druckerhöhung wird wie in den Simulationen mit festem Betriebspunkt etwas zu niedrig vorhergesagt. Die Simulation zeigt einen Abfall der ansonsten flachen Kennlinie bei $\varphi \sim 0,039$. Ein solcher Abfall ist ein Indiz für das Einsetzen von rotating stall.

Mit Hilfe der Wavelet-Transformation wird das zeitabhängige Spektrum an den in Abschnitt 7.1.2 beschriebenen Punkten auf der Saugseite untersucht. Rotating stall wird wie

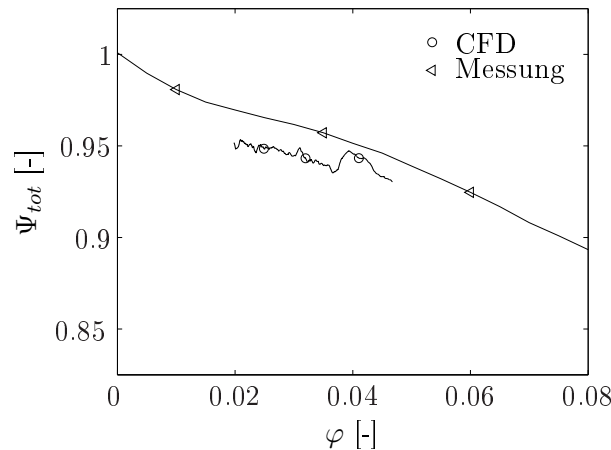


Abbildung 7.13: Druckerhöhung für Simulation mit zeitabhängigem Volumenstrom, Kreiselpumpe mit Kreisbogenschaufeln

bereits geschildert durch eine klar messbare Frequenz im Spektrum von Druck oder Geschwindigkeit charakterisiert. Die Abtastung erfolgt wieder im Absolutsystem, d.h. das Laufrad rotiert an den Auswertepunkten vorbei. Es wurde wegen der begrenzten Speicherkapazität jeder vierte Zeitschritt gespeichert; die Abtastrate beträgt damit 800 Hz. Es sind aus der Literatur zwei verschiedene Mechanismen bekannt, die zur Ausbildung von rotating stall führen können. Day [25] hat in seiner Arbeit den sog. „spike type stall“ beschrieben. Dieser Typ ist dadurch gekennzeichnet, dass rotating stall plötzlich durch eine Störung in der Strömung einsetzt. Bis zur vollen Ausbildung des rotating stall vergehen nur wenige Umdrehungen des Rotors. Daneben wurde z.B. von Garnier, Epstein und Greitzer [46] ein weiterer Mechanismus beobachtet, der als modale Welle bezeichnet wird. Bei diesem Typ sind lange vor dem ausgebildeten rotating stall bereits rotierende Wellen mit geringer Amplitude messbar. Diese Wellen können einige hundert Umdrehungen vor dem eigentlichen rotating stall auftauchen. Mit Hilfe der Wavelet-Transformation der Geschwindigkeit an den einzelnen Messpunkten soll geklärt werden, welcher Mechanismus in der Kreiselpumpe vorherrscht und bei welchem Massenstrom rotating stall einsetzt. Die spektrale Leistung der Wavelet-Transformation für die Geschwindigkeit am gewählten Auswertungspunkt vor der Eintrittskante der Schaufel ist in Abb 7.14 dargestellt. Der Betrag der Geschwindigkeit ist als Eingangssignal nicht geeignet. Die Geschwindigkeitskomponenten ändern die Richtung und damit das Vorzeichen, diese Information geht mit dem Betrag verloren. Statt dessen werden die Geschwindigkeitskomponenten getrennt analysiert. Zu Beginn der Simulation ist deutlich die Schaufelfrequenz (50 Hz) zu erkennen. Unterhalb einer Flussziffer von $\varphi = 0,038$ dominiert im Leistungsspektrum die Frequenz von ca. 29 Hz. Diese Frequenz wurde auch mit der Fourier-Transformation der Einzelpunkte vor der Eintrittskante als dominante Frequenz im Spektrum ermittelt (Kap. 7.1.2). Die Frequenz des rotating stall ist weitgehend unabhängig vom Volumenstrom. Die Messungen zeigen eine minimale Abnahme der Umlauffrequenz mit sinkendem Volumenstrom. Die Abnahme ist allerdings deutlich unter 1 Hz. Das Einsetzen von rotating stall ist abrupt, ohne dass vorher Wellen kleiner Amplitude umlaufen. Die Drosselrate ist mit 2 % Volumenstrom pro Umdrehung aber wahrscheinlich zu groß, um eventuell vorhandene

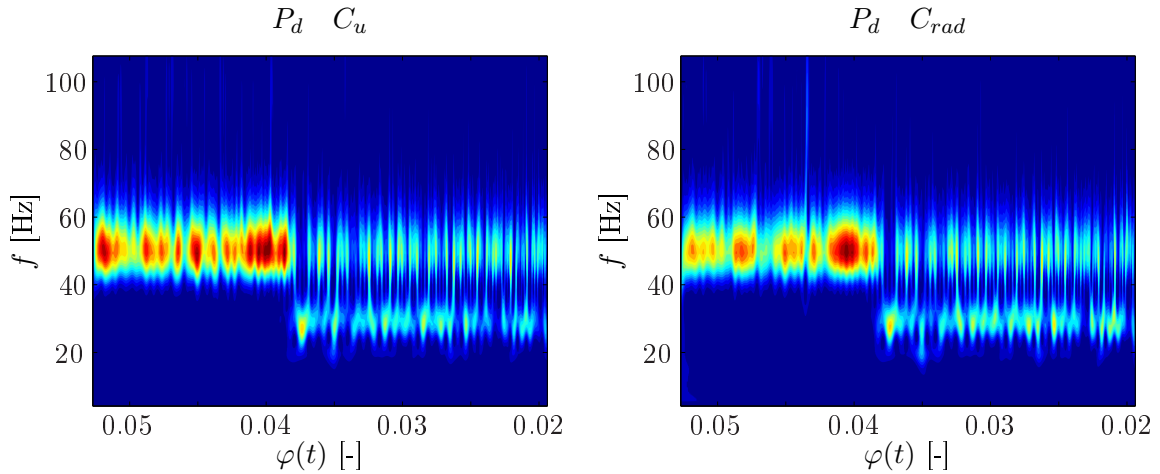


Abbildung 7.14: Leistungsspektrum der Wavelet-Transformation der Absolutgeschwindigkeit vor der Eintrittskante, Laufrad mit Kreisbogenschaukeln

modale Wellen zu detektieren.

Bezogen auf den Optimalpunkt setzt rotating stall in der Simulation bei 50 % Last ein. Im Experiment wurde rotating stall erst unterhalb 35 % Last festgestellt. Allerdings trat ab 50 % Volumenstrom in der Messung eine stehende Ablösung in einem festen Kanal auf. Von Krause wurde in seiner Dissertation [78] gezeigt, dass dieser Effekt mit einer leichten Asymmetrie des Laufrades zusammenhängt. Der betreffende Kanal weist einen etwas größeren Umfangswinkel im Vergleich zu den anderen Kanälen auf.

Laufrad mit punktweise berechneter Schaufel

In der Dissertation von Krause [78] wurde gezeigt, dass für das Laufrad mit punktweise berechneter Schaufel erst bei ca. 25 % Teillast rotating stall einsetzt. Für diese Konfiguration wurde ebenfalls eine transiente Simulation des Teillastverhaltens durchgeführt. Als Startwert wurde $\dot{m}_0 = 0,5 \dot{m}_{\text{Design}}$ gesetzt, die Zeitkonstante beträgt ebenfalls 5 s. Das Rechengitter hat für diesen Fall 6,6 Millionen Gitterpunkte. Die ermittelte Kennlinie und der Vergleich mit Simulationsdaten wird in Abbildung 7.15 dargestellt. Die simulierte Kennlinie zeigt einen relativ glatten Verlauf unterhalb der Messdaten. Der kleine Abfall der Kennlinie kurz unterhalb des maximalen φ kann noch von den Anfangsbedingungen herrühren. Die Spektralanalyse mit Hilfe der Wavelet-Transformation in Abbildung 7.16 zeigt keine Änderung im Spektrum bei diesem Volumenstrom. Über die gesamte Simulation dominiert die Schaufelfrequenz das Spektrum. Rotating stall wird nicht detektiert. Die Simulation wurde nach 50 Umdrehungen bzw. bei 17 % des Nominalvolumenstroms abgebrochen. Die Messungen zeigen für dieses Laufrad rotating stall unterhalb von 25 % Volumenstrom.

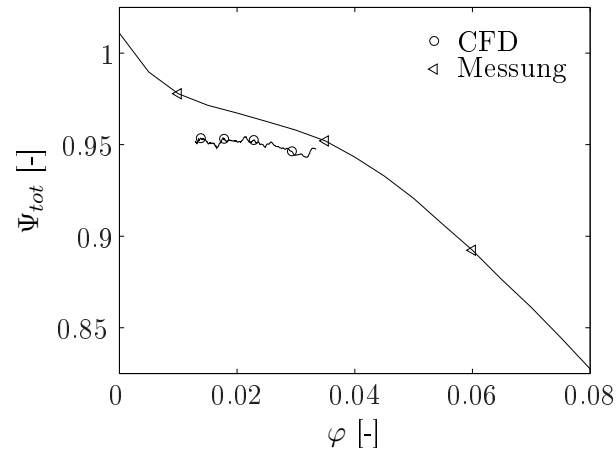


Abbildung 7.15: Druckerhöhung für Simulation mit zeitabhängigem Volumenstrom, Kreisel-
pumpe mit punktweise berechneter Schaufel

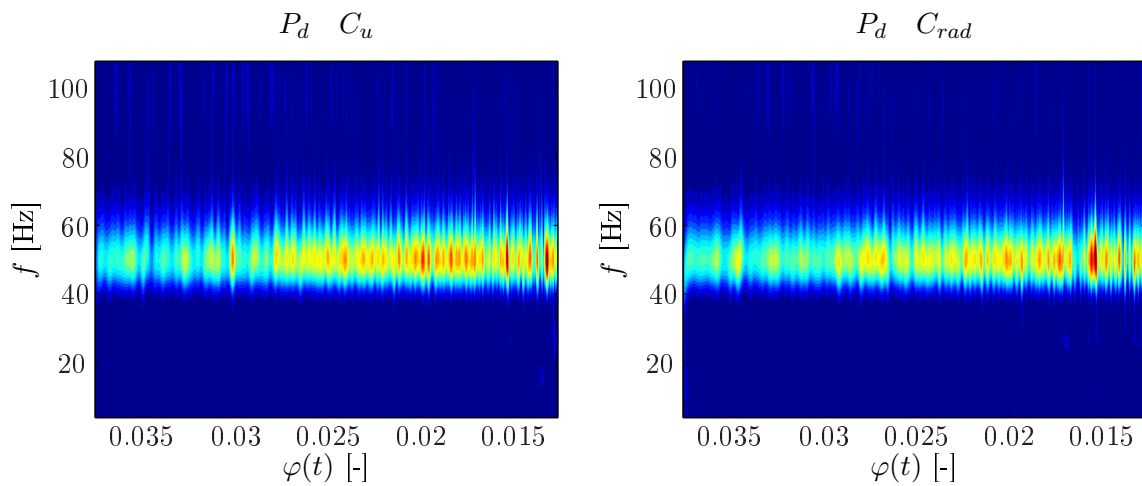


Abbildung 7.16: Leistungsspektrum der Wavelet-Transformation der Geschwindigkeit vor der
Eintrittskante, Laufrad mit punktweise berechneter Schaufel



Abbildung 7.17: Schwingungsformen einer Kreisscheibe, links 5 Knotendurchmessern ($N_P = 5$), rechts ein Knotenkreis

7.2 Anregung der Struktur durch instationäre Druckkräfte

Die Analyse der instationären Daten soll genutzt werden, um das Potential der Schwingungsanregung zu beschreiben. Die Resonanzbedingung, d.h. dass Anregungsfrequenz und Eigenfrequenz übereinstimmen, ist dafür von zentraler Bedeutung. Es handelt sich bei einem Ventilator um eine komplexe dreidimensionale Geometrie, die komplizierte Eigenformen ausbildet. Besonders kritisch ist eine Frequenz dann, wenn auch die lokale Verteilung der Last mit einer Eigenform übereinstimmt. Wenn dagegen die Kräfte vorwiegend in Schwingungsknoten angreifen, sind keine großen Schwingungen im Resonanzfall zu erwarten. Es wird in diesem Kapitel gezeigt, wie sich die lokale Verteilung von Amplituden der Anregung bestimmen lassen. Diese lokale Verteilung wird im Weiteren mit Anregungsform bezeichnet.

7.2.1 Anregungsbedingungen

Sälzle hat in seiner Dissertation [111] Anregungsbedingungen für die Schwingungsanregung von scheibenförmigen rotierenden Strukturen angegeben. Dabei ist die Eigenform der Struktur von Bedeutung. Die Eigenformen von scheibenförmigen Strukturen lassen sich durch Knotendurchmesser und Knotenkreise charakterisieren (Abb. 7.17). Zur Charakterisierung der Schwingungsform wird ein Periodizitätsparameter N_p eingeführt, der ein Maß für die Periodizität einer Schwingungsform darstellt [111]. Grundsätzlich sind für Laufräder von Radialmaschinen komplexere Eigenformen möglich. Die Eigenformen der Laufräder insbesondere der niedrigeren Eigenfrequenzen lassen sich dennoch oft Knotenkreisen bzw. Knotendurchmessern zuordnen. Durch die Schaufeln entsteht eine rotationsperiodische Struktur mit z Substrukturen. Die Anzahl der Wellen N_w am Umfang

muss nicht mit dem Periodizitätsparameter übereinstimmen.

$$N_w = |iz \pm N_p| \quad \text{mit} \quad i = 0, 1, 2 \dots \quad (7.3)$$

Die Bedingung 7.3 gewährleistet die Stetigkeit, d.h. dass für jede Welle die Verschiebung an den Schaufeln den gleichen Wert annimmt. Für Details wird z.B. auf die Arbeit von Sälzle verwiesen.

Nachdem die Schwingungsformen für rotationsperiodische Strukturen kurz gezeigt wurden, werden nun die Resonanzbedingungen angegeben. Für eine rotierende Kreisscheibe, die mit einer einzelnen Kraft mit der Erregerfrequenz f_e (gemessen im stationären Bezugssystem) belastet wird gilt die folgende Resonanzbedingung [15, 111]:

$$f_e = f_{N_p} \pm N_p f_n \quad (7.4)$$

Im Folgenden wird in der Regel von einer stationären Kraft im Absolutsystem ausgegangen, d.h. $f_e = 0$. Diese Kraft kann z.B. durch eine unsymmetrische Druckverteilung in einem Spiralgehäuse erzeugt werden. Die Anregung erfolgt durch die Rotation des Laufrades über die stationäre Druckverteilung. In Gleichung 7.4 ist N_p die Anzahl der Knotendurchmesser und f_{N_p} die zugehörige Eigenfrequenz. Die Schwingung einer Scheibe lässt sich durch zwei gegeneinander laufende Wellen darstellen, die mit der gleichen Frequenz f_{N_p} umlaufen. Bei Rotation wird von einem Beobachter im stationären System die vorwärts laufende Welle mit einer Frequenz $f_{N_p} + N_p f_n$ und die rückwärts laufende Welle mit der Frequenz $f_{N_p} - N_p f_n$ gemessen. Wenn nur eine Kraft angreift, ist die Lage am Umfang nicht von Bedeutung. Für eine Resonanz muss also lediglich die Frequenzbedingung erfüllt sein. Ist anstelle einer einzelnen Kraft ein Erregerfeld bestehend aus s diskreten gleich großen Einzelkräften vorhanden, muss die Form der Anregung zur Schwingungsform passen.

$$f_{N_p} = N_p f_n \quad (7.5)$$

$$p = is \quad \text{mit} \quad i = 1, 2, 3 \dots \quad (7.6)$$

Ein solches diskretes Erregerfeld wird durch gleichmäßig über dem Umfang angeordnete Störkörper erzeugt. Beispiele für solche Störkörper sind beschaufelte Diffusoren als Nachleiteinrichtung oder geteilte Sammelspiralen. Für die Regelung von Turbomaschinen werden manchmal Schaufeln in die Saugleitung eingebracht um einen Vordrall zu erzeugen. Die Nachläufe dieser Schaufeln können ebenfalls zur Schwingungsanregung führen. Im allgemeinen Fall eines Erregerfeldes, dass kontinuierlich am Umfang der Scheibe anliegt, gibt Sälzle die folgende Resonanzbedingung für ein harmonisches Erregerfeld der Ordnung s an.

$$f_{N_p} = N_p f_n \quad (7.7)$$

$$N_p = s \quad (7.8)$$

Für den Fall einer periodischen Struktur mit z Schaufeln lassen sich ebenfalls Resonanzbedingungen angeben. Dabei ist gemäß Gleichung 7.3 der Periodenparameter durch die Anzahl Wellen zu ersetzen. $kz \pm N_p$ bezeichnet die Anzahl der über dem Umfang umlaufenden Wellen. Die Bedingungen lauten [111] für eine Einzelkraft:

$$f_{N_p} = |\pm (kz \pm N_p) f_n \pm f_e| \quad \text{mit} \quad k = 0, 1, 2 \dots \quad (7.9)$$

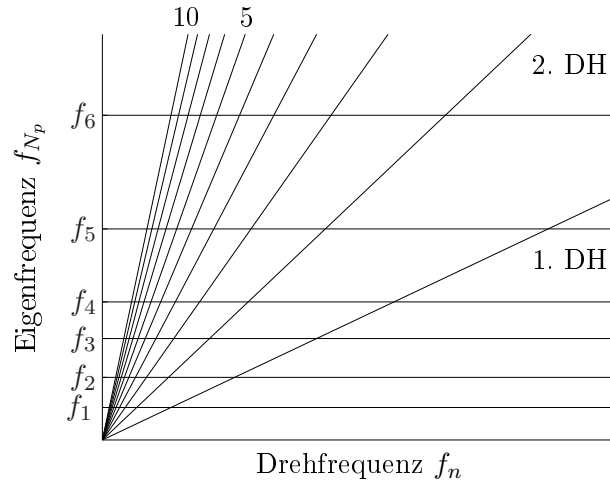


Abbildung 7.18: Campbell Diagramm

Für ein Erregerfeld mit s Einzelkräften gilt die Bedingung:

$$f_{N_p} = isf_n \quad (7.10)$$

$$kz \pm N_p = is \quad \text{mit} \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad \text{und} \quad i = 1, 2, 3, \dots \quad (7.11)$$

Für ein kontinuierliches harmonisches Erregerfeld lässt sich ebenfalls die Resonanzbedingung angeben.

$$f_{N_p} = sf_n \quad (7.12)$$

$$kz \pm N_p = s \quad \text{mit} \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (7.13)$$

Die Anzahl der umlaufenden Wellen muss also mit der harmonischen Ordnung s des Erregerfeldes übereinstimmen. Dieser allgemeine Fall ist die Basis für die weiteren Ausführungen.

Das bereits angesprochene Campbell Diagramm stellt den Zusammenhang zwischen Eigenfrequenz und Anregung durch die Drehfrequenz dar. Abbildung 7.18 zeigt ein solches Diagramm. Die Erregerfrequenzen werden als harmonische der Drehfrequenz aufgetragen. Alle Schnittpunkte mit den Eigenfrequenzen können Resonanzpunkte darstellen, nach den Gleichungen 7.4 - 7.13 kommen aber nur ausgewählte Schnittpunkte in Frage. Das dargestellte Campbell Diagramm zeigt vereinfachend Eigenfrequenzen, die von der Drehzahl unabhängig sind. In der Regel wirkt die Zentrifugalkraft versteifend, d.h. die Eigenfrequenzen steigen mit der Rotationsfrequenz leicht an.

Alle bisherigen Betrachtungen gelten für Kräfte im stationären System. Fluktuationen dieser Kräfte lassen sich messtechnisch einfach bestimmen. Über die Fluktuation der Kräfte im drehenden Relativsystem ist allerdings wenig bekannt. Der folgende Abschnitt befasst sich mit der Analyse der Kräfte im Relativsystem. Zur Vereinfachung werden nur Fluktuationen des Druckes betrachtet, die viskosen Kräfte werden vernachlässigt. Die Scherkräfte sind insbesondere bei Luftströmungen klein. Außerdem sind die Scherkräfte tangential zur Oberfläche gerichtet und können damit keine Schwingung der Scheiben anfangen. Eine Anfachung ist lediglich in Umfangsrichtung über die Schaufelflächen möglich.

Komplexere Eigenformen von Laufrädern mit Verschiebungen in Umfangsrichtung könnten angeregt werden. Im Gegensatz zur Anfachung können die viskosen Kräfte allerdings zur Dämpfung von Schwingungen beitragen.

Die Drücke werden für diese Auswertung im drehenden Relativsystem auf der Deckscheibe herausgeschrieben. Die Auswertungen sind auf die Deckscheibe fokussiert, da die Umlenkung der Strömung von der axialen in die radiale Richtung zu Strömungsablösung an der Deckscheibe führen kann. Diese Ablösegebiete können instationär sein und zur Schwingungsanregung beitragen. Es wird jeweils ein strukturiertes Gitter auf die Innenseite der Deckscheibe gelegt und der Oberflächendruck auf die Knotenpunkte interpoliert. Es wird wie in Kapitel 7.1.4 zunächst eine orts aufgelöste Fourier-Transformation der Drücke durchgeführt. Anschließend wird zu ausgewählten Anregungsfrequenzen eine Periode der Druckfluktuation im Relativsystem phasengenau dargestellt. Dazu wird gemäß Gleichung 7.1 eine Rücktransformation in den Zeitbereich durchgeführt. Der Mittelwert A_0 wird nicht addiert, da für diese Analyse nur die Fluktuation und deren Amplitude von Interesse ist. Die Koordinaten werden auf das Intervall $[0,1]$ von der Saugseite zur Druckseite normiert. Die Fluktuationen des Druckes werden in einer abgewinkelten 2D Darstellung gezeigt. Fluktuationen in gekrümmten Bereichen der Deckscheibe z.B. durch Nachläufe der Spaltströmung zwischen Laufrad und Gehäuse können so in einer Ebene dargestellt werden. Die Amplituden der Druckfluktuation werden nach Gleichung 7.14 normiert.

$$P^* = \frac{p}{\rho/2u_2^2} \quad (7.14)$$

²„Die Anregung kann durch die in Kapitel 2 angegebenen Mechanismen erfolgen: Turbulenz, Rotor-Stator-Interaktion und Instabilitäten in der Strömung. Die Anregung durch das rotating stall Phänomen soll zunächst am Beispiel der Kreiselpumpe charakterisiert werden. Bedingt durch die Rotationssymmetrie des Gehäuses ist die Rotor-Stator-Interaktion in diesem Fall von untergeordneter Bedeutung. Die Anregung im Ventilator wird dagegen wesentlich durch das Spiralgehäuse bestimmt.“

7.2.2 Anregung durch rotating stall

Um die wichtigen Anregungsfrequenzen zu bestimmen, werden zunächst die Spektren auf den beiden Scheiben betrachtet. Man muss dazu aus der lokalen Verteilung der Amplituden einen Referenzwert bestimmen. Dies kann z.B. der Mittelwert über alle Punkte sein. Eine Alternative ist die Suche nach der maximalen Amplitude im Feld zu jeder Frequenz. Die maximale Amplitude ist wichtig für die Beurteilung der Schwingungsanregung durch die Druckkräfte. Im Gegensatz zum Mittelwert wird diese Amplitude im Feld realisiert. Allerdings reicht ein solches Spektrum allein nicht aus, da die verschiedenen lokalen Spektren vermischt werden. Abbildung 7.19 zeigt das Spektrum der normierten Druckfluktuation jeweils auf der Bodenscheibe und auf der Deckscheibe. Die maximale Amplitude im Spektrum wird auf beiden Scheiben bei 1,6 Hz gefunden. Dieses Ergebnis stimmt mit

²Dieser Abschnitt ist ebenfalls im Abschlussbericht des AiF Projekts 16406 BG „Dynamische Lasten“ von Lucius et al. [87], S. 108-110 veröffentlicht.

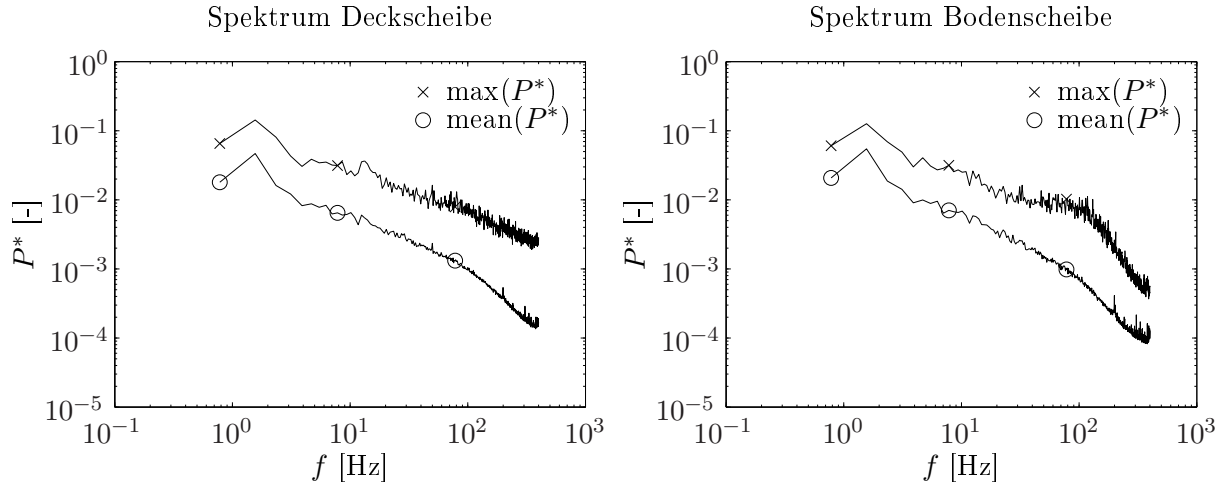


Abbildung 7.19: Spektrum der Druckfluktuationen während des rotating stall

der Analyse der Geschwindigkeit im Relativsystem überein. Die sehr niedrige Frequenz des rotating stall im rotierenden Bezugssystem ist ungünstig für die Simulation. Eine bessere Auflösung in der Frequenz erfordert deutlich längere Zeitreihen. Diese können mit CFD nur unter sehr großem Zeitaufwand erzeugt werden. Neben dem Maximum bei 1,6 Hz sind noch weitere lokale Maxima in den Spektren erkennbar. Auf der Deckscheibe findet man ein Maximum bei 13,3 Hz. Auf der Bodenscheibe ist die Amplitude im Bereich von 100 Hz wesentlich erhöht im Vergleich zur Deckscheibe.

Die räumliche Zuordnung erfolgt über die Darstellung der Anregungsform. Abbildung 7.20 zeigt eine Periode der Fluktuation aufgelöst mit 6 Zeitschritten. Die Frequenz entspricht mit 1,6 Hz der Frequenz des rotating stall im Relativsystem gemessen. Man erkennt in Übereinstimmung mit den Ausführungen in Abschnitt 7.1.2 drei Maxima. Da sich auf Grund der Schaufelzahl kein rotationsperiodisches Muster einstellen kann, verteilen sich die Maxima jeweils an unterschiedliche Positionen im Kanal. Man kann in jedem Kanal eine Fluktuation vom Maximum bis zum Minimum des Wertebereiches beobachten. Aus den Bildern ist die Rotationsrichtung nicht klar zu erkennen. Die dimensionslose Amplitude der Druckfluktuation beträgt 0,14, das entspricht einer Druckfluktuation von 5,3 kPa. Die maximalen Amplituden treten auf der Druckseite der Schaufel kurz hinter der Eintrittskante auf. Vor der Eintrittskante kann man gut ein rotationssymmetrisches Muster mit drei Wellen auf dem Umfang erkennen. Die entsprechende Form der Anregung auf der Bodenscheibe ist im linken Bild in Abbildung 7.21 dargestellt. An dieser Stelle wird nur eine Phasenlage der kompletten Periode gezeigt. Die gesamte Periode aufgelöst mit 6 Bildern ist im Anhang abgedruckt.

Das Spektrum auf der Deckscheibe zeigt ein lokales Maximum bei 13,3 Hz. Die lokale Verteilung der Amplituden zu dieser Frequenz ist in Abb. 7.21 rechts dargestellt. Eine Visualisierung der zeitliche Abfolge der Form befindet sich im Anhang. Die maximale Amplitude zu dieser Frequenz beträgt 0,04, also etwa eine Größenordnung kleiner als bei 1,6 Hz. Die Fluktuation ist im Wesentlichen auf den Bereich vor der Eintrittskante beschränkt. Es handelt sich hier um instationäre Ablösungen, die an der Umlenkung von

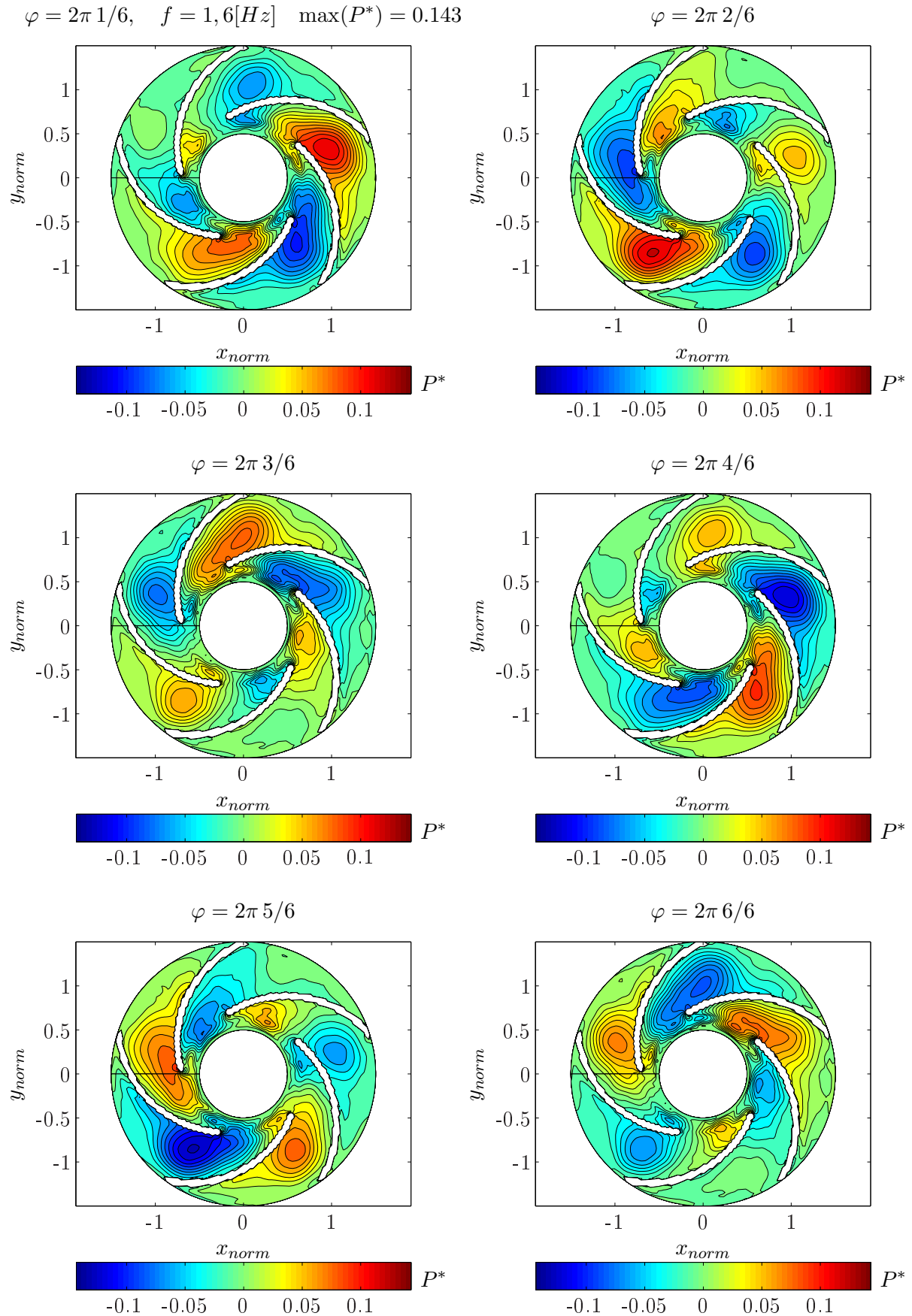


Abbildung 7.20: Darstellung einer Periode der Druckfluktuation auf der Deckscheibe, $f = 1,6$ Hz

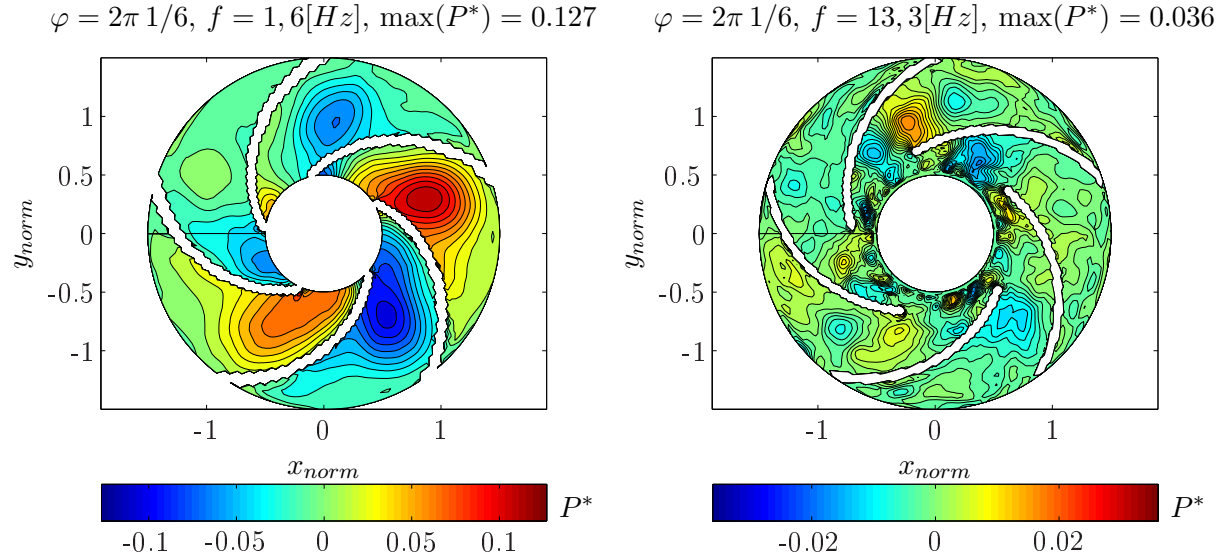


Abbildung 7.21: Verschiedene Formen der Anregung für die Kreiselpumpe, links Bodenscheibe bei 1,6 Hz, rechts Deckscheibe bei 13,3 Hz

der axialen in die radiale Richtung erfolgen. Diese Umlenkung passiert bei der Kreiselpumpe komplett vor der Eintrittskante. Beim Ventilator ist die Eintrittskante etwas in den Saugmund vorgezogen. Die Folge sind instationäre Ablösungen im Kanal. Eine weitere mögliche Erklärung für diese Instationarität bietet die Spaltströmung zwischen Laufrad und Gehäuse. Der Spaltstrom ist normal zur Hauptströmung im Eintrittsgebiet des Laufrades ein und kann zur Ablösung der Strömung führen. Die Form bei 13,3 Hz ist nicht symmetrisch. Im Kanal oben in der Mitte kann man eine Konvektion der Fluktuationen stromab erkennen. Die anderen Kanäle weisen geringere Amplituden auf. Im Bereich vor den Schaufeln kann man ein Rotieren der Fluktuation entgegen der Drehrichtung beobachten.“

7.2.3 Anregung durch Rotor-Stator-Interaktion

Der Ventilator mit Spiralgehäuse stellt eine typische Konfiguration für eine Radialmaschine dar. Insbesondere bei Abweichung des Betriebspunktes vom Auslegungspunkt stellt sich im Spiralgehäuse eine unsymmetrische Druckverteilung mit einem Drucksprung an der Spiralzunge ein. Im rotorfesten Bezugssystem erfährt das Laufrad eine Anregung mit der Drehfrequenz. Jeder Punkt auf dem Umfang des Laufrades rotiert einmal pro Umdrehung an der Zunge vorbei. Die Drehfrequenz wird demnach als wesentliche Frequenz der Anregung im Relativsystem erwartet.

Wie für die Kreiselpumpe lassen sich auch für den Ventilator die Formen der Anregung darstellen und damit Quellen instationärer Fluktuationen lokalisieren. Zunächst werden die Spektren der Druckfluktuation auf den Scheiben für die beiden Betriebspunkte gezeigt. Wie bereits geschildert wurde, wird die maximale Amplitude im Feld zu jeder diskreten Frequenz als Referenzwert herangezogen. Man erkennt deutlich die Grundfrequenz von 33,3 Hz und die höheren Harmonischen als wesentliche Quelle der Anregung. Die Am-

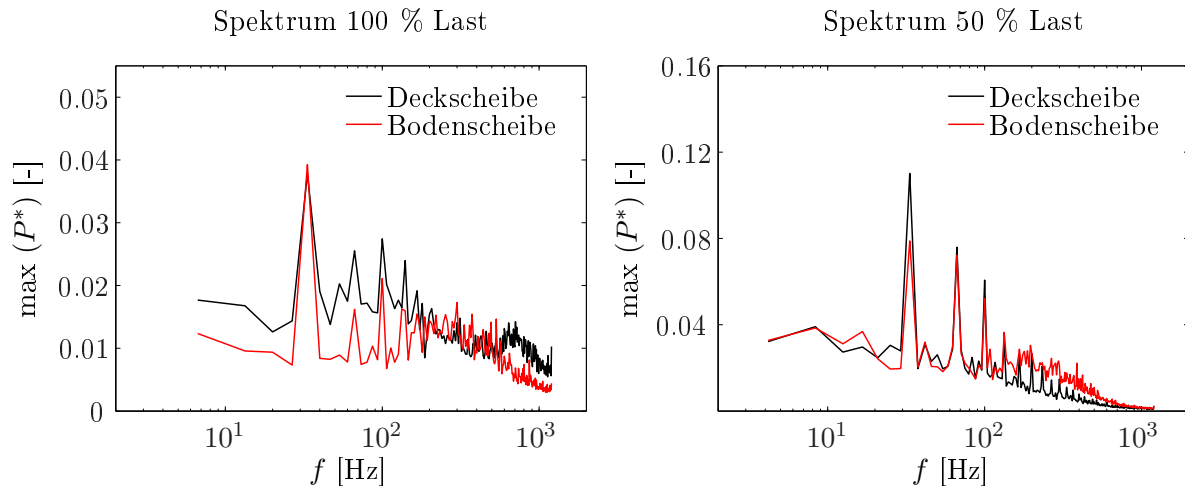


Abbildung 7.22: Spektren der Druckfluktuation auf den Scheiben

plituden nehmen bei der Abweichung vom Betriebspunkt deutlich zu. Die Spirale kann nur für einen Betriebspunkt ausgelegt werden. In diesem Punkt wird näherungsweise ein rotationssymmetrisches Druckfeld auf dem Umfang erreicht. Ist der Volumenstrom kleiner als in der Auslegung, ist die Erweiterung der Querschnittfläche der Spirale zu groß. Die Spirale arbeitet als Diffusor, d.h. der Druck nimmt über dem Umfang der Spirale zu. Bei Überlast ist die Erweiterung der Fläche im Vergleich zum Volumenstrom zu klein, die Strömung wird beschleunigt und der Druck nimmt über dem Umfang ab. Der Druckunterschied zwischen Anfangsquerschnitt und Endquerschnitt der Spirale verursacht einen starken Drucksprung an der Zunge. Die maximale Amplitude bei Drehfrequenz nimmt auf der Deckscheibe um einen Faktor von ca. 2,5 zu. Auf der Bodenscheibe ist die Zunahme mit einem Faktor von ca. 2 deutlich geringer. Eine Erklärung für dieses Verhalten liefert die Spaltströmung zwischen Laufrad und Gehäuse. Auf Grund der unsymmetrischen Druckverteilung ist der Spaltmassenstrom auf dem Umfang nicht gleichmäßig verteilt. Die Deckscheibe wird bereits auf der Eintrittskante einer unsymmetrischen Druckverteilung ausgesetzt. Auffällig ist außerdem die starke Zunahme der Amplituden bei der zweiten Harmonischen der Drehfrequenz.

Die Formen der Anregung lassen sich für alle Frequenzen bestimmen. In Abb. 7.23 werden jeweils auf Bodenscheibe und Deckscheibe für die ersten 3 Harmonischen die Formen der Anregung dargestellt. Alle Bilder zeigen die Druckfluktuation im Auslegungspunkt. Entsprechend der harmonischen Ordnung s laufen auf dem Umfang s Wellen um. Besonders ausgeprägt ist die Form bei 180 Hz. Bei drei Wellen kann sich ein rotationssymmetrisches Muster mit 9 Schaufeln einstellen. Die Wellen rotieren entgegen der Drehrichtung. Die Drücke wurden im Relativsystem aufgezeichnet, das Spiralgehäuse rotiert bei Betrachtung im Relativsystem entgegen der Drehrichtung um das Laufrad.

Auffällig ist auf der Deckscheibe die starke Fluktuation im vorderen Bereich der Beschauung. Diese Fluktuationen treten unabhängig vom Betriebspunkt auf. Die Strömung wird an der Kontur der Deckscheibe von der radialen in die Umfangsrichtung umgelenkt. Die Strömung kann der Kontur nicht folgen und löst an der Deckscheibe ab. Diese instationären Ablösungen sieht man in den Formen der Anregung auf der Deckscheibe.

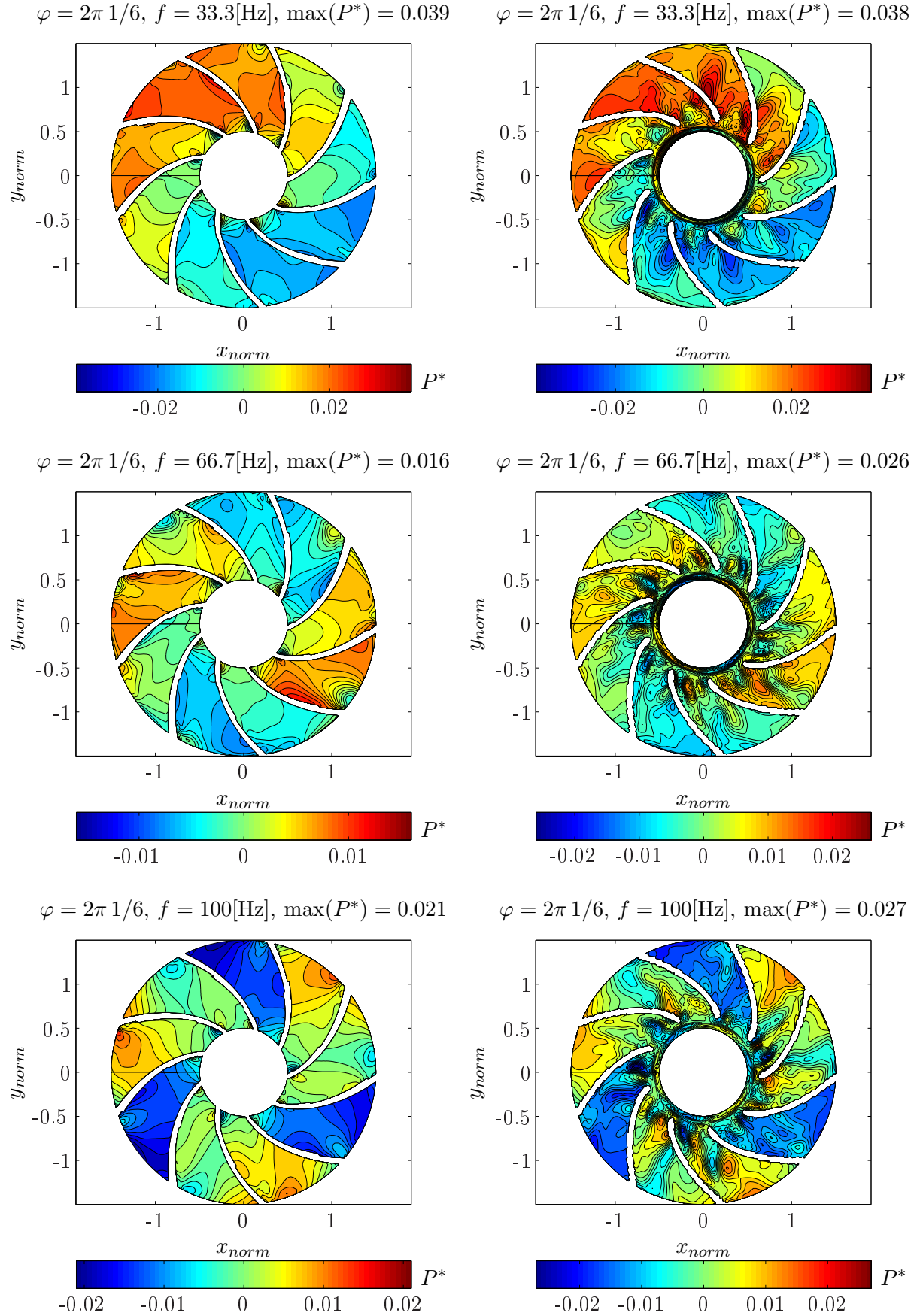


Abbildung 7.23: Formen der Anregung für die ersten drei Harmonischen der Drehfrequenz bei 100 % Last, links Bodenscheibe, rechts Deckscheibe

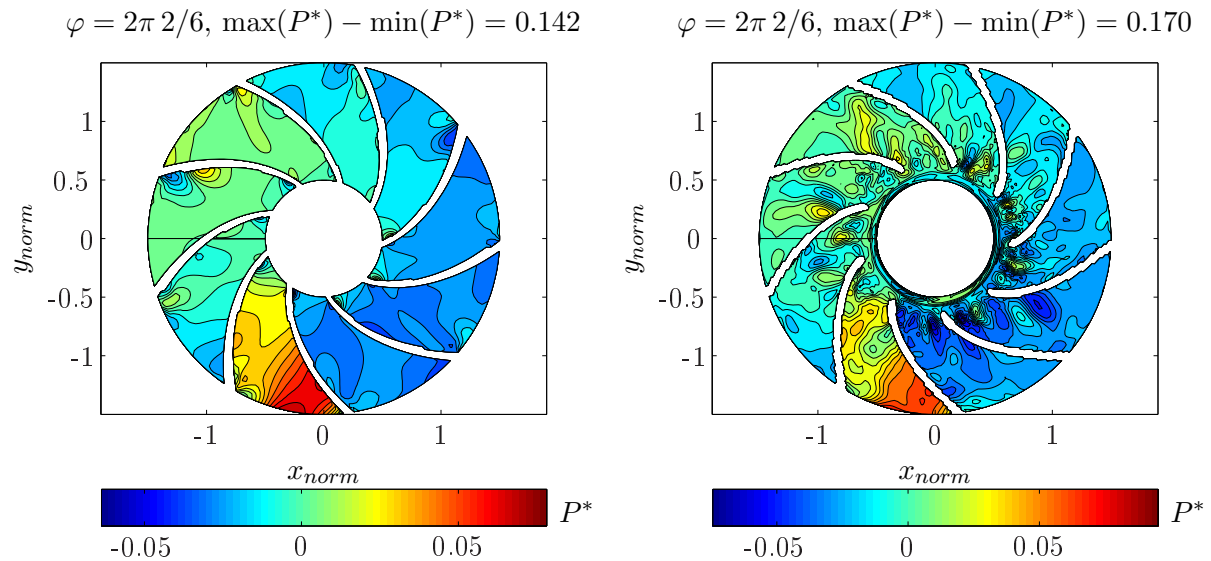


Abbildung 7.24: Resultierende Form der Anregung bei Drehfrequenz, die höheren Harmonischen bis zur Ordnung 10 wurden berücksichtigt

Für eine komplette Betrachtung der Anregung durch die Rotor-Stator-Interaktion ist es sinnvoll, nicht nur die einzelnen Harmonischen getrennt, sondern die Überlagerung der einzelnen Anteile zu visualisieren. Das Auftreten höherer Harmonischer bedeutet, dass die Anregung sich nicht durch eine einzelne Sinusschwingung darstellen lässt, sondern eine andere Form aufweist. Durch eine Überlagerung der harmonischen Anteile lässt sich die gesamte Anregungsform für die Rotor-Stator-Interaktion rekonstruieren. Die höchsten Amplituden treten bei der Grundfrequenz auf, die Amplituden der höheren Harmonischen nehmen mit der harmonischen Ordnung ab (siehe Abb. 7.22). Die resultierende Form der Anregung ist in Abb. 7.24 dargestellt. Es wurden die ersten 10 Harmonischen der Drehfrequenz berücksichtigt. Die resultierende Form zeigt eine wesentlich größere Amplitude im Vergleich zur 1. Harmonischen der Drehfrequenz. Eine komplette Periode, aufgelöst mit 6 Zeitschritten, ist im Anhang dargestellt. Man erkennt einen deutlichen Unterschied im Vergleich zur Grundfrequenz 33,3 Hz in Abb. 7.23. Mit der Grundfrequenz läuft eine Welle gleichmäßig auf dem Umfang verteilt um. Wenn man die gesamte Anregung anschaut, erkennt man, dass der Einfluss der Spiralzunge lokal sehr begrenzt ist. Die Zunge bewirkt einen starken Drucksprung nur im jeweils vorbeilaufenden Kanal. Die Abbildungen 7.23 und 7.24 sind nicht im gleichen Phasenwinkel dargestellt. Die Darstellung der resultierenden Anregung ist um $1/6$ der gesamten Periode verschoben. In dieser Phasenlage sieht man besonders deutlich die lokale Begrenzung der Anregung auf einen Kanal. Die gesamte Periode ist im Anhang dargestellt. Die Aufteilung der gesamten Anregung in die harmonischen Anteile ist dennoch wichtig, da jede einzelne Harmonische bei Übereinstimmung mit einer Eigenfrequenz zur Resonanz führen kann, sofern die Resonanzbedingungen nach Abschnitt 7.2.1 erfüllt sind.

Die Spektren auf der Deckscheibe zeigen im Bereich von ca. 700 Hz hohe Amplituden. Im Eintritt ist zunächst ein Bereich mit geringen Druckfluktuationen zu erkennen. Dieser

$$\varphi = 2\pi \cdot 2/6, f = 706.7 \text{ Hz}, \max(P^*) = 0.014$$

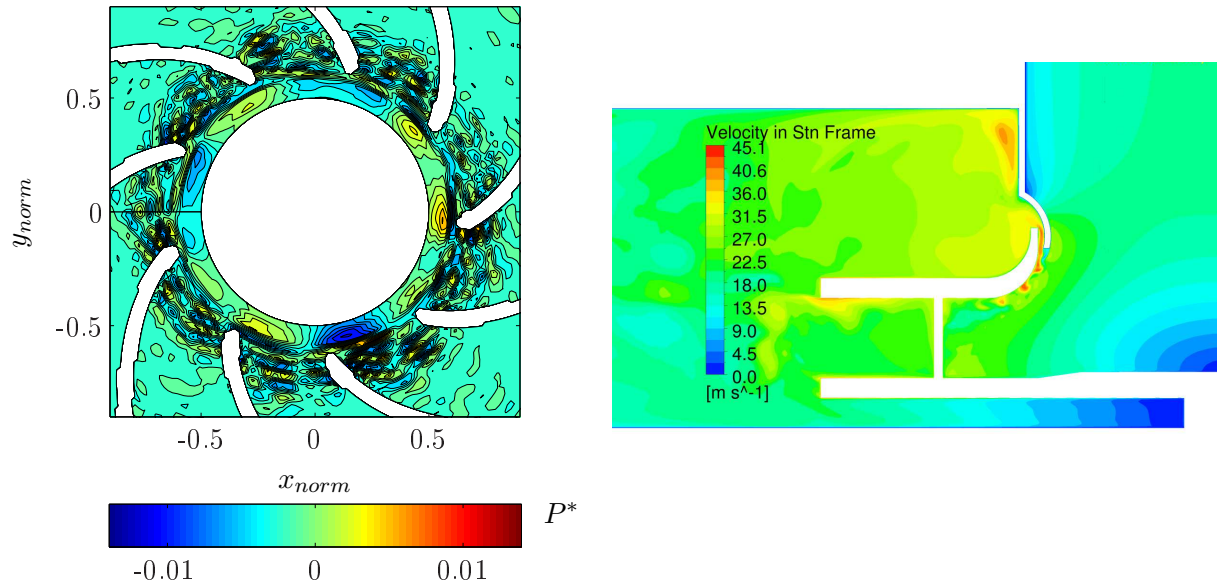


Abbildung 7.25: Druckfluktuationen durch Kármánsche Wirbel im Nachlauf der Spaltströmung

Bereich befindet sich im Spalt zwischen stehendem Gehäuse und Laufrad. Die Eintrittsdüse ragt in den axialen Bereich des Laufrades hinein (siehe Abb. 3.5). Die Spaltströmung wirkt sich wesentlich auf den Wirkungsgrad des Ventilators aus. Der Spaltmassenstrom wird tangential auf der Deckscheibe eingeblasen und vermindert damit Ablösungen auf der Deckscheibe durch die Umlenkung der Strömung von der axialen in die radiale Richtung [30]. Die Fluktuationen auf der Deckscheibe sind auf Kármánsche Wirbel im Nachlauf der Spaltströmung zurückzuführen. Die entsprechende Form der Anregung ist in Abb. 7.25 dargestellt. Nach dem Spalt treten Fluktuationen auf, die mit der Strömung abschwimmen. Die Anregung ist lokal auf einen kleinen Bereich bis kurz hinter die Eintrittskanten der Beschauflung begrenzt. Der Bereich im Spalt zeigt, dass die instabile Spaltströmung nicht gleichmäßig über dem Umfang verteilt ist. Man kann die Fluktuation in drei Bereiche auf dem Umfang einteilen. Das Laufrad hat 9 Schaufeln, demzufolge kann sich ein rotationssymmetrisches Muster mit 3 Perioden auf dem Umfang einstellen. Abb. 7.25 zeigt rechts ein instantanes Bild der Spaltströmung im 100 % Lastpunkt. Man erkennt deutlich die periodischen Ablösungen der Strömung im Nachlauf des Spaltes. Interessant ist, dass dieses Phänomen im Teillastbetrieb nicht auftritt. Sowohl die Spektren als auch die visuelle Analyse der Spaltströmung zeigen im untersuchten Teillastbetriebspunkt keine Instabilität der Spaltströmung. Die Strömungsgeschwindigkeit bzw. der Massenstrom durch den Spalt ist vom Betriebspunkt abhängig. Der Druckunterschied und damit auch der Massenstrom durch den Spalt ist bei Teillast größer. Damit könnte das Phänomen von der lokalen Reynoldszahl abhängig sein. Vermutlich spielt auch die ungleichmäßige Verteilung der Spaltströmung über dem Umfang durch die Asymmetrie der Druckverteilung im Spiralgehäuse bei Teillast eine Rolle.

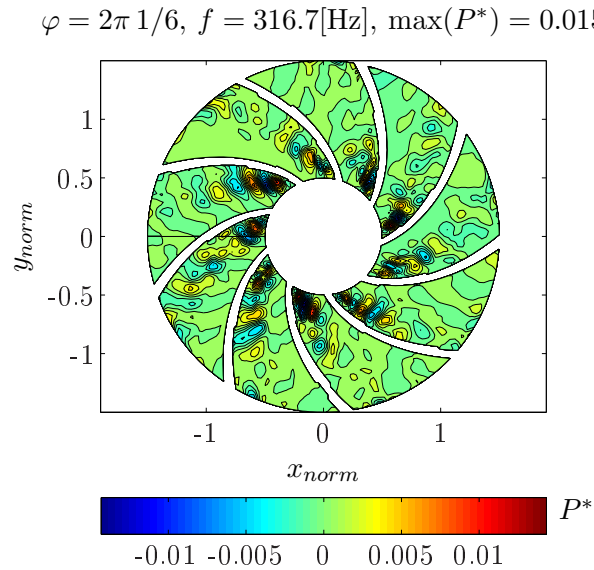


Abbildung 7.26: Druckfluktuationen durch instationäre Ablösung der Strömung an der Eintrittskante, 50 % Teillast, Bodenscheibe

Neben den bereits gezeigten Anregungsmechanismen verursacht die Fehlanströmung der Eintrittskanten der Schaufeln ebenfalls instationäre Druckfluktuationen. Diese Fluktuationen sind insbesondere auf der Bodenscheibe gut zu erkennen. Die meisten Formen der Anregung im höheren Frequenzbereich über ca. 200 Hz zeigen die stärksten Druckfluktuationen auf der Saugseite der Eintrittskante. Hohe Fluktuationen an der Druckkante der Scheibe sind nur bei Harmonischen der Drehfrequenz zu beobachten. Eine Form mit instabiler Strömung verursacht durch die Ablösung an der Eintrittskante ist in Abbildung 7.26 exemplarisch dargestellt. Solche Formen werden vor allem im Teillastbetrieb erwartet. Der Strömungswinkel ist flacher als der Schaufelwinkel, die Strömung löst auf der Saugseite der Schaufel ab. Auf der Deckscheibe wird bei der gleichen Frequenz auch eine Instationarität auf der Saugseite der Eintrittskante beobachtet, allerdings sind die Amplituden hier wesentlich geringer.

Einfluss des Turbulenzmodells

Zum Ende dieses Abschnittes soll der Einfluss des Turbulenzmodells auf die Vorhersage der Druckfluktuation auf der Oberfläche des Ventilators dargestellt werden. Dazu sind in Abbildung 7.27 die max. Spektren auf beiden Scheiben für SAS Modell und SST Modell im Vergleich dargestellt. Das Bild zeigt den Vergleich im Optimalpunkt. Im Bereich von ca. 700 Hz ist im Spektrum des SST Modells auf der Deckscheibe keine Überhöhung der Amplituden festzustellen. In diesem Frequenzbereich zeigt das SAS Modell eine Strömungsinstabilität im Nachlauf der Spaltströmung, die Amplituden sind deutlich höher. Dieses Phänomen ist wie bereits gezeigt vom Betriebspunkt abhängig. Bei 50 % Last ist auch mit dem SAS Modell diese Instabilität im Spektrum nicht mehr zu finden.

Das Spektrum des SST Modells zeigt im Vergleich zum SAS Modell deutlich geringere Amplituden. Das Rauschen ist wesentlich reduziert, das SST Modell zeigt wesentliche

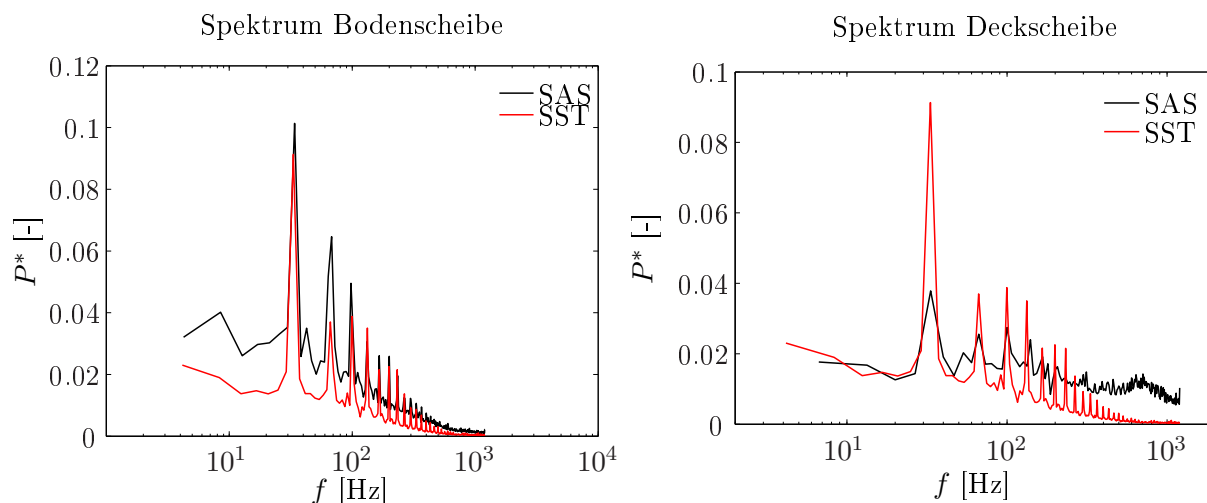


Abbildung 7.27: Vergleich der Spektren des Druckes für SAS und SST Modell, 100 % Lastpunkt

Amplituden nur bei Harmonischen der Drehfrequenz. Das RANS Modell ist nicht in der Lage, instabile Strömungszustände wie die periodische Ablösung von Wirbeln im Nachlauf der Spaltströmung vorherzusagen. Dieser Vergleich zeigt noch einmal deutlich, dass das Turbulenz auflösende Modell dem Standard SST Modell bezüglich der Vorhersage von dynamischen Lasten überlegen ist.

7.2.4 Fazit

In diesem Abschnitt wurde gezeigt, dass mit einer orts aufgelösten Fourier-Transformation wesentlich mehr Informationen gewonnen werden können, als ein einfaches Spektrum der Druckfluktuation liefert. Die dargestellte Methode erlaubte es, Fluktuationen im Strömungsfeld zu lokalisieren. Damit können verschiedene Mechanismen identifiziert werden, die lokal zur Schwingungsanregung führen können. Des weiteren kann durch einen Vergleich der Anregungsform mit der Eigenform der Schwingung erkannt werden, ob die Fluktuationen Resonanzen anregen können.

Die folgenden Mechanismen konnten als mögliche Quelle der Anregung von Fluid induzierten Schwingungen identifiziert werden:

- rotating stall im Fall der Kreiselpumpe
- die Interaktion des Spiralgehäuses mit dem Laufrad (Rotor-Stator-Interaktion)
- instabile Ablösungen der Strömung an den Eintrittskanten der Schaufel und an der Deckscheibe
- von Kármánsche Instabilität im Nachlauf der Spaltströmung

Aus der Literatur ist bekannt, dass rotating stall und Rotor-Stator-Interaktion die wesentlichen Anregungsmechanismen für Strukturschwingungen sind. Neu ist die quantitative Bewertung der Effekte. So konnte gezeigt werden, dass bei Abweichung vom Nennpunkt die Amplituden der Druckfluktuation bedingt durch die Rotor-Stator-Interaktion wesentlich zunehmen. Dieser Zusammenhang bestätigt die Erfahrungen. Es ist des Weiteren möglich, die Fluktuation durch die Rotor-Stator-Interaktion im Ventilator und durch rotating stall in der Kreiselpumpe quantitativ zu vergleichen. Für die Kreiselpumpe ergibt sich eine maximale Amplitude der Druckfluktuation von $P^* = 0,143$ bei der rotating stall Frequenz. Der Ventilator im Teillastbetrieb zeigt bei Drehfrequenz eine maximale Amplitude von P^* von 0,101. Wenn man die höheren Harmonischen berücksichtigt, ergibt sich eine Amplitude von $1/2(\max(P^*) - \min(P^*)) = 0,128$. Die Amplituden der Druckfluktuation sind also für rotating stall etwas höher als für die Rotor-Stator-Interaktion; die Größenordnung ist aber die gleiche. In beiden Fällen ist die Deckscheibe höher belastet als die Bodenscheibe.

Neu ist weiterhin die Identifikation von lokalen Ablösungen als Quelle von Druckfluktuationen. Dazu zählen Ablösungen an den Eintrittskanten der Schaufeln, Ablösungen an der Deckscheibe und im Nachlauf der Spaltströmung.

8 Zusammenfassung und Ausblick

Im Rahmen dieser Arbeit wurden numerische Simulationen von instationären Strömungen in Turbomaschinen durchgeführt. Die Validierung und Verifizierung dieser teuren Berechnungen nimmt einen großen Teil der Arbeit ein. Des Weiteren wurden die Simulationsergebnisse im Detail mit verschiedenen Verfahren analysiert, um mehr über instabile Phänomene wie rotating stall und die Anregung der Struktur durch Fluidkräfte zu lernen. Für ein Fazit werden die drei Fragen aus der Einleitung noch einmal aufgegriffen.

1. Sind die verfügbaren Modelle zur Beschreibung turbulenter Strömungen geeignet, die instationäre Strömung in Turbomaschinen vorherzusagen?

Die Literatur zeigt, dass die komplexe Physik in einer Turbomaschine eine große Herausforderung für Standard Wirbelviskositätsmodelle darstellt. Hybride LES RANS Modelle sind für instationäre Strömungen in komplexe Geometrien bei hohen Reynoldszahlen das Mittel der Wahl. Als Vertreter dieser Gruppe wurde das SAS-SST Modell ausgewählt. Es bietet gegenüber dem weiter verbreiteten DES Ansatz den Vorteil einer geringeren Abhängigkeit vom verwendeten Rechengitter. Als Referenzmodell für die Standard URANS Modellierung wurde das SST Modell verwendet. Die Untersuchungen zeigen, dass das Turbulenz auflösende Modell wesentlich besser geeignet ist, instabile Strömungszustände vorherzusagen. Die Umlauffrequenz des rotating stall in einer Kreiselpumpe wurde in sehr guter Übereinstimmung mit Messergebnissen vorhergesagt. Umfangreiche Vergleiche beider Modelle für einen Ventilator zeigen nur geringe Unterschiede der zeitlich gemittelten Größen. Die Übereinstimmung des Geschwindigkeitsfeldes mit Messergebnissen bei Teillast ist allerdings nicht zufriedenstellend. Im Optimalpunkt konnte dagegen eine sehr gute Übereinstimmung erreicht werden. Auch für diesen Testfall wurde mit dem SAS Modell die Auflösung turbulenter Strukturen erreicht und die Vorhersage des Spektrums der Geschwindigkeit verbessert. Sowohl die Diskretisierungsfehler als auch die Unsicherheit durch Randbedingungen und Mittelwertbildung wurden quantifiziert.

2. Was lässt sich aus einer numerischen Simulation des rotating stall Phänomens in einer Kreiselpumpe lernen?

Die Simulation liefert das transiente Strömungsfeld im gesamten modellierten Volumen. Damit wird es möglich, die Daten auch im Relativsystem auszuwerten und die Entwicklung des rotating stall zu verfolgen. Eine zentrale Bedeutung bekommen die Verfahren zur Reduktion der Informationen. Es wurde gezeigt, wie mit einem integralen Verfahren die Zentren der großskaligen Wirbel ermittelt und auch in Zeit

und Raum verfolgt werden können. Damit ist es gelungen zu zeigen, dass der Wirbel im Kanal getrennt von der Ablösung an der Eintrittskante entsteht. Letztere ist bedingt durch die Fehlanströmung der Eintrittskante bei Teillast und wird nach der Theorie von Emmons als Ursache für rotating stall angesehen. Mit Hilfe einer orts aufgelösten Fourier-Transformation ist es gelungen, das gesamte Strömungsfeld im Mittelschnitt auf eine Periode des rotating stall (bzw. jeder beliebigen anderen Frequenz aus dem ermittelten Spektrum) zu reduzieren.

3. Wie lässt sich das Simulationsergebnis mit Hinblick auf mögliche Fluid induzierte Schwingungen bewerten?

Es wurde gezeigt, wie mit Hilfe einer orts aufgelösten Fourier-Transformation die fluktuierenden Lasten zu beliebigen Frequenzen darstellen lassen. Diese Darstellung wurde in Anlehnung an die Eigenformen der Modalanalyse als „Form der Anregung“ bezeichnet. Im Fall des Ventilators erfolgt die Anregung durch Interaktion des Rotors mit dem Spiralgehäuse. Dies spiegelt sich im Relativsystem durch auf dem Umfang umlaufende Wellen wider. Für die Kreiselpumpe konnte die potentielle Anregung der Struktur durch rotating stall eindeutig gezeigt werden. Ein Vergleich der dimensionslosen Amplituden zeigt, dass die Fluktuationen durch rotating stall in der Kreiselpumpe höhere Amplituden verursacht, als die Rotor-Stator-Interaktion im Ventilator bei Teillastbetrieb. Die Methode erlaubt es neben den bekannten Effekten auch andere Quellen instationärer Druckfluktuationen zu lokalisieren. Es konnte gezeigt werden, dass Ablösungen an der Deckscheibe, an der Eintrittskante und Kármánsche Wirbel im Nachlauf der Spaltströmung ebenfalls zu wesentlichen Druckfluktuationen führen können. Die Lokalisierung der Quellen instationärer Kräfte ist von wesentlicher Bedeutung. Bestimmte Effekte wie z.B. die Ablösungen an der Deckscheibe lassen sich durch bauliche Maßnahme verringern. Die Verbesserung der Umlenkung an der Deckscheibe z.B. durch eine konische Deckscheibe bietet an dieser Stelle Potential. Zum andern kann durch einen Vergleich der Form der Anregung mit der Eigenform geklärt werden, ob Fluktuationen bei einer bestimmten Frequenz Resonanzen anfachen können.

Die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Simulationen zur Anfachung von rotating stall in der Pumpe stellen einen Ausblick auf möglich nachfolgende Untersuchungen dar. Es konnte mit den Simulationen gezeigt werden, dass eine Detektion des Einsetzens von rotating stall mit Hilfe der Wavelet-Transformation möglich ist. Allerdings wurde ein für das verwendete Modell vergleichsweise grobes Gitter verwendet. Es wurde ein abruptes Eintreten von rotating stall ermittelt, allerdings erfordert eine fundierte Untersuchung des Anfachungsmechanismus (spikes oder modale Wellen?) eine kleinere Drosselrate. Die mangelnde Übereinstimmung der PIV Ergebnisse mit den Simulationsergebnissen bei Teillast bieten ebenfalls Potential für nachfolgende Untersuchungen. Die Frage ist, ob mit alternativen hybriden Verfahren wie DES oder, falls machbar, mit LES bessere Ergebnisse erreicht werden können.

A Anhang

A.1 SST Turbulenzmodell

In diesem Abschnitt werden die Gleichungen für das SST Modell mit den dazugehörigen Koeffizienten aufgeführt. Im Folgenden werden die Gleichungen gemäß der aktuellen Version des SST Modells von 2003 [98] geschrieben, (vgl. auch Handbuch CFX [5]) Das SST Modell entsteht aus der Verknüpfung der Modellgleichungen von $k - \omega$ und $k - \epsilon$ Modell. Dazu wird das $k - \epsilon$ Modell in eine ω Formulierung überführt. Anschließend werden die Transportgleichungen für k und ω addiert und mit einer Blending Funktion F_1 gewichtet. Die resultierenden Transportgleichungen lauten:

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \frac{\partial \rho U_i k}{\partial x_i} = \tilde{P}_K - \beta^* \rho \omega k + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \sigma_k \mu_t) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (\text{A.1})$$

$$\frac{\partial \rho \omega}{\partial t} + \frac{\partial \rho U_i \omega}{\partial x_i} = \alpha \tilde{P}_K \frac{\omega}{k} - \beta \rho \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \sigma_\omega \mu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + (1 - F_1) \frac{2\rho\sigma_{\omega 2}}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_i} \frac{\partial \omega}{\partial x_i} \quad (\text{A.2})$$

Der letzte Term in der ω Gleichung entsteht bei der Formulierung der ϵ Gleichung in ω Form. Dieser Ausdruck wird als Kreuzdiffusionsterm bezeichnet. Der Zusammenhang zwischen ϵ und ω ist in Gl. A.3 dargestellt. Die Modellkonstante β^* wird in der Literatur auch oft mit C_μ bezeichnet.

$$\omega = \frac{\epsilon}{k\beta^*} \quad (\text{A.3})$$

Die Funktion F_1 ist so definiert, dass in der Nähe fester Wände die ω Formulierung aktiviert wird, während im Inneren auf die ϵ Formulierung umgeschaltet wird.

$$F_1 = \tanh(arg_1^4) \quad (\text{A.4})$$

$$arg_1 = \min \left[\max \left(\frac{\sqrt{k}}{0,09\omega y}; \frac{500\nu}{y^2\omega} \right); \frac{4\rho\sigma_{\omega 2}k}{CD_{k\omega}y^2} \right] \quad (\text{A.5})$$

$$CD_{k\omega} = \max \left(2\rho\sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}; 10^{-10} \right) \quad (\text{A.6})$$

Die Koeffizienten der Modellgleichungen werden mit Hilfe der Funktion F_1 ebenfalls umgeschaltet.

$$C = F_1 C_1 + (1 - F_1) C_2 \quad (\text{A.7})$$

Die Koeffizienten für die beiden Original Modelle werden im Folgenden angegeben. Sie lauten für das $k - \omega$ Modell:

$$\begin{aligned} \beta^* &= 0,09 & \beta_1 &= 0.075 & \sigma_{k1} &= 2 & \sigma_{\omega1} &= 2 \\ \kappa &= 0,41 & \alpha_1 &= \frac{\beta_1}{\beta^*} - \frac{\kappa^2}{\sigma_{\omega1} \sqrt{\beta^*}} \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

sowie für das $k - \epsilon$ Modell:

$$\begin{aligned} \beta^* &= 0,09 & \beta_2 &= 0,0828 & \sigma_{k2} &= 1,0 & \sigma_{\omega2} &= 1/0,856 \\ \kappa &= 0,41 & \alpha_2 &= \frac{\beta_2}{\beta^*} - \frac{\kappa^2}{\sigma_{\omega2} \sqrt{\beta^*}} \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

Dabei ist zu beachten, dass einige Modellkonstanten des aktuellen SST Modells (2003) leicht von den Originalwerten abweichen. Die zusätzliche Konstante a_1 wird für die Wirbelviskosität benötigt.

$$\alpha_1 = 5/9 \quad \alpha_2 = 0,44 \quad a_1 = 0,31 \quad (\text{A.10})$$

Die wesentliche Änderung im Vergleich zu den Basismodellen $k - \epsilon$ und $k - \omega$ zeigt sich in der Definition der Wirbelviskosität. Im Gegensatz zur Originalversion des SST Modells von 1994 wird im aktuellen Modell der Betrag der Scherrate S für die Definition der Wirbelviskosität benutzt.

$$\nu_t = \frac{a_1 k}{\max(a_1 \omega; S F_2)} \quad (\text{A.11})$$

$$S = \sqrt{2 S_{ij} S_{ij}} \quad (\text{A.12})$$

F_2 ist ebenfalls eine Blending Funktion, die sich wie folgt definiert:

$$F_2 = \tanh(\arg_2^2) \quad (\text{A.13})$$

$$\arg_2^2 = \max \left(2 \frac{\sqrt{k}}{0,09 \omega y}; \frac{500 \nu}{y^2 \omega} \right) \quad (\text{A.14})$$

Zusätzlich erfolgt eine Limitierung der Produktion turbulenter kinetischer Energie. Diese Erweiterung soll die starke Produktion turbulenter kinetischer Energie in der Nähe von Staupunkten begrenzen.

$$\tilde{P}_k = \min(P_k; C_{\text{lim}} \rho \epsilon) \quad (\text{A.15})$$

Für inkompressible Strömungen lässt sich der Produktionsterm P_k wie folgt angeben:

$$P_k = \tau_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \quad (\text{A.16})$$

Der Koeffizient C_{lim} hat einen Wert von 10.

A.2 SAS-SST Turbulenzmodell

Der SAS (Scale-Adaptive Simulation) Ansatz ist eine Weiterentwicklung von URANS Turbulenzmodellen. Durch einen Quellterm wird die Wirbelviskosität erreicht, und damit die Auflösung turbulenter Fluktuationen ermöglicht. Ursprünglich wurde der Ansatz für ein Einleichungsmodell eingeführt [97], dann aber für ein Zweigleichungsmodell ($k - \sqrt{k}L$ - Modell) erweitert [92, 93]. Dieses Modell bildet die Grundlage für die Transformation in weitere Zweigleichungsmodelle wie das weit verbreitete SST Modell. Das SAS-SST Modell wurde im Rahmen dieser Arbeit verwendet und soll an dieser Stelle etwas ausführlicher dargestellt werden. Für weiterführende Details wird auf die Literatur verwiesen [93, 94]. Das Modell benutzt 2 Transportgleichungen für die turbulente kinetische Energie k und die turbulente Frequenz ω . Die Gleichungen sind gegeben durch:

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \frac{\partial \rho U_i k}{\partial x_i} = \tilde{P}_K - \beta^* \rho \omega k + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \sigma_k \mu_t) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (\text{A.17})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho \omega}{\partial t} + \frac{\partial \rho U_i \omega}{\partial x_i} = & \alpha \tilde{P}_K \frac{\omega}{k} - \beta \rho \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \sigma_\omega \mu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] \\ & + (1 - F_1) \frac{2\rho \sigma_{\omega 2}}{\omega} \frac{\partial k}{x_i} \frac{\partial \omega}{x_i} + Q_{SAS-SST} \end{aligned} \quad (\text{A.18})$$

Die k Gleichung ist identisch mit dem SST Modell, die ω Gleichung enthält lediglich einen zusätzlichen Quellterm $Q_{SAS-SST}$. Damit ist die Erweiterung einer vorhandenen SST Implementierung zum SAS Modell einfach zu realisieren.

$$\begin{aligned} Q_{SAS-SST} &= \rho F_{SAS} \max(T_1 - T_2; 0) \\ T_1 &= \tilde{\zeta}_2 \kappa S^2 \frac{L_t}{L_{vK}} \\ T_2 &= \frac{2k}{\sigma_\Phi} \max \left(\frac{1}{\omega^2} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}; \frac{1}{k^2} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.19})$$

$$F_{SAS} = 1.25 \quad \tilde{\zeta}_2 = 1.755 \quad \sigma_\Phi = 2/3 \quad (\text{A.20})$$

Die Umschaltung von RANS und SAS Modus erfolgt über den Quellterm. Im RANS Gebiet ist der Quellterm ungefähr null, im instationären Teil des Rechengebietes dominiert die von Kármán Länge. In diesem Fall erhält man eine positive Quelle für ω und damit eine Reduktion der Wirbelviskosität. Die Gleichung A.2 enthält im Term T_1 2 Längenmaße, ein turbulentes Längenmaß L_t und das von Kármán Längenmaß L_{vK} .

$$L_t = \frac{\sqrt{k}}{\omega C_\mu^{1/4}} \quad (\text{A.21})$$

$$L_{vK} = \kappa \left| \frac{\frac{\partial U}{\partial y}}{\frac{\partial^2 U}{\partial y^2}} \right| \quad (\text{A.22})$$

Die Definition der von Kármán Länge nach Gleichung A.22 ist 1D, eine 3D Variante wird von z.B. von Davidson [24] angegeben.

$$L_{vK\,3D} = \kappa \frac{S}{|U''|} \quad (\text{A.23})$$

$$U'' = \sqrt{\frac{\partial^2 U}{x_j^2} \frac{\partial U^2}{x_k^2}} \quad (\text{A.24})$$

A.3 Formen der Anregung für den Testfall Kreiselpumpe

Der Anhang enthält die Darstellung der Formen für ausgewählte Frequenzen aus dem Spektrum. Jede Form wird mit 6 Zeitschritten aufgelöst. Abbildung A.1 zeigt das zugehörige Spektrum.

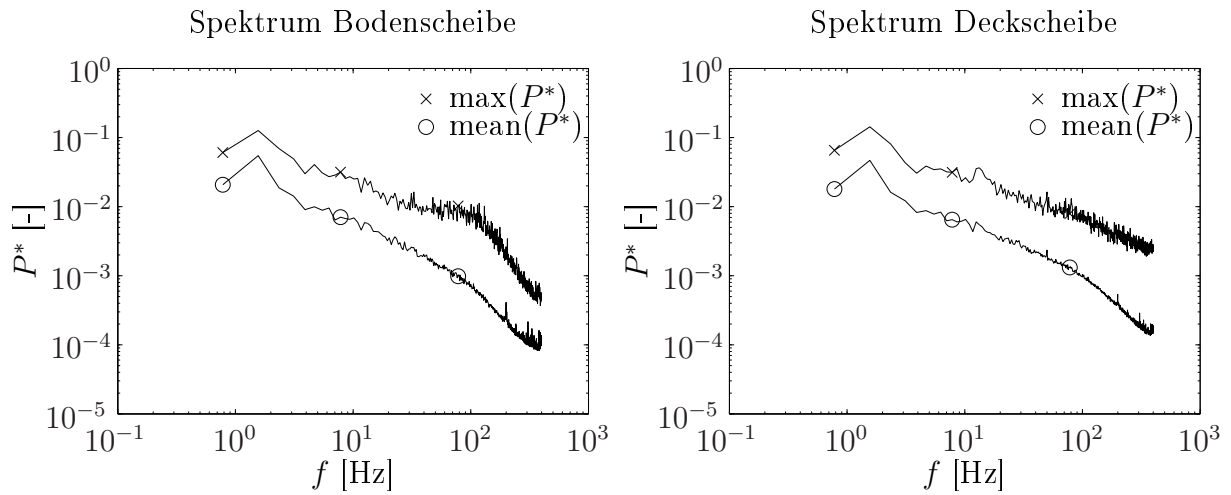
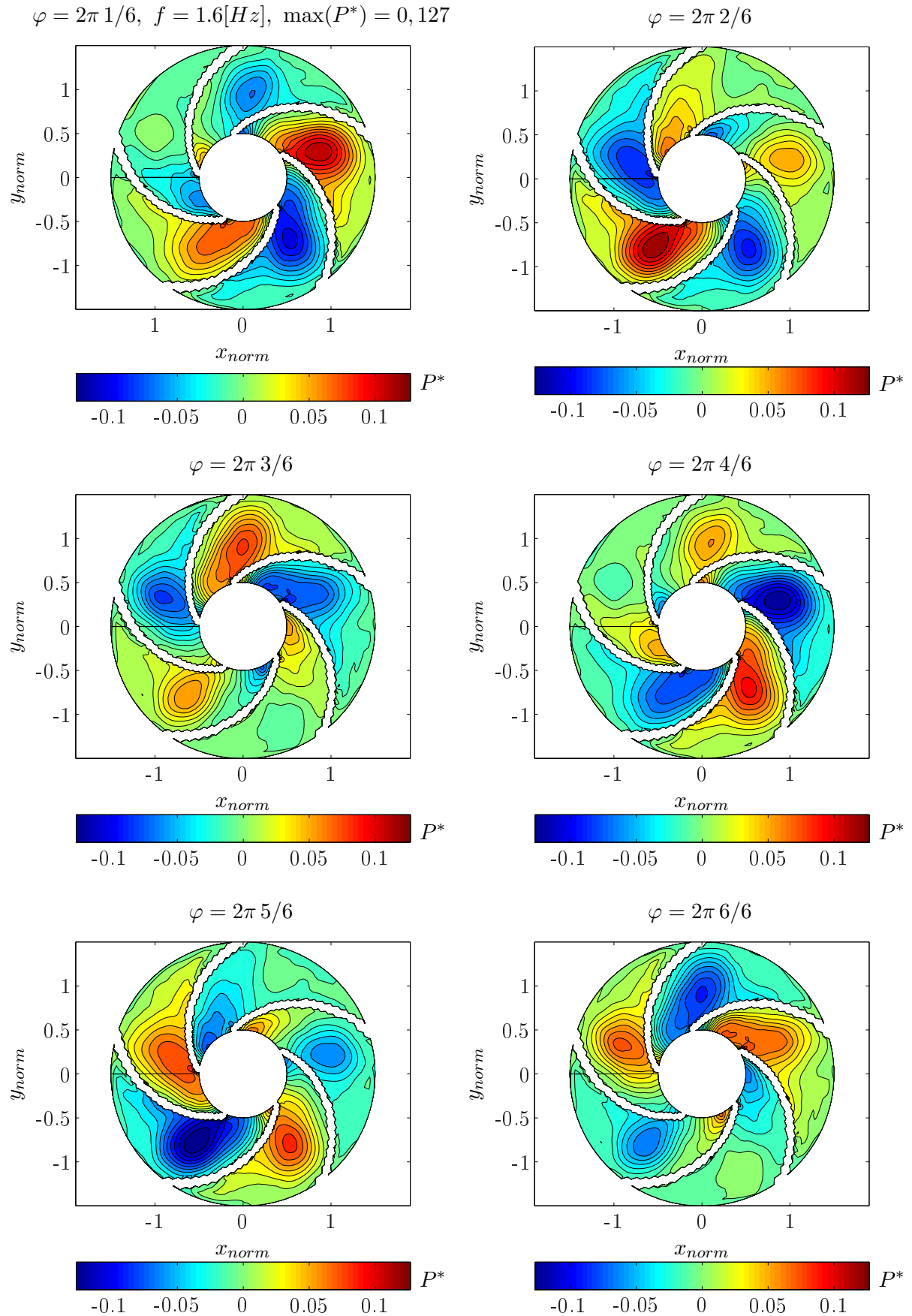
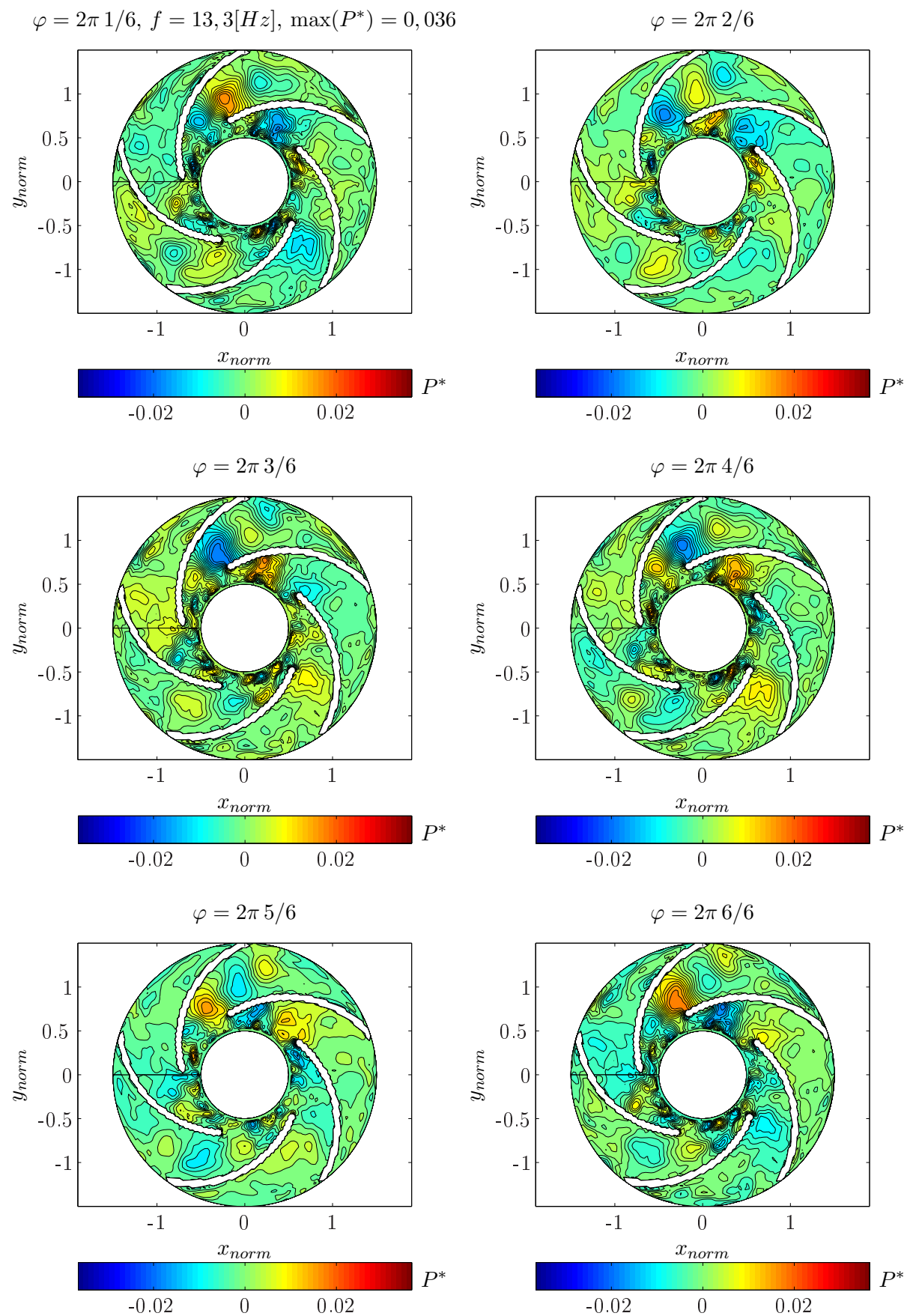


Abbildung A.1: Spektrum der Druckfluktuationen, Testfall Kreiselpumpe

Abbildung A.2: Anregungsform Bodenscheibe, $f = 1,6 \text{ Hz}$

Abbildung A.3: Anregungsform Deckscheibe, $f = 13,3 \text{ Hz}$

A.4 Formen der Anregung für den Testfall Ventilator

Dieser Anhang enthält die Darstellung der Formen für den Ventilator für ausgewählte Frequenzen aus dem Spektrum. Jede Form wird mit 6 Zeitschritten aufgelöst. Abbildung A.4 zeigt das zugehörige Spektrum.

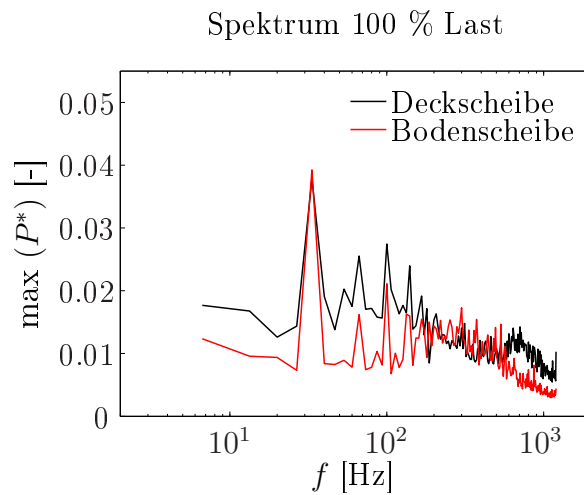


Abbildung A.4: Spektrum der Druckfluktuationen, Testfall Ventilator

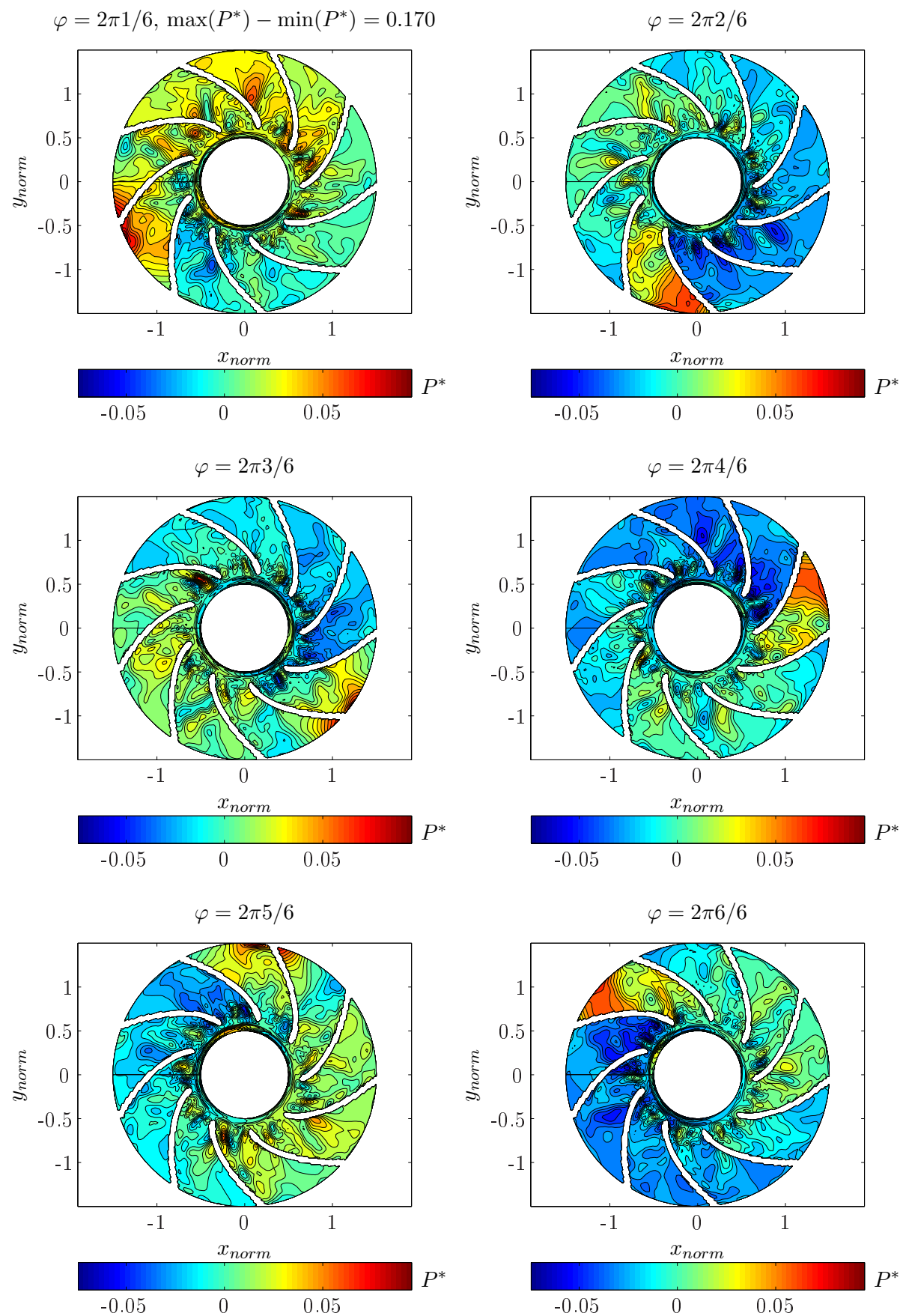


Abbildung A.5: Anregungsform Deckscheibe, Drehfrequenz $f = 33$ Hz, 10 Harmonische

A.5 Darstellung der Rechengitter

Alle verwendeten Simulationsmodelle wurden mit ICEM CFD blockstrukturiert vernetzt. Die folgenden Abbildungen stellen die verwendeten Rechengitter im Rotor exemplarisch auf der Bodenscheibe und auf der Schaufel dar. Für beide Modelle wird das feine Gitter mit 12,4 Millionen Gitterpunkten für die Kreiselpumpe bzw. 15,7 Millionen Gitterpunkten für den Ventilator gezeigt.

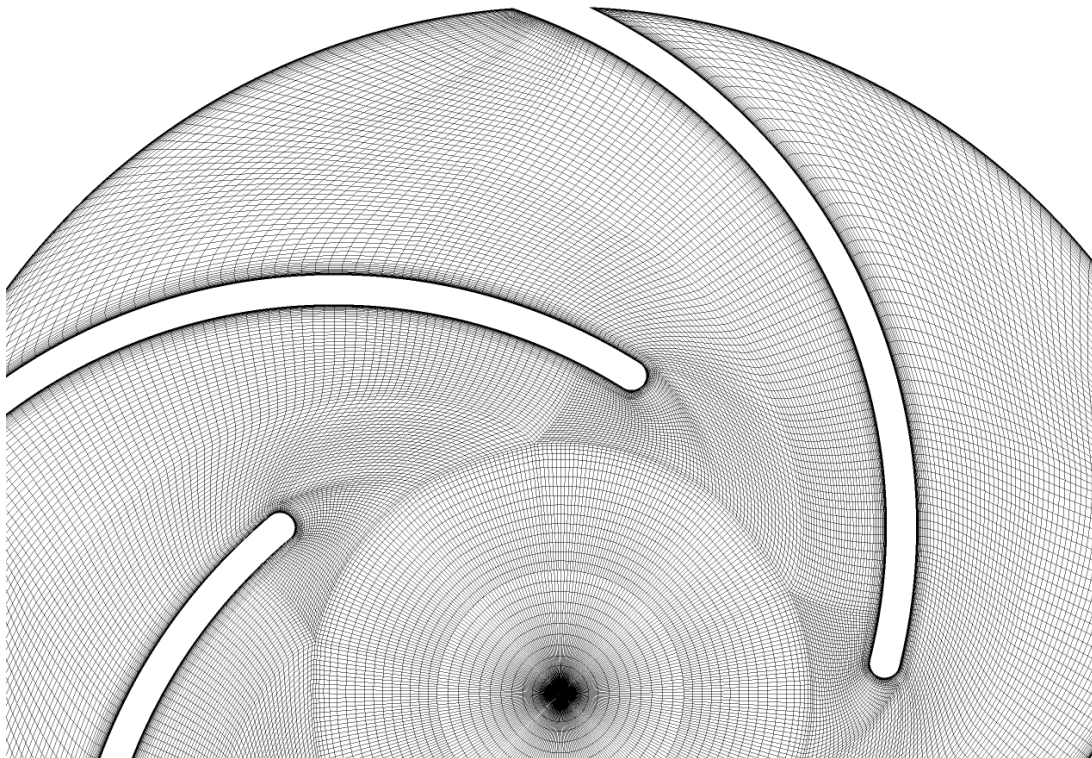


Abbildung A.6: Rechengitter Pumpe, Bodenscheibe

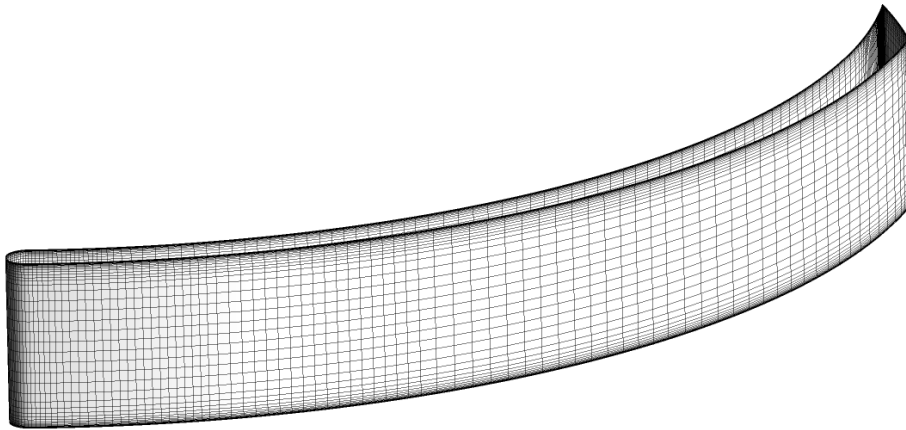


Abbildung A.7: Rechengitter Pumpe, Schaufel

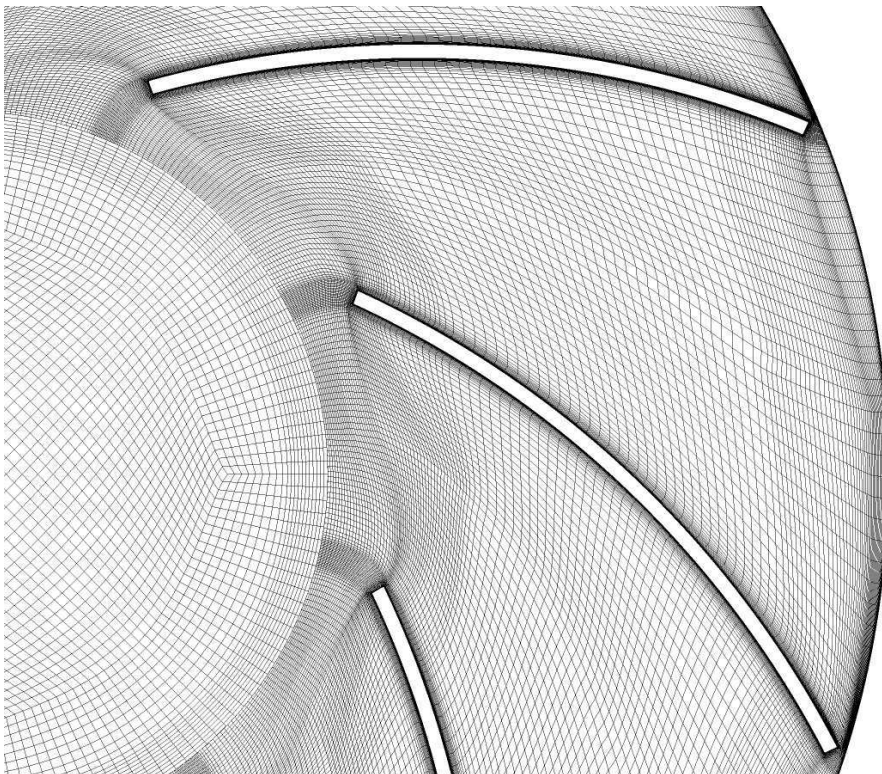


Abbildung A.8: Rechengitter Ventilator, Bodenscheibe

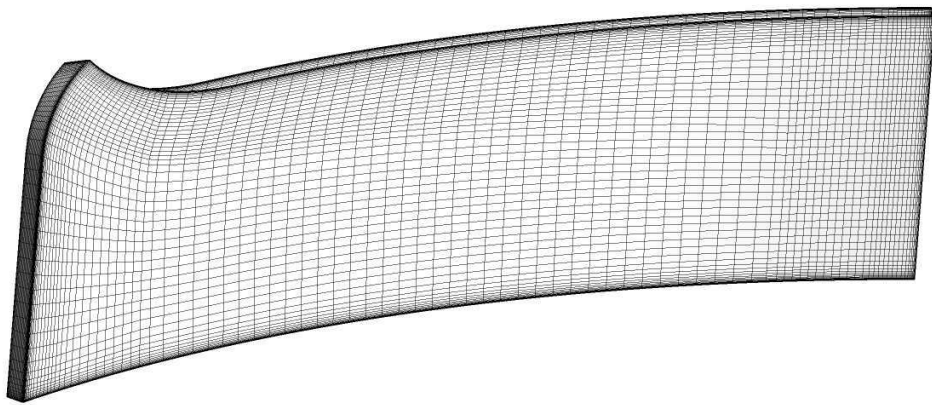


Abbildung A.9: Rechengitter Ventilator, Schaufel

Literaturverzeichnis

- [1] ADDAD, Y. ; S., Benhamadouche ; LAURENCE, D.: The negatively bouyant wall-jet: LES results. In: *International Journal of Heat and Fluid Flow* 25 (2004), S. 795–808
- [2] ADDISON, P. S.: *The illustrated wavelet transform handbook*. Institute of Physics Publishing, 2002
- [3] ADRIAN, R.J.: Particle-imaging techniques for experimental fluid mechanics. In: *Annual Review of Fluid Mechanics* 23 (1991), S. 261–304
- [4] AIAA: Guide for the verification and validation of computational fluid dynamics simulations. 1998 (G-077-1998). – AIAA Guide
- [5] ANSYS: *CFX User manual Release 11.0*, 2006
- [6] BÄNI, W.: *Wavelets Eine Einführung für Ingenieure*. Oldenburg Verlag, 2005
- [7] BARTH, T.J. ; JESPERSON, D.C.: The design and application of upwind schemes on unstructured meshes. In: *AIAA Paper 89-0366* (1989)
- [8] BATHE, K.-J.: *Finite-Elemente-Methoden*. Springer Verlag Berlin, 2002
- [9] BRADSHAW, P.: Turbulence modeling with application to turbomachinery. In: *Progress in Aerospace Sciences* 32 (1996), S. 575–624
- [10] BREUER, Michael: *Direkte Numerische Simulation und Large-Eddy Simulation turbulenter Strömungen auf Hochleistungsrechnern*. Shaker Verlag Aachen, 2002. – Habilitationsschrift Universität Erlangen-Nürnberg
- [11] BROSS, S. ; MÜLLER, B.: Ursachen und Auswirkungen hydraulisch angeregter Schwingungen in Pumpen. In: *Chemie Ingenieur Technik* 75 (2003), Nr. 4, S. 400–404
- [12] BURG, K. ; HAF, H. ; WILLE, F. ; MEISTER, A.: *Höhere Mathematik für Ingenieure Band 3: Gewöhnliche Differentialgleichungen, Distributionen, Integraltransformationen*. 5. Auflage. Vieweg + Teubner, 2009
- [13] BÜSSOW, R.: An algorithm for the continuous Morlet wavelet transform. In: *Mechanical Systems and Signal Processing* 21 (2007), S. 2970–2979

-
- [14] BYSKOV, R.K. ; JACOBSEN, C.B. ; PEDERSEN, N.: Flow in a centrifugal pump impeller at design and off-design conditions - part II: large eddy simulations. In: *Journal of Fluids Engineering* 125 (2003), Nr. 1, S. 73 – 83
 - [15] CAMPBELL, W.: The protection of steam turbine disk wheels from axial vibration. In: *Transactions of the ASME* 46 (1924), S. 31–160
 - [16] CELIK, I. ; CEHRELI, N.Z. ; YAVUZ, I.: Index of resolution quality for large eddy simulations. In: *Journal of Fluids Engineering* 127 (2005), Nr. 5, S. 949 – 958
 - [17] CELIK, I. ; KLEIN, M. ; JANICKA, J.: Assessment Measures for Engineering Applications. In: *Journal of Fluids Engineering* 131 (2009), Nr. 3, S. 031102–1 – 031102–10
 - [18] CELIK, I. ; LI, J. ; HU, G. ; SHAFFER, C.: Limitations of Richardson extrapolation and some possible remedies. In: *Journal of Fluids Engineering* 127 (2005), S. 795–805
 - [19] CENKER, C. ; UCHIDA, G.: *Vorlesungsskript Grundlagen der Mathematik und Analysis - Optimierung, Universität Wien*. 2012
 - [20] CHEN, J.P. ; HATHAWAY, M.D. ; HERRICK, G.P.: Prestall behavior of a transonic axial compressor stage via time-accurate numerical simulation. In: *Journal of turbomachinery* 130 (2008), S. 1–12
 - [21] COLEMAN, H.W. ; STERN, F.: Uncertainties and CFD code validation. In: *Journal of Fluids Engineering* 199 (1997), Nr. 4, S. 795–803
 - [22] COMTE-BELLOT, G. ; CORRSIN, S.: Simple Eulerian time correlation of full-and narrow-band velocity signals in grid-generated, 'isotropic' turbulence. In: *Journal of Fluid Mechanics* (1971)
 - [23] DAUBECHIES, I.: *Ten lectures on wavelets*. Society for industrial and applied mathematics, 1992
 - [24] DAVIDSON, Lars: Evaluation of the SST-SAS model: channel flow, asymmetric diffuser and axi-symmetric hill. In: *Proceedings of the European Conference on Computational Fluid Dynamics*. Delft, 2006
 - [25] DAY, I. J.: Stall inception in axial flow compressors. In: *Journal of Turbomachinery* 115 (1993), Nr. 1, S. 1–9
 - [26] DEAN, R.B.: Reynolds number dependence of skin friction and other bulk flow variables in two-dimensional rectangular duct flow. In: *Journal of Fluids Engineering* 100 (1978), Nr. 2, S. 215 – 223
 - [27] DEARDORFF, J.: A numerical study of three-dimensional turbulent channel flow at large Reynolds numbers. In: *Journal of fluid mechanics* 41 (1970), S. 453–480

- [28] DENG, G.B. ; PIQUET, J. ; QUEUTEY, P. ; VISONNEAU, M.: A new fully coupled solution of the Navier-Stokes equations. In: *International Journal for Numerical Methods in Fluids* (1994), S. 605–639
- [29] DICKMANN, H.-P. ; WIMMEL, T. S. ; SZWEDOWICZ, J. ; FILSINGER, D. ; RODUNER, C.H.: Unsteady flow in a turbocharger centrifugal compressor - 3d-CFD-simulation and numerical and experimental analysis of impeller blade vibration. In: *ASME Paper GT-2005-6823* (2005)
- [30] ECK, B.: *Ventilatoren: Entwurf und Betrieb der Radial-, Axial- und Querstromventilatoren*. 5. Auflage. Springer Verlag Berlin, 1972
- [31] ECKERT, Bruno ; SCHNELL, Erwin: *Axial- und Radialkompressoren*. Springer Verlag Berlin, 1980
- [32] EGOROV, Y. ; MENTER, F.R.: Development and application of SST-SAS turbulence model in the DESIDER project. In: *Notes on Numerical Fluid Mechanics and Multidisciplinary Design* 97, Advances in Hybrid RANS-LES Modelling (2008)
- [33] EISINGER, F.L. ; SULLIVAN, R.E.: Vibration fatigue of centrifugal fan impeller due to structural -acoustic coupling and its prevention: a case study. In: *Journal of Pressure Vessel Technology* 129 (2007), S. 771–774
- [34] EMMONS, H. W. ; PEARSON, C.E. ; GRANT, H.P.: Compressor surge and stall propagation. In: *Transactions of the ASME* (1955), S. 455–467
- [35] ERCOFTAC: Best Practice Guidelines. 2000. – Forschungsbericht
- [36] ESCH, T. ; MENTER, F.R.: Heat transfer prediction based on two-equation turbulence models. In: *Proceedings of the 4th International Symposium on Turbulence, Heat and Mass Transfer*, 2003
- [37] FARGE, M.: Wavelet transformations and their application to turbulence. In: *Annual Review of Fluid Mechanics* 24 (1992), Nr. 1, S. 395–457
- [38] FATSIS, A. ; PIERRET, S. ; BRAEMBUSSCHE, R. V.: Three-dimensional unsteady flow and forces in centrifugal impellers with circumferential distortion of the outlet static pressure. In: *Journal of Turbomachinery* 119 (1997), S. 94–102
- [39] FENG, J. ; BENRA, F.-K. ; DOHMEN, H.J.: Numerical investigation of pressure fluctuations for different configurations of vaned diffuser pumps. In: *International Journal of rotating Machinery* (2007)
- [40] FERZIGER, J.H. ; PERIC, M.: *Computational methods for fluid dynamics*. 2nd. Springer-Verlag Berlin, 1999
- [41] FREDERICH, Octavian: *Numerische Simulation und Analyse turbulenter Strömungen am Beispiel der Umströmung eines Zylinderstumpfes mit Endscheibe*, Technische Universität Berlin, Diss., 1999

-
- [42] FRÖHLICH, Jochen: *Large Eddy Simulation turbulenter Strömungen*. B. G. Teubner Verlag, 2006
 - [43] FRÖHLICH, Jochen ; TERZI, Dominic von: Hybrid LES/RANS methods for the simulation of turbulent flows. In: *Progress in Aerospace Sciences* 44 (2008), S. 349–377
 - [44] GANT, Simon E.: Reliability issues of LES-related approaches in an industrial context. In: *Flow Turbulence and Combustion* 84 (2010), S. 325 – 335
 - [45] GARCIA, C.M. ; JACKSON, P.R. ; GARCIA, M.H.: Confidence intervals in the determination of turbulence parameters. In: *Experiments in Fluids* 40 (2006), S. 514–522
 - [46] GARNIER, V.H. ; EPSTEIN, A.H. ; GREITZER, E.M.: Rotating waves as stall inception indication un axial flow compressors. In: *Journal of Turbomachinery* 113 (1991), Nr. 2, S. 290–302
 - [47] GEROLYMOS, G.A. ; V.C. SHARMA, J. N. ; VALLET, I.: Improved prediction of turbomachinery flows using near-wall Reynolds-stress model. In: *Journal of Turbomachinery* 124 (2002), S. 86–99
 - [48] GOURDAIN, Nicolas ; STÉPHANE ; BURGUBURU ; LEBOEUF, Francis ; MICHON, Guy J.: Simulation of rotating stall in a whole stage of an axial compressor. In: *Computers and Fluids* 39 (2010), S. 1644 – 1655
 - [49] GRAFTIEAUX, Laurent ; MICHARD, Marc ; GROSJEAN, Nathalie: Combing PIV, POD and vortex identification algorithms for the study of unsteady turbulent swirling flows. In: *Measurement Science and Technology* 12 (2001), S. 1422 – 1429
 - [50] GREITZER, E. M.: Surge and rotating stall in axial flow compressors. Part I: Theroetical compression system model. In: *Journal of Engineering for Power* 98 (1976), S. 190–198
 - [51] GREITZER, E. M.: Surge and rotating stall in axial flow compressors. Part II: Experimental results and comparison with theory. In: *Journal of Engineering for Power* 98 (1976), S. 199–217
 - [52] GREITZER, Edward M.: Flow instabilities in turbomachines. In: *Thermodynamics and Fluid Mechanics of Turbomachinery, Volume 2* (1985), S. 1025 – 1076
 - [53] GREITZER, Edward M.: An introduction to unsteady flow in turbomachines. In: *Thermodynamics and Fluid Mechanics of Turbomachinery, Volume 2* (1985), S. 967 – 1024
 - [54] GROTHE, K.-H. (Hrsg.) ; FELDHOUSEN, J. (Hrsg.): *Dubbel Taschenbuch für den Maschinenbau*. Springer Verlag, 2011
 - [55] GÜLICH, J.: *Kreiselpumpen*. Springer Verlag, 2010

- [56] HAH, Chunill ; BERGNER, Jörg ; SCHIFFER, Heinz-Peter: Short length-scale rotating stall inception in a transsonic axial compressor - criteria and mechanisms. In: *Proceedings of the ASME Turbo Expo*. Barcelona, 2006, S. GT2006-90045
- [57] HAUPT, U. ; ABDEL-HAMID, A. ; KAEMMER, N. ; RAUTENBERG, M.: Excitation of blade vibration by flow instability in centrifugal compressors. In: *ASME Papers* (1986), S. 86-GT-283
- [58] HAUPT, U. ; JIN, D. ; SEIDEL, U. ; RAUTENBERG, M.: On the mechanism of blade excitation due to surge on centrifugal compressors. In: *Proceedings of the 1987 International Gas Turbine Congress*. Tokyo, 1987, S. 341-348
- [59] HAUPT, U. ; RAUTENBERG, M.: Investigation of the influence of the nonuniformity of the flow downstream a radial impeller on the excitation of blade vibration. In: *Proceedings of the Fifth International Conference for Mechanical Power Engineering*. Cairo, Egypt, 1984
- [60] HAUPT, U. ; RAUTENBERG, M. ; A., Abdel-Hamid: Blade excitation by broadband pressure fluctuations in a centrifugal compressor. In: *Journal of Turbomachinery* 110 (1988), S. 129-137
- [61] HE, L. ; ISMAEL, J.O.: Computations of bladerow stall inception in transonic flows. In: *Proceedings of the 13th International Symposium of Air Breathing Engines*. Chattanooga, 1997, S. 697-707
- [62] HUANG, Weiguang ; GENG, Shaojuan ; ZHU, Junqiang ; ZHANG, Hongwu: Numerical Simulation of rotating stall in a centrifugal compressor with vaned diffuser. In: *Journal of Thermal Sciences* 16 (2007), S. 115-120
- [63] HUTCHINSON, B.R. ; RAITHBY, G.D.: A multigrid method based on the additive correction strategy. In: *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications* 9 (1986)
- [64] IM, H.-S. ; CHEN, X. ; ZHA, G.-C.: Detached Eddy Simulation of unsteady stall flows of a full annulus transsonic rotor. In: *Proceedings of the ASME Turbo Expo*. Glasgow, 2010, S. 2627 - 2642
- [65] IMBERDIS, O. ; HARTMANN, M. ; BENSLER, H. ; KAPITZA, L. ; THÉVENIN, D.: A numerical and experimental investigation of a DISI-engine intake port generated turbulent flow. In: *SAE Paper 2007-01-4047* (2007)
- [66] IWAKIRI, K. ; FURUKAWA, M. ; IBARAKI, S. ; TOMITA, I.: Unsteady and three-dimensional flow phenomena in a transonic centrifugal compressor impeller at rotating stall. In: *Proceedings of the ASME Turbo Expo* Bd. 7, part B. Orlando, 2009, S. 1611 - 1622
- [67] JANIGA, G.: *Flow optimization using Computational Fluid Dynamics*. 2011. - Habilitationsschrift, Otto-von-Guericke Universität Magdeburg

-
- [68] JANSEN, W.: Rotating stall in a radial vaneless diffuser. In: *Journal of Basic Engineering* 86 (1964), S. 750–758
- [69] JEONG, J. ; HUSSAIN, F.: On the identification of a vortex. In: *Journal of Fluid Mechanics* 285 (1995), S. 69 – 94
- [70] JIN, D. ; HAUPT, U. ; HASEMANN, H. ; RAUTENBERG, M.: Blade excitation by circumferentially asymmetric rotating stall in centrifugal compressors. In: *ASME Paper 92-GT-148* (1992)
- [71] JORDAN, D. ; MIKSAD, R.W. ; POWERS, E.J.: Implementation of the continuous wavelets transformation for digital time series analysis. In: *Review of Scientific Instruments* 68 (1997), S. 1484–1494
- [72] KADER, B. A.: Temperature and concentration profiles in fully turbulent boundary layers. In: *International Journal of Heat and Mass Transfer* 24 (1981), Nr. 9, S. 1541–1544
- [73] KÁRMÁN, T. von: Mechanische Ähnlichkeit und Turbulenz. In: *Sonderdrucke aus den Nachrichten von der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Mathematisch-Physikalische Klasse* (1930), S. 58–76
- [74] KHALEGHI, H. ; BOROOMAND, M. ; TOUSI, A.M. ; TEIXEIRA, J.A.: Stall Inception in a transsonic axial fan. In: *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part A: Journal of Power and Energy* 222 (2008), S. 199–208
- [75] KIM, J. ; MOIN, P. ; MOSER, R.: Turbulence Statistics in fully developed channel flow at low Reynolds number. In: *Journal of Fluid Mechanics* 177 (1987), S. 133–166
- [76] KIM, S.-W. ; BENSON, T. J.: Comparison of the SMAC PISO and iterative time-advancing schemes for unsteady flows. In: *Computers and Fluids* 21 (1992), Nr. 3, S. 435–454
- [77] KOLMOGOROV, A.N.: Local structure of turbulence in incompressible viscous fluid for very large Reynolds number. In: *Doklady Akademii Nauk SSSR* 30 (1941)
- [78] KRAUSE, N.: *Untersuchungen der Laufradströmungen einer Kreiselpumpe unter Teillastbedingungen mit Hilfe der zeitaufgelösten Particle Image Velocimetry*, Otto-von-Guericke Universität Magdeburg, Diss., 2008
- [79] KRAUSE, N. ; PAP, E. ; THÉVENIN, D.: Part-load flow instabilities in a radial pump measured with TR-PIV. In: *ASME Turbo Expo*. Montreal, 2007
- [80] KRAUSE, N. ; ZÄHRINGER, K. ; PAP, E.: Time-resolved particle image velocimetry for the investigation of rotating stall in a radial pump. In: *Experiments in Fluids* 39 (2005), S. 192 – 201
- [81] LAKSHMINARAYANA, B.: Turbulence modelling for complex shear flows. In: *AIAA Journal* 24 (1986), S. 1900–1917

- [82] LAKSHMINARAYANA, B.: *Fluid Dynamics and Heat Transfer of Turbomachinery*. Wiley, 1996
- [83] LAUNDER, B. E. ; SHARMA, B. I.: Application of the energy dissipation model of turbulence to the calculation of flow near a spinning disk. In: *Letters of Heat and Mass Transfer* 1 (1974), Nr. 2, S. 131–138
- [84] LOHASZ, Mate M. ; NAGY, Laszlo ; WURM, Hendrik: LES of the transitional flow in a miniature centrifugal pump. In: *Proceedings of the 14th Conference on Modelling Fluid Flow*. Budapest, 2009
- [85] LUCIUS, A. ; BRENNER, G.: Unsteady CFD simulations of a pump in part load conditions using Scale-Adaptive Simulation. In: *International Journal of Heat and Fluid Flow* 31 (2010), S. 1113 – 1118
- [86] LUCIUS, A. ; BRENNER, G.: Numerical simulation and evaluation of velocity fluctuations during rotating stall of a centrifugal pump. In: *Journal of Fluids Engineering* 133 (2011), Nr. 8, S. 081102–1 – 081102–8
- [87] LUCIUS, A. ; BRENNER, G. ; LEHWALD, A. ; THÉVENIN, D. ; WOSCHKE, E. ; GORECZKA, S. ; STRACKELJAN, J.: Abschlussbericht AiF 16406BG - Dynamische Lasten / ITM TU Clausthal, LSS und IFME Otto-von-Guericke Universität Magdeburg. 2013. – Forschungsbericht
- [88] LUCIUS, A. ; LEHWALD, A. ; BRENNER, G. ; THÉVENIN, D.: Investigation of unsteady flows in a centrifugal fan using high-speed PIV and numerical simulations. In: *Proceedings of the conference fan 2012*. Senlis, 2012
- [89] LYONS, D.C. ; PELTIER, L.J. ; ZAJACZKOWSKI, F. J. ; PATERSON, E.G.: Assessment of DES models for separated flow from a hump in a turbulent boundary layer. In: *Journal of Fluids Engineering* 131 (2009), Nr. 11, S. 111203–1 – 111203–9
- [90] MADHAVAN, S. ; WRIGHT, T.: Rotating stall caused by pressure surface flow separation on centrifugal fan blades. In: *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power* 107 (1985)
- [91] MENTER, F.R.: Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications. In: *AIAA Journal* 32 (1994), Nr. 8, S. 1598–1605
- [92] MENTER, F.R. ; EGOROV, Y.: Re-visiting the turbulent scale equation. In: *Proceedings of the IUTAM Symposium One Hundred Years of Boundary Layer Research*. Göttingen, 2004
- [93] MENTER, F.R. ; EGOROV, Y.: A scale-adaptive-simulation model using two-equation models. In: *AIAA paper 2005-1095* (2005)
- [94] MENTER, F.R. ; EGOROV, Y.: The scale-adaptive simulation method for unsteady turbulent flow predictions. Part 1: Theory and model description. In: *Flow Turbulence and Combustion* 85 (2010), S. 113–138

-
- [95] MENTER, F.R. ; EGOROV, Y.: The scale-adaptive simulation method for unsteady turbulent flow predictions. Part 2: Application to complex flows. In: *Flow Turbulence and Combustion* 85 (2010), S. 139–165
 - [96] MENTER, F.R. ; KUNTZ, M.: Adaption of eddy-viscosity turbulence models to unsteady separated flow behind vehicles. In: MCCALLEN, Rose (Hrsg.): *Aerodynamics of heavy vehicles: trucks buses and trains*, Springer Verlag, 2004, S. 339–352
 - [97] MENTER, F.R. ; KUNTZ, M. ; BENDER, R.: A scale-adaptive-simulation model for turbulent flow predictions. In: *AIAA Paper 2003-0767* (2003)
 - [98] MENTER, F.R. ; KUNTZ, M. ; LANGTRY, R.: Ten years of industrial experience with the SST Turbulence Model. In: HANJALIC, K. (Hrsg.) ; NAGANO, Y. (Hrsg.) ; TUMMERS, M. (Hrsg.): *Turbulence, Heat and Mass Transfer 4*. Begell House Inc., 2003, S. 625–632
 - [99] MICHARD, M. ; GRAFTIEAUX, L. ; LOLLINI, L. ; GROSJEAN, N.: Identification of vortical structures by a non local criterion: application to PIV measurements and DNS-LES results of turbulent rotating flow. In: *Proceedings of the 11th Symposium on Turbulent Shear Flows*. Grenoble, 1997, S. 25–28
 - [100] MULLENERS, K. ; RAFFEL, M.: A time-resolve dynamic stall investigation based on coherent structure analysis. In: *15th International Symposium of Laser Techniques to Fluid Mechanics*. Lissabon, 2010
 - [101] NICHOLS, R. H. ; NELSON, C. C.: Wall function boundary conditions including heat transfer and compressibility. In: *AIAA Journal* 42 (2004), Nr. 6, S. 1107–1114
 - [102] OULLETTE, Nicholas T. ; XU, Haitao ; BODENSCHATZ, Eberhard: A quantitative study of three-dimensional Lagrangian particle tracking algorithms. In: *Experiments in Fluids* 40 (2006), S. 301–313
 - [103] PAMPREEN, R.C.: *Compressor surge and stall*. Concepts ETI, Norwich Vt, 1993
 - [104] PFLEIDERER, C. ; PETERMANN, H.: *Strömungsmaschinen*. 6. Springer Verlag, 1991
 - [105] POLITIS, D. N. ; WHITE, H.: Automatic block-length selection for the dependent bootstrap. In: *Econometric Reviews* 23 (2004), Nr. 1, S. 53–70
 - [106] POPE, Stephen B.: *Turbulent Flows*. Cambridge University Press, 2000
 - [107] POPOVAC, M. ; HANJALIC, K.: Compound wall treatment for RANS computation of complex turbulent flows and heat transfer. In: *Flow Turbulence and Combustion* 78 (2007), S. 177–202
 - [108] PURTELL, L. P.: Turbulence in complex flows - a selected review. In: *AIAA Paper 92-0435* (1992)
 - [109] ROACHE, J.P.: Perspective: A method for uniform reporting of grid refinement studies. In: *Journal of Fluids Engineering* 116 (1994), Nr. 4, S. 405–413

- [110] ROACHE, P.: *Verification and Validation of Computational Fluid Dynamics Simulations*. Albuquerque : Hermosa, 1998
- [111] SÄLZLE, P.: *Schwingungsverhalten der Laufräder von Radialventilatoren*, Universität Stuttgart, Diss., 2001
- [112] SÄLZLE, P. ; STETTER, H.: Resonanzschwinungen eines Radialventilatorlaufrades unter Betriebsbedingungen im stabilen Kennfeldbereich / VDI Berichte Nr. 1249. 1996. – Forschungsbericht
- [113] SANO, Takeshi ; YOSHIDA, Yoshiki ; TSUJIMOTO, Yoshinobu ; NAKAMURA, Yuri ; MATSUSHIMA, Tatsuhito: Numerical study of rotating stall in a pump vaned diffuser. In: *Journal of Fluids Engineering* 124 (2002), Nr. 2, S. 363–370
- [114] SCHÄFER, Michael: *Numerik im Maschinenbau*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1999
- [115] SCHLICHTING, Herrmann ; GERSTEN, Klaus: *Grenzschicht-Theorie*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1997
- [116] SHALABY, H. ; THÉVENIN, D.: Statistically significant results for the propagation of a turbulent flame kernel using direct numerical simulation. In: *Flow Turbulence and combustion* 84 (2010), Nr. 3, S. 357–367
- [117] SIGLOCH, H.: *Technische Fluidmechanik*. 4. bearb. Auflage. Springer Verlag Berlin, 2003
- [118] SMAGORINSKY, J.: General circulation experiments with the primitive equations, I, The basic experiment. In: *Monthly Weather Review* 91 (1963), S. 99–164
- [119] SOROKES, J.M. ; MARSHALL, D.F.: A review of aerodynamically induced forces acting on centrifugal compressors, and resulting vibration characteristics of rotors. In: *Proceedings of the 27th Turbomachinery Symposium*. Houston, 1998, S. 263–280
- [120] SPALART, P. R. ; DECK, S. ; SHUR, M. L. ; SQUIRES, K. D. ; STRELETS, M. K. ; TRAVIN, A.: A new version of detached-eddy simulation resistant to ambiguous grid densities. In: *Theoretical and Computational Fluid Dynamics* 20 (2006)
- [121] SPALART, P.R.: Strategies for turbulence modelling and simulations. In: *International Journal of Heat and Fluid Flow* 21 (2000), S. 252–263
- [122] SPALART, P.R.: Young-person’s guide to Detached-Eddy Simulation grids / NASA Report CR-2001-211032. 2001. – Forschungsbericht
- [123] SPALART, P.R. ; ALLMARAS, S.A.: One-equation turbulence model for aerodynamic flows. In: *AIAA Paper 92-0439* (1992)
- [124] SPALART, P.R. ; JOU, W.H. ; STRELETS, M. ; ALLMARAS, S.R.: Comments on the Feasibility of LES for Wings and on a hybrid RANS LES approach. In: *Advances in DNS/LES: Proceedings of the 1st. AFSOR International Conference on DNS/LES*. Rushton, 1997

-
- [125] SPALDING, D. B.: A single formula for the law of the wall. In: *Journal of Applied Mechanics* 28 (1961), Nr. 3, S. 444–458
 - [126] STRELETS, M.: Detached eddy simulation of massively separated flows. In: *AIAA Paper 2001-0879* (2001)
 - [127] SUJUDI, D. ; HAIMES, R.: Identification of swirling flow in 3-d vector fields. In: *Proceedings of the 12th AIAA CFD conference*. San Diego, 1995
 - [128] TENNEKES, H. ; LUMLEY, J.L.: *A first course in turbulence*. MIT Press, 1972
 - [129] THEUNISSEN, R. ; SANTE, A. D. ; RIETHMÜLLER, M.L. ; BRAEMBUSSCHE, R.A. V.: Confidence estimation using dependent circular block bootstrapping: application to the statistical analysis of PIV measurements. In: *Experiments in Fluids* 44 (2008), S. 591–596
 - [130] TREUTZ, G.: *Numerische Simulation der instationären Strömung in einer Kreiselpumpe*, Technische Universität Darmstadt, Diss., 2002
 - [131] UHLMANN, Hans-Günter: *Früherkennung aerodynamischer Verdichterinstabilitäten mittels Wavelet-Transformationsregeln*, TU München, Diss., 2003
 - [132] VEENMAN, C.J. ; REINDERS, M.J.T. ; BACKER, E.: Resolving motion correspondence for densely moving points. In: *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 23 (2001), S. 54–72
 - [133] VERSTEEG, H.K. ; MALALASEKERA, W.: *An introduction to Computational Fluid Dynamics, the finite volume method*. 2nd edition. Pearson Education Limited, 2007
 - [134] WENKSE, Gerhard (Hrsg.) ; ZIMMER, Theo J. (Hrsg.): *Allianz Handbook of Loss Prevention*. VDI Verlag, 1987
 - [135] WILCOX, D. C.: Wall matching, a rational alternative to wall functions. In: *AIAA paper 89-0611* (1989)
 - [136] WILCOX, David C.: *Turbulence Modeling for CFD*. 3rd. DWC Industries, Inc., 2006

Lebenslauf

persönliche Daten

Name	Andreas Lucius
Adresse	Dr.-Schier-Str. 5
Ort	Bad Mergentheim
geb.	02.07.1980
in	Parchim

beruflicher Werdegang

seit 04/2013	Entwicklungsing. ebm-papst GmbH & Co. KG	Mulfingen
06/2006 - 01/2013	wiss. Mitarbeiter an der TU	Clausthal

Studium

10/2000 - 05/2006	Diplom Wirtschaftsing. Maschinenbau, Otto-von-Guericke-Universität	Magdeburg
-------------------	---	-----------

Grundwehrdienst

09/1999 - 05/2000	KfZ / Panzerschlosser beim Instandsetzungs- bataillon Boostedt
-------------------	---

Schulische Ausbildung

1999	Abitur am David-Frank-Gynmasium	Stern- berg
------	---------------------------------	----------------